

## Посилання на статтю

Дмитрук Є.В. Математичне моделювання репутації підприємства на ринку з фіксованими та хаотичними цінами / Є.В. Дмитрук // Управління проектами та розвиток виробництва: Зб.наук.пр. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2012. – № 4(44). – С. 109-115. – Режим доступу: <http://www.pmdp.org.ua/images/Journal/44/12devfhc.pdf>

УДК 519.2+658

**Е.В. Дмитрук**

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕПУТАЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯ НА РЫНКЕ С ФИКСИРОВАННЫМИ И ХАОТИЧЕСКИМИ ЦЕНАМИ**

Построены модели репутации предприятия на рынке с хаотическими ценами. Исследованы факторы, влияющие на репутацию предприятия, в условиях рынка с хаотически распределенными ценами. Установлена зависимость между начальным состоянием рынка и его репутацией. Ист. 9.

Ключевые слова: модель, предприятие, система, репутация, хаос, цена, аттрактор.

**Є.В. Дмитрук**

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕПУТАЦІЇ ПІДПРИЄМСТВА НА РИНКУ З ФІКСОВАНИМИ ТА ХАОТИЧНИМИ ЦІНАМИ**

Побудовані моделі репутації підприємства на ринку з хаотичними цінами. Досліджено фактори, що впливають на репутацію підприємства, в умовах ринку з хаотично розподіленими цінами. Встановлено залежність між початковим станом ринку і його репутацією. Дж. 9.

**E.V. Dmitruk**

### **MATHEMATICAL MODELING OF ENTERPRISE'S REPUTATION ON MARKET WITH FIXED AND CHAOTIC PRICES**

Models of enterprise's reputation on the market with chaotic prices are built. Factors influencing reputation of the company under market conditions with chaotic prices are investigated. Dependence between the initial state of the market and enterprise's reputation is set.

**Постановка проблеми.** Конкурентная борьба вынуждает предприятия применять различные методы для удержания определенного положения на рынке. Однако большинство таких методов не позволяет предприятию отличаться от конкурентов в глазах его стейкхолдеров. В то же время репутация предприятия, как интегральный показатель нематериальных факторов развития предприятия, существенным образом влияет на позицию предприятия на рынке. С помощью правильно построенной репутации предприятие получает неоспоримые конкурентные преимущества, позволяющие занять и удержать

определенную нишу на рынке. В связи с этим в последние годы увеличивается интерес к вопросам, связанным с созданием репутации предприятия. Однако несмотря на интерес к данному понятию и освещенность вопросов, связанных с влиянием репутации на положение предприятия на рынке, до сих пор проблеме моделирования хаотического рынка не было уделено достаточного внимания.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В последние годы область исследований, касающихся репутации предприятия, расширяется. Это связано с тем, что с помощью репутации предприятия получают возможность изменить свое положение на рынке определенного типа [1, 2, 3]. Однако в таких исследованиях прослеживается смешивание понятий. Это связано с тем, что репутация не может существовать отдельно от системы: как предприятия, так и рынка, на котором предприятие работает. Однако в зависимости от условий рынка информированность агентов рынка меняется, а с ней меняется и наполняемость понятия «репутация предприятия». В то же время исследованиями, посвященными динамическим хаотическим системам, занимается ряд ученых [4, 5, 6, 7, 8], однако они в основном не касаются вопросов репутации предприятия. Кроме того, в научной литературе не было исследований, касающихся репутации предприятия на рынке с хаотическими ценами, поэтому **целью статьи** является построение модели репутации предприятия в рамках рынка с хаотически возникающими ценами.

**Изложение основного материала исследования.** Определимся терминологически.

В данном исследовании под системой будем понимать множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, организованных для достижения одной или нескольких поставленных целей. Такой системой будем считать рынок, на котором работает предприятие.

Под репутацией предприятия будем понимать комплексную когнитивно-созерцательную характеристику предприятия, формируемую на основании сопоставления совокупности ценностей, присущих его внешним и внутренним стейкхолдерам, изменение которых во времени и пространстве опосредованно влияет на позицию предприятия на рынке [9].

Под хаосом будем понимать случайный процесс, который наблюдается в динамических системах, не подверженных влиянию шумов или каких-либо случайных сил [7].

