Посилання на статтю

Федорович О.Е. Вероятностный анализ в управлении проектом логистической цепи / О.Е. Федорович, А.В. Попов // Управління проектами та розвиток виробництва: Зб.наук.пр. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2005 - №1(13). - С. 68-74. Режим доступу: http://www.pmdp.org.ua/

УДК 62.50

О.Е. Федорович, А.В. Попов

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТОМ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Рассматривается задача управления проектом в интегрированной логистической цепи с целью оптимизации затрат и времени реализации комплекса работ на основе многофазной модели функционального цикла. Предлагается вероятностная модель оценки функционального цикла логистической цепи на основе модели преобразования случайных величин, отражающая время выполнения отдельных этапов (фаз), что позволяет находить законы распределения времени реализации всей логистической цепи на основе законов распределения времени выполнения отдельных её частей. Ист. 3.

О.Є. Федорович, А.В. Попов

ВІРОГІДНІСНИЙ АНАЛІЗ В УПРАВЛІННІ ПРОЕКТОМ ЛОГІСТИЧНОГО ЛАНЦЮГУ

Розглядається завдання керування проектом в інтегрованому логістичному ланцюзі з метою оптимізації витрат і часу реалізації комплексу робіт на основі багатофазної моделі функціонального циклу. Пропонується імовірнісна модель оцінки функціонального циклу логістичного ланцюга на основі моделі перетворення випадкових величин, яка відбиває час виконання окремих етапів (фаз), що дозволяє знаходити закони розподілу часу реалізації всього логістичного ланцюга на основі законів розподілу часу виконання окремих її частин. Дж. 3.

O.E. Fedorovich, A.V. Popov

THE PROBABLE ANALYSIS IN PROJECT MANAGEMENT OF LOGISTICAL CIRCUIT

The task of project management in integrated logistical circuit with the purpose of optimization the expenses and time of realization work complex on the basis of the functional cycle multiphase model is considered. The probable model of estimating the functional cycle of logistical circuit based on random variables transformation, that reflect time of performance separate stages (phases) and allows to find time distribution laws of realization all the logistical circuit based on its separate parts time distribution laws is suggested.

Введение и постановка задачи. Рассмотрим функциональный цикл, связанный с поставкой готовых продуктов потребителю. Пределы временных колебаний основаны на статистических данных о каждом виде деятельности. Пусть известны минимальные и максимальные сроки, необходимые для выполнения каждой операции, и итоговый диапазон продолжительности всего функционального цикла, а также среднее, или ожидаемое, время, требуемое для завершения каждой операции. Неопределенность (изменчивость) в каждом конкретном виде деятельности определяется характером исполнения. Так, передача заказа – вполне стабильная и надежная операция, когда выполняется с использованием электронных средств информационного обмена, но чревата сбоями, если производится по почте. Вне зависимости от применяемых технологий изменчивость связана с напряженностью рабочего дня (трудовой нагрузкой) и умением справляться с непредвиденными обстоятельствами. В обработке заказов сроки и изменчивость определяются трудовой нагрузкой, степенью автоматизации и политикой предоставления кредита. При комплектовании заказов скорость и, наоборот, задержки напрямую связаны с имеющимися мощностями, технологиями грузопереработки и наличными трудовыми ресурсами. Продолжительность функционального цикла поставки в реальных условиях оказывается величиной непостоянной и изменяется от $T_{\min}$ до $T_{\max}$. Минимальный цикл свидетельствует о том, что нежелательные обстоятельства в каждом виде деятельности преодолены в кратчайшие сроки. Если цикл максимальный, значит, преодоление тех же самых нежелательных обстоятельств потребовало максимального времени. При наличии (доступности) нужного продукта ожидаемая продолжительность цикла исполнения заказа составляет среднее значение. Стало быть, задача управления функциональным циклом заключается в том, чтобы, контролируя изменчивость в отдельных видах деятельности, по возможности добиться завершения общего цикла за время T_{cp}. Всякий раз, когда все операции в совокупности занимают больше или меньше T_{cp}, могут понадобиться дополнительные усилия для удовлетворения запросов потребителя. Такая преждевременная или запаздующая доставка требует излишних затрат ресурсов и снижает общую эффективность логистики.

