

## Посилання на статтю

Момот В.М. Метод коррекции параметров проекта в условиях параметрической неопределенности/ В.М. Момот// Управління проектами та розвиток виробництва: Зб.наук.пр. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2005 - №2(14). С. 121-127. Режим доступу: <http://www.pmdp.org.ua/>

УДК 519.86

**В.М. Момот**

### **МЕТОД КОРРЕКЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПРОЕКТА В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

Рассматриваются вопросы коррекции задачи планирования проекта в случае предъявления несовместной противоречивой системы ограничений к параметрам реализации проекта. Ист. 5.

Ключевые слова: планирование проекта, параметрическая неопределенность, стратегия проекта, вероятностная устойчивость относительно целеуказания, несовместная противоречивая система ограничений, корректирующая задача.

**В.М. Момот**

### **МЕТОД КОРЕКЦІЇ ПАРАМЕТРІВ ПРОЄКТУ В УМОВАХ ПАРАМЕТРИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

Розглянуті питання корекції задачі планування проекту в умовах пред'явлення несумісної суперечної системи обмежень до параметрів реалізації проекту. Дж. 5.

**V.M. Momot**

### **CORRECTION METHOD FOR PROJECT PARAMETERS IN CONDITIONS OF PARAMETRICAL UNCERTAINTY**

Questions of correction the project planning task in case of incompatible inconsistent system of restrictions to the project realization parameters are considered.

**Постановка проблемы в общем виде.** На этапе предынвестиционного анализа проекта определяются все необходимые параметры реализации проекта: продолжительность по каждому из контролируемых элементов проекта, доступность и достаточность ресурсов, сроки поставки сырья, материалов и комплектующих, сроки и объемы привлечения других организаций, затраты на проект с учетом непредвиденных факторов. Об успешности проекта судят по тому, насколько результат соответствует по своим затратным (доходным), качественным, временным, экологическим и другим характеристикам запланированному уровню.

Для разработки эффективных методов планирования проектов широко используется аппарат математического программирования, в том числе методы линейного программирования. При их использовании большое практическое значение приобретают вопросы учета параметрической неопределенности

модели. Актуальность данной проблемы обусловлена как наличием неопределенности в исходных данных, которая связана с погрешностями и неточностями в описании характеристик и параметров задачи, так и изменением параметров проекта во времени.

Вопросы анализа стратегий планирования проекта в условиях вариаций параметров среды на основе вероятностного критерия устойчивости относительно целеуказания и выбора среди них наилучшей стратегии, достигающей области заданного уровня характеристик проекта, изучались в работах [1-3]. Однако в ряде случаев вероятность достижения целевой функцией минимального допустимого уровня показателя в рамках реализации рассматриваемых стратегий проекта мала или же задача неразрешима вследствие несовместности ограничений к решению. В этом случае необходимо скорректировать исходную задачу планирования проекта.

**Анализ публикаций.** В настоящее время достаточно хорошо разработаны методы коррекции несобственных задач линейного программирования [4,5]. При этом корреляционная модель является собственной задачей линейного программирования. Однако применение вероятностной модели вносит существенную нелинейность в задачу и методы коррекции, использующие линейную модель, становятся непригодными.

**Цель статьи.** Таким образом, разработка методов коррекции задач планирования проектов, использующих существенно нелинейную модель, является актуальной проблемой. Исходя из вышеизложенного, целью статьи является разработка концептуальных подходов решения нелинейных корректирующих задач планирования проектов.

**Изложение основного материала.** Рассмотрим задачу оптимального планирования проекта, описываемую в виде задачи оптимизации

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*]P[g_l(x) \geq g_l^*] \geq P_l^*; x \geq 0; x \in Q\}; (l = \overline{1, r}). \quad (1)$$

В задаче традиционно обозначен  $x$  – вектор параметров проекта ( $i = \overline{1, n}$ );  $Q$  – множество допустимых ресурсов проекта;  $g_l(x)$  и  $g_l^*$  – система характеристик проекта и их плановых значений;  $g_0(x)$  и  $g_0^*$  – выделенный критерий и его плановое значение, которые определяют окончательный выбор стратегии проекта;  $P(\ )$  и  $P_l^*$  – соответственно вероятность выполнения целеуказания относительно характеристик проекта и требуемый уровень достижения вероятности.