Большая часть экономических процессов подчиняется детерминистским законам, которые являются теоретически предсказуемыми. Однако на практике предсказать поведение системы, коей является по своей сути рынок, на котором работает предприятие, зачастую оказывается невозможным из-за чувствительности системы к исходным условиям. Это означает, что две системы, которыми управляют по одинаковым законам, в какой-то момент будут находиться в сходном состоянии, а через относительно короткий момент времени станут сильно различаться по своему состоянию. Кроме того, невозможным является предсказать то, как эти системы будут себя вести через достаточно небольшой промежуток времени, поскольку придется не только принять в расчет большой объем данных, но и с такой точностью, что даже самые мощные компьютерные системы не справятся с такой задачей. Таким образом, целенаправленно введенное исходное состояние системы помогает спрогнозировать ее дальнейшее поведение на определенный, заранее рассчитанный промежуток времени.

Основной целью работы предприятия на рынке является получение оптимальной прибыли. Если предположить, что предприятия, входящие на данный рынок, находятся в одинаковых условиях, не имея привилегий, то

возможности получить одинаковую прибыль у любых двух предприятий все же будут различаться. Возможной причиной таких различий является различная репутация предприятия. Данное понятие может изменяться в зависимости от того, на каком рынке работает предприятие. Рассмотрим различные модели рынков.

Пусть  $\Omega$  – множество всех возможных состояний рынка,  $X_k$  – множество всех возможных действий предприятия. Если при заданном состоянии рынка  $\omega \in \Omega$  предприятие выбирает в соответствии с каким-то критерием оптимальное действие  $x_k \in X_k$ , то оно достигает экстремума  $F_k^{opt}$  функции цели  $F_k(\omega, x_k)$ . Как было сказано выше, для достижения поставленной цели предприятию необходимо использовать не только материальные, но и нематериальные ресурсы, интегральным показателем которых есть его репутация.

Рассмотрим возможные ситуации, влияющие на модельное представление репутации предприятия.

Предположим для начала, что предприятие работает на рынке, где  $n$  производителей предлагают однородную продукцию  $m$  потребителям с объемами потребления продукции  $k$ -го производителя  $S_{ik}$  ( $i = \overline{1, m}$ ) по цене  $\lambda_k$  (в простейшем случае  $\lambda_1 = \dots = \lambda_n = \lambda$ ) на данном рынке (в условиях совершенной конкуренции, простейшая модель ранка). В данном случае потребитель может самостоятельно выбирать любого производителя на рынке, поскольку каждый потребитель имеет свой индивидуальный критерий оценки удовлетворения собственных нужд, который описывается функцией предпочтения, своей для каждого потребителя, дающей распределение вероятностей

$$P_i(q_{i1}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), q_{i2}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \dots, q_{in}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)), \\ \sum_{k=1}^n q_{ik}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = 1,$$

где  $q_{ik}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  – вероятность удовлетворения всей потребности  $S_i$  продукцией  $k$ -го производителя в зависимости от распределения цен  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ .

Если обозначить через  $D_{ik}(\lambda_k) = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{k-1}, S_{ik}, 0, \dots, 0)$  функцию спроса на продукцию  $k$ -го производителя в предположении отсутствия всех других производителей, тогда функция спроса с учетом предпочтений можно представить в виде

$$D_i(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \sum_{k=1}^n D_{ik}(\lambda_k) q_{ik}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n).$$

Если предположить, что участникам рынка известны спрос  $(S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{in})$ ,  $i = \overline{1, 2, \dots, m}$  каждого потребителя на продукцию каждого

предприятия, то объем выпуска каждого предприятия совпадет с суммарным спросом на их продукцию, т.е.  $V_k = \sum_{i=1}^m S_{ik}$ . В таком случае можно говорить о состоянии равновесия на рынке. В таком случае на увеличение величины спроса  $D_{ik}(\lambda)$  влияет только репутация этого предприятия, которая сформировалась среди потребителей продукции предприятия сквозь призму достоинств и недостатков такой продукции, поскольку в условиях полной информированности все предприятия работают в равных условиях. Тогда в качестве числовой характеристики репутации можно использовать, например, величину

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^m S_{ik}}{\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m S_{ik}}. \quad (1)$$

Руководствуясь подобным модельным представлением, предприятие может превентивными методами управлять ситуацией, сложившейся на рынке. Однако такое толкование репутации является не единственным, поскольку условия равновесия на рынке не всегда можно обеспечить. Так, например, производственные мощности предприятия не могут удовлетворить весь спрос на его продукцию на данном рынке или время полного технологического цикла выпуска продукции больше времени продажи всей выпущенной партии продукции. В таких случаях, кроме отсутствия равновесия на рынке, имеет место недополученная прибыль [3].