Итак, *задача управления функциональным циклом* — обеспечить согласованность действий для соблюдения ожидаемых, или нормативных, сроков исполнения заказа. Задержка на любом этапе угрожает сбоями на всех остальных стадиях. Если же такие задержки случаются регулярно, это может потребовать создания буферных запасов для защиты от неопределенности. Но при выполнении той или иной операции раньше ожидаемого срока приходится приспосабливать к этому другие действия, чтобы создать возможности для хранения и обработки преждевременно поступивших заказов. Принимая во внимание неудобства и затраты, сопутствующие несвоевременной поставке запасов (как с опозданием, так и с опережением), нечего удивляться тому, что менеджеры готовы всемерно поощрять равномерную и бесперебойную работу. Когда же такая бесперебойность достигнута, нужно делать все возможное для того, чтобы свести к минимуму плановую продолжительность функционального цикла. Бесперебойность – это, конечно, главная цель, но ускоренный цикл сам по себе сокращает риск, связанный с хранением запасов, и, разумеется, убыстряет их оборачиваемость.

Таким образом в статье ***разрабатываются вероятностные оценки времени функционального цикла*** на основе анализа его отдельных фаз, которые определяются в виде математического ожидания, дисперсии, моды и медианы предполагаемого закона распределения цикла при некоторых предположительных относительно его составляющих.

Математические модели оценок для управления проектом ЛЦ. Пусть имеется логистическая цепь C, состоящая из нескольких последовательно соединенных звеньев C_i, $C_i \in C$ $i=\overline{1,n}$, n – число звеньев в ЛЦ. В большинстве практических ситуаций $n \le 10$.

Для проведения анализа ЛЦ необходимы следующие исходные данные: интервалы времени x_i выполнения фазы C_i – $[x_{i\min}, x_{i\max}]$; законы распределения времени x_i в виде гистограммы или опытных данных; число фаз n. В случае наличия статистики для фаз C_i можно путём последовательной обработки данных получить статистические функцию и плотность распределения $F(x_i)$, $f(x_i)$ для отдельных фаз C_i и затем $F\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right), f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$. С этой целью можно построить алгоритм, основанный на гистограммной арифметике. Однако в этом случае необходимы достаточно подробные, указанные выше исходные данные, что оказывается не всегда возможным.

Будем считать возможным получение аналитических выражений для плотности распределения $f(x_i)$ путём аппроксимации экспериментальных данных. В этом случае возможно более оперативное проведение вероятностного анализа с целью получения $F\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right), f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$ в аналитическом виде. Для приближённого анализа можно воспользоваться тем, что для нормально распределенных случайных величин получаем нормальный закон суммы с математическим ожиданием m_y и дисперсией d_y [3]:

$$Y = \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad m_y = \sum_{i=1}^{n} m_i, \quad \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{n} d_i, \; \sigma_i = \sqrt{d_i},$$

Если принять равномерный закон для x_i, то получим

$$Y_{\min} = \sum_{i=1}^{n} x_{i\min\, y} \;\; Y_{\max} = \sum_{i=1}^{n} x_{i\max}.$$

Внутри интервала $[Y_{\min}, Y_{\max}]$ аналитическое описание в этом случае представляется трудной задачей. Поэтому в упрощенном виде можно предложить некоторую форму кривой распределения, например, треугольную форму для плотности распределения:

$$f\left(y = \sum_{i=1}^{n} x_i\right).$$

Полагая симметричную(равнобедренную) форму треугольников для $f(x_i)$, принимаем $f(y)$ для ЛЦ в целом также треугольный закон. Теперь несложно вычислить параметры симметричного треугольного распределения, например, математическое ожидание:

$$M[y] = \frac{Y_{\max} + Y_{\min}}{2}.$$

Заметим, что здесь $M[y]$ равно медиане (*med*) и моде (*mod*). Так как площадь под кривой $f(y)$ равна 1, то высота треугольника $H = \frac{2}{Y_{\max} - Y_{\min}}$.