Данная задача может оказаться неразрешимой вследствие несовместности системы ограничений, накладываемых на решение задачи. Каждая из подсистем ограничений  $P\{g_l(x) \geq g_l^*\} \geq P_l^*$  для  $l = \overline{1, r}$  допускает нахождение решения  $\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*]\}$  при  $x \geq 0$  и  $x \in Q$ , а вместе взятые подсистемы образуют несовместную противоречивую систему уравнений.

Причины этого могут заключаться в следующем. Может оказаться, что не хватает плановых ресурсов для достижения плановых значений показателей проекта или, наоборот, завышены показатели планового задания по отношению

к ресурсным возможностям. Также возможно установление завышенных требований по вероятности выполнения целеуказания к системе плановых показателей проекта по отношению к используемым ресурсам и (или) величине самих плановых показателей.

Ресурсоемкость производства обуславливается имеющейся технологией производства и характеристиками используемого оборудования. Эти параметры остаются стабильными на протяжении длительного отрезка времени и могут быть изменены только за счет реконструкции, модернизации производства, замены имеющегося оборудования более современным и высокопроизводительным. Эти мероприятия требуют длительного времени на реализацию, поэтому способы коррекции задачи за счет изменения параметров производительности в работе не рассматриваются. Таким образом развязка противоречивых требований может быть осуществлена только за счет приобретения дополнительных ресурсов, требуемых для реализации проектов, из условия минимизации затрат на их приобретение или за счет минимального ухудшения плановых значений показателей проекта (увеличения стоимости, издержек по проекту, увеличения временных параметров, ухудшения качества проектных решений, применяемых ресурсов и т.д.) в рамках имеющихся запасов.

В этом случае для выбора стратегии проекта необходимо решать одну из нижеприведенных корректирующих задач:

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^* - \Delta_{g_0}]P[g_l(x) \geq g_l^*] \geq P_l^*; x \geq 0; x \in Q\}; \quad (2)$$

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*]P[g_l(x) \geq g_l^* - \Delta_{g_l}] \geq P_l^*; x \geq 0; x \in Q\}; \quad (3)$$

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*]P[g_l(x) \geq g_l^*] \geq P_l^*; x \geq 0; x \in Q^+\}; \quad (4)$$

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*]P[g_l(x) \geq g_l^*] \geq P_l^* - \Delta_{P_l}; x \geq 0; x \in Q\} \quad (5)$$

или одну из комбинированных задач, получаемых из обобщенной задачи вида

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^* - \Delta_{g_0}]P[g_l(x) \geq g_l^* - \Delta_{g_l}] \geq P_l^* - \Delta_{P_l}; \\ x \geq 0; x \in Q^+\}. \quad (6)$$

Здесь  $Q^+ = Q + \Delta Q$  – расширенное множество используемых ресурсов проекта,  $\Delta g_0$  и  $\Delta g_l$  – изменение величины плановых показателей проекта,  $\Delta P_l$  – изменение требуемого уровня достижения вероятности выполнения целеуказания относительно характеристик проекта, обеспечивающих совместность системы ограничений.

При этом необходимо учесть, что  $P[g_l(x) \geq g_l^*] + P[g_l(x) \leq g_l^*] = 1$  и соответственно значение вероятности выполнения условия  $P[g_l(x) \leq g_l^*] = 1 - P[g_l(x) \geq g_l^*] \leq 1 - P_l^* \leq P_l^{**} = \Phi(t_{g_l})$ , где

$\Phi(t)$  – интеграл вероятности. Последнее условие  $P[g_l(x) \leq g_l^*] \leq P_l^{**}$  эквивалентно назначению условия  $(g_l^* - v_{g_l}) / \sigma_{g_l} \leq t_{g_l}$ , где  $v_{g_l}$  и  $\sigma_{g_l}$  – соответственно математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение оцениваемого показателя  $g_l(x)$ ;  $t_{g_l}$  – значение безразмерного аргумента, соответствующее уровню вероятности  $P_l^{**} = 1 - P_l^*$ . Таким образом, исходное требование  $P[g_l(x) \geq g_l^*] \geq P_l^*$  может быть переписано через статистические характеристики показателя эффективности проекта в виде  $(g_l^* - v_{g_l}) / \sigma_{g_l} \leq t_{g_l}$ , а условие вида  $P[g_l(x) \geq g_l^*] \geq P_l^* - \Delta P_l$  эквивалентно назначению условия  $(g_l^* - v_{g_l}) / \sigma_{g_l} \leq t_{g_l} + \Delta t_{g_l}$  [3].