Таким образом, для приближенных расчётов времени реализации ЛЦ можно использовать несколько законов распределения в зависимости от наличия исходных данных и требований к точности ожидаемых результатов (равномерный, треугольный, β - распределения, нормальный, логарифмически-нормальный и др.).

Рассмотрим основные характеристики этих законов.

Равномерный закон имеет плотность распределения $f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha},\ x \in [\alpha, \beta]$, из которой можно получить:

– функцию распределения $F(x) = \int\limits_{\alpha}^{x} f(x)dx = \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha}$,

– математическое ожидание $\alpha_1 = m_x = \int\limits_{\alpha}^{\beta} xf(x)dx = \frac{\beta - \alpha}{2}$,

– дисперсию $\mu_2 = d_2 = \int\limits_{\alpha}^{\beta} (x - m_x)^2 f(x)dx = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$,

– асимметрию $A = \mu_3 \cdot \mu_2^{-\frac{3}{2}} = 0,$ (так как $\mu_3 = \int\limits_{\alpha}^{\beta} (x - m_x)^3 f(x)dx = 0,$),

– эксцесса $E = \mu_4 \cdot \mu_2^{-2} - 3 = \frac{(\beta - \alpha)^5}{80} \cdot \frac{(\beta - a)^4}{144} - 3 = \frac{144}{80} - 3 = 1{,}2$.

Для равномерного закона $m_x = \mathrm{mod} = \mathrm{med}$ (для нормального закона $A = 0, E = 0$).

Произвольный несимметричный треугольный закон имеет плотность распределения: $f(x)=\dfrac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)},\ x\in[a,m],\ a<m<b,$

$f(x)=\dfrac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)},\ x\in[m,b],\ (m-a)<(b-m)$, из которой можно получить функцию распределения $F(x)=\int\limits_a^x f(x)dx: F(x)=\dfrac{(x-a)^2}{(b-a)(m-a)},\ x\in[a,m],$

$F(x)=1-\dfrac{(x-b)^2}{(b-a)(b-m)},\ x\in[m,b]$.

В данном случае проще всего найти высоту треугольника или наибольшее значение функции $f(x)$ при x, равном моде, которая равна $f(\mathrm{mod})=\dfrac{2}{b-a}$. Медиана определяется из следующего уравнения.

$$\frac{(m-a)}{b-a}+\int\limits_m^x \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}dx=\int\limits_x^b \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)},$$

$\mathrm{med}=b-\sqrt{\dfrac{(b-m)(b-a)}{2}}$. Математическое ожидание $m_x=\int\limits_a^m x\,f(x)dx+\int\limits_m^b x\,f(x)dx=\dfrac{b+a+m}{3}$. Из выражения для $f(x)$ видно, что определение ассиметрии A и E эксцесса связано со значительными трудностями. Однако можно определить дисперсию

$$\mu_2=d_2=\int\limits_0^m (x-m_x)^2 f(x)dx+\int\limits_m^b (x-m_x)^2 f(x)dx=$$

$$=\frac{1}{18}(a^2+m^2+b^2-am-ab-mb).$$

В случае $m-a=b-m$ получаем равнобедренный треугольник – закон Симпосна, для которого $m_x=\mathrm{mod}=\mathrm{med}=\dfrac{b+a+m}{3}=b-\sqrt{\dfrac{(b-m)(b-a)}{2}}$; ассиметрия $A=0$, дисперсия.

Знак ассиметрии A в неравнобедренном треугольнике зависит от места нахождения моды $(m-a<b-m,$ или $m-a>b-m).$ Для последнего случая легко получить все вышеприведенные формулы.

Рассмотрим β - распределение, задаваемое двумя точками, которое имеет плотность $f(x)=\dfrac{12}{(b-a)^4}(x-a)(b-x)^2$ и функцию распределения $F(x)=\int\limits_a^x f(x)dx=\dfrac{12}{(b-a)^4}\left(\dfrac{(x-b)^4}{4}+\dfrac{(b-a)(x-b)^3}{3}+\dfrac{(b-a)^4}{12}\right)$ Очевидно, что $F(a)=0,\ F(b)=1$.