Решение корректирующих задач, обеспечивающих нахождение параметров стратегии проекта, можно выполнить такими методами:

- методом последовательной коррекции;
- методом ранжирования весов;
- методом Парето-оптимизации;
- методом оптимизации на покрытиях [3-5].

Рассмотрим кратко предложенные методы.

Метод последовательной коррекции заключается в следующем. Проанализируем все ограничения исходной задачи и разделим их на две группы: директивные ограничения - обязательные для выполнения, которые обозначим в виде  $g^d(x) \leq g^{d*}$  и рекомендуемые (необязательные, но желательные)

ограничения  $g^p(x) \leq g^{p*}$ . Предполагаем, что все директивные ограничения являются совместными. В противном случае задача решения не имеет. Рекомендуемые ограничения допускают нарушение ограничений. Однако эти ограничения должны быть минимальными. Ранжируем рекомендуемые ограничения по их важности, значимости для выполнения. Пусть значимость рекомендуемых ограничений  $g^{pj}(x) \leq g^{pj*}$  уменьшается по мере роста  $j$ . Тогда допустимая область совместного выполнения ограничений может быть получена путем последующего решения таких задач:

$$1) X^1 = \{ x \geq 0 \mid g^d \leq g^{d*}, (r^{(1)}, (g^{p1}(x) - g^{p1*})) \leq \alpha_1 \}; \quad (7)$$

$$2) X^2 = \{ x \geq 0 \mid (r^{(2)}, (g^{p2}(x) - g^{p2*})) \leq \alpha_2, x \in X^1 \}; \quad (8)$$

... ..;

$$3) X^m = \{ x \geq 0 \mid (r^{(m)}, (g^{pm}(x) - g^{pm*})) \leq \alpha_m, x \in X^{m-1} \} \quad (9)$$

и нахождения решения, обеспечивающего  $\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*] \mid x \in X^m\}$ .

Векторы  $\{r^{(j)}\}_{j=1}^m > 0$  представляют собой меру потерь качества характеристик проекта при коррекции плановых показателей в единицах критерия, приходящуюся на невязку условия  $g^{pj}(x) \leq g^{pj*}$ .

Метод ранжирования весов. Если в рассматриваемой задаче нет директивных ограничений, а оптимальный план оценивается одним выделенным критерием  $\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*]\}$ , то решение может быть получено как решение оптимизационной задачи вида

$$\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*] \mid (r_n^{(j)}, \sum_{j=1}^m (g_n^{pj}(x) \leq 1))\} \quad (10)$$

или задачи

$$\begin{aligned} &\max\{P[g_0(x) \geq g_0^*] \mid (r_n^{(j)}, \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot (g_n^{pj}(x) \leq 1)); \\ &\lambda_j \geq 0; \sum_{j=1}^m \lambda_j = 1\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $(r_n^{(j)}, \sum_{j=1}^m (g_n^{pj}(x) \leq 1))$  – обобщенная величина потерь,

связанных с нарушением системы характеристик проектов  $(g^{pj}(x) \leq g^{pj*})$ , приведенных к безразмерному виду  $(\frac{g^{pj}(x)}{g^{pj*}} \leq 1)$ ;

$\lambda_j$  – ранговые веса, упорядочивающие по предпочтительности выполнение ограничений; векторы  $\{r_n^{(j)}\}_{j=1}^m > 0$  представляют собой меру потерь характеристик проектов при коррекции плановых показателей, приходящуюся на невязку безразмерного условия.

Метод Парето-оптимизации. Если ввести в рассмотрение функции  $\phi_j(x) = (g^{pj}(x) - g^{pj*})$ , которые не упорядочены по важности, то исходной корректирующей задаче можно поставить в соответствие задачу Парето-минимизации вектора  $F(x) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)]$

на множестве  $M = \{x \geq 0 \mid \forall_j (g^{pj}(x) \leq g^{pj*})\}$ , т.е. задачу поиска

$\min_{\pi} \{ F(x) | x \in M \}$ . Если теперь выделить совокупность элементов этого множества  $\pi = \arg\{\min_{\pi} [ F(x) | x \in M ]\}$ , то исходная задача заключается в нахождении максимального значения  $\max\{ P[ g_0(x) \geq g_0^* ]$  на этом множестве, т.е.

$$\max\{ P[ g_0(x) \geq g_0^* ] | x \in \pi \}. \quad (12)$$

Метод оптимизации на покрытиях. Произвольно разобьем систему неравенств  $g^{pj}(x) - g^{pj*} \leq 0$  ( $j = \overline{1, m}$ ) на произвольные множества ее индексов  $N_k$ , таких, что  $N_m = \bigcup_{k=1}^s N_k$ , и выделим ограничения для каждого

множества в виде подсистем  $g^{pj}(x) - g^{pj*} \leq 0; j \in N_k; k = \overline{1, s}$ . Например, одно множество будет состоять из ограничений к вероятности выполнения плановых характеристик проекта, а другое – из ограничений к используемым ресурсам и плановым значениям показателей проекта. Совокупность подсистем называется покрытием системы [4]. Если все подсистемы совместны, то покрытие исходной системы называется совместным.

Найдем решение  $\tilde{x}^{(k)}$  для каждой из подсистем в виде подзадачи  $\max\{ P[ g_0(x) \geq g_0^* ] | x \in D_k \}$ , где  $D_k$  - множество решений,

определяемое подсистемой неравенств  $g^{pj}(x) - g^{pj*} \leq 0; j \in N_k; k = \overline{1, s}$ . Очевидно, что оптимальным решением всей задачи следует считать такую альтернативу, при которой величина отклонения от  $\max\{ P[ g_0(\tilde{x}^{(k)}) \geq g_0^* ]$  при значениях  $\tilde{x}^{(k)}$  для каждой из подсистем достигает минимального значения  $\delta$ . Такое решение может оказаться не оптимальным ни для одной из подсистем неравенств, но вместе с тем оно оказывается наилучшим решением с учетом всех ограничений одновременно.

Корректирующая задача в такой постановке формулируется таким образом. Найти  $\min \delta$  в области допустимого множества решений, ограниченного

областью  $D_m = \bigcup_{k=1}^s D_k$  при условии выполнения ограничения

$$g_0^* - g_0(\tilde{x}^{(k)}) / \sigma_{g_0} \geq t_{pk} - \rho_k \delta, (k = 1, \dots, s), (i = 1, \dots, n), \quad (13)$$

$t_{P_k}$  – значения безразмерного аргумента интеграла вероятности,

соответствующее значению  $\max\{P[g_0(\tilde{x}^{(k)}) \geq g_0^*]\}$ ;  $\rho_k$  – постоянные весовые коэффициенты, удовлетворяющие соотношению  $\sum_k \rho_k = 1$ . Выбор

значений весовых коэффициентов  $\rho_k$  будем интерпретировать как предпочтение подсистем друг перед другом, выраженное в количественной шкале.

**Выводы.** Рассмотренные методы позволяют произвести коррекцию плановых показателей проектов с целью обеспечения их совместности и получения эффективных стратегий в условиях параметрического разброса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Момот В.М. Вероятностная устойчивость задачи оперативного планирования. // Моделювання та інформаційні технології. – К.: НАНУ, ІПМЕ. – 2003. – Вип. 22. – С. 121-127.
2. Чумаченко И.В., Момот В.М. Выбор стратегии оперативного управления. // Управління проектами та розвиток виробництва: Зб.наук.пр. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2003. – № 3(8). – С. 123-130.
3. Чумаченко И.В., Момот В.М., Федоренко Н.М. Обеспечение ресурсов оперативного планирования в условиях параметрической неопределенности. // Управління проектами та розвиток виробництва: Зб.наук.пр. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2004. – № 3(11). – С. 116-122.
4. Еремин И.И., Мазуров В.Д., Астафьев Н.Н. Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования. – М.: Наука, 1983. – 336 с.
5. Мирзоахмедов Ф., Мошеев Л.И. Анализ несобственных задач линейного программирования и их приложения. – Киев. – 1990 – 24 с. (Препринт АН УССР, Институт кибернетики им. В.М. Глушкова, 90 - 30).

Стаття надійшла до редакції 10.06.2005 р.