Математическое ожидание $m_x=\int\limits_a^b xf(x)dx=\dfrac{3a+2b}{5}$:

Моду определим из уравнения

$$\frac{df(x)}{dx}=\frac{12}{(b-a)^4}(b-x^2)-\frac{12}{(b-a)^4}(x-a)2(b-x)=0,$$

$$\mathrm{mod}=\frac{2a+b}{3}.$$

Можно показать, что всегда $\mathrm{mod}<m_x$, дисперсія

$$d_2=\int\limits_a^b x^2 f(x)dx-m_x^2=0{,}04(b-a)^2.$$

Медиану найдём из уравнения

$\int\limits_a^x f(x)dx=\int\limits_x^b f(x)dx,$ или $F(x)=0{,}5$,

$\dfrac{12}{(b-a)^4}\left[\dfrac{(x-b)^4}{4}+\dfrac{(b-a)(x-b)^3}{3}+\dfrac{(bc-a)^4}{12}\right]=0{,}5$, которое целесообразно решать путём непосредственного расчёта значений $F(x),\ x\geq 0,\ F(x)=0{,}5.$

Заметим, что существует три формы β- распределения[4], которые отличаются положением вершин кривой плотности распределения:

$$f_A(x)=\frac{12}{(b-a)^4}(x-a)(b-x)^2,\ m_x=\frac{2b+3a}{5},\ \mathrm{mod}=\frac{2a+b}{3},$$

$$d_2=\frac{(b-a)^2}{25}.$$

$$f_B(x)=\frac{12}{(b-a)^4}(x-a)^2(b-x),\ m_x=\frac{2a+3b}{5},\ \mathrm{mod}=\frac{a+2b}{3},$$

$$d_2=\frac{(b-a)^2}{25},\ f_C(x)=\frac{12}{(b-a)^4}(x-a)^2(b-x)^2, m_x=\frac{b+a}{2},$$

$$\mathrm{mod}=\frac{a+b}{2},\ d_2=\frac{(b-a)^2}{28}.$$

Применение вероятностных моделей для анализа ЛЦ. Приведенные статистические данные [1-2] показывает, что законы распределения отдельных фаз функционального цикла имеют вид β-распределения. По этой причине нормальный закон может иметь только ограниченное применение, например, для экспресс анализа – грубого, быстрого просчёта.

Применение β-распределения для всех x_i по двум (a,b) или трёх точкам (a,m,b) является вполне оправданным, но получение композиции звеньев $f(\sum_m x_i)$, $F(\sum_{i=1}^n x_i)$ представляет собой сложную в вычислительном плане задачу. Поэтому для упрощения можно применить для конечного результата (композиции законов) закон β- распределения, например, по двух точкам $y_{\min}=\sum_m^n x_{i\min}=a,\ y_{\max}=\sum_m^n x_{i\max}=b$, для которого по вышеуказанным формам, можно найти $m_x, \mathrm{mod}, \mathrm{med}, F(x), f(x)$.

Подобным образом можно заменить β- распределения треугольным законом, но здесь нужно знать ещё третью точку – моду m.

Выводы. Предложена вероятностная модель оценки функционального цикла логистической цепи на основе модели преобразования случайных величин, отражающая время выполнения отдельных этапов (фаз), что позволяет находить в некотором приближении законы распределения времени реализации всей логистической цепи на основе законов распределения времени выполнения отдельных её частей. Подобная методика может быть использована для расчёта затрат логистической цепи, что может быть использовано при управляемой проектом интегрированной логистической цепи за счёт согласованных действий при наличии прогнозных значений времени и затрат функционального цикла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бауэрсокс Дональд Дж, Клосс Дейвид Дж. Логистика: интегрированная цепь поставок. Пер. с англ. – М.: ЗАО “Олимп-Бизнес”, 2001. – 640 с.
2. Майкл Р. Линдерс, Харольд Е. Фирон. Управление снабжением и запасами. Логистика/ Пер. с англ. – СпБ.: ООО “Виктория плюс”, 2002. – 768 с.
3. Голенко Д.И. Статистические методы сетевого планирования и управления, М.: Наука, 1968. – 400 с.

Стаття надійшла до редакції 25.07.2004 р.