Приближим полученное представление о репутации предприятия к более реальной модели рынка, в рамках которого цена на продукцию устанавливается каждым предприятием самостоятельно. В таком случае объемы потребления

$\sum_{i=1}^m S_{ik}$  продукции  $k$ -го предприятия будут непосредственно зависеть от цены  $\lambda_k$  на продукцию.

В рамках данной модели состояние рынка определяется не только набором объемов реализации продукции  $\omega = (V_1, V_2, \dots, V_{k-1}, V_{k+1}, \dots, V_n)$ , но и ценой реализации  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k-1}, \lambda_{k+1}, \dots, \lambda_n)$ . Предположение о рациональном поведении предприятия приводит к равенствам

$$V_j(\lambda_j) = \sum_{i=1}^m S_{ij}(\lambda_j) = S_j(\lambda_j), \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где величина спросов  $S_{ij}(\lambda_j)$ , в отличие от предыдущей модели, зависят от распределения цен  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ .

На таком рынке репутация определяется не только относительным спросом, поэтому нужно некоторое уточнение данного понятия. Так, объем потребления

$i$ -ым потребителем  $S_i = \sum_{k=1}^n S_{ik}$  является фиксированным и не зависит от распределения цен  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ . При этом при  $\lambda_k > \lambda'_k$  для  $k$ -ой компоненты функции спроса  $D_i(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_n) = (S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ik}, \dots, S_{in})$  выполняется соотношение  $S_{ik} \leq S'_{ik}$ .

Тогда репутацию  $k$ -го предприятия можно определить с помощью функций предпочтения:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^m q_{ik}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)}{m}. \quad (2)$$

Наиболее реалистичной является модель рынка, в рамках которого предприятие не может формировать цену на продукцию, основываясь только на личных предпочтениях, особенно в критические моменты. В этом случае действия предприятия зависят от действий конкурентов  $(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n)$  при данном состоянии рынка  $\omega \in \Omega$ . Однако в условиях отсутствия информации  $k$ -ому предприятию неизвестно не только состояние рынка, но и действия конкурентов. В связи с этим перед предприятием возникает проблема моделирования состояния рынка и действий конкурентов на основании имеющейся у него информации. В результате возникает «фантомное» представление о состоянии рынка  $\omega^* \in \Omega$ . В таком случае цены формируются хаотически.

Введем точное определение хаотического отображения [8]. Пусть  $M$  – метрическое пространство. Отображение  $f: M \rightarrow M$  называется хаотическим, если

- $f$  обладает неустойчивостью по отношению к заданию начальных условий;
- $f$  является топологически транзитивным;
- циклы отображения  $f$  плотны в пространстве  $M$ .

Если задано начальное состояние системы  $x(0) = x_0$ , то  $F^t(x_0)$  – фазовая траектория исходного положения системы. Это кривая, переводящая начальное состояние системы  $x(0) = x_0$  в конечное, т.е.  $\{x^{(i)}\}_{i=0}^{\infty}$ .

При этом если время пробегает дискретный ряд значений, то  $x_{n+1} = f(x_n)$ .

Будем считать, что отображение  $f$  неустойчиво по начальным условиям, если имеется некоторая величина  $\delta$  такая, что для некоторой точки  $x \in M$  и  $\varepsilon > 0$  существует точка  $y \in M$ , для которой  $dist(x, y) < \varepsilon$  и

$dist(f^{(n)}(x), f^{(n)}(y)) \geq \delta$  для некоторого  $n \in \mathbb{N}$ , где  $dist(\bullet)$  означает расстояние, а  $f^n(x)$  –  $n$ -я степень отображения  $f$ .

Отображение  $f$  называется транзитивным, если для любых двух открытых множеств  $U, V$  найдется такое число  $n$ , что  $f^{(n)}(U) \cap V \neq \emptyset$ .

Свойство плотности периодических траекторий означает, то в любой окрестности любой точки в  $M$  существует по крайней мере одна периодическая траектория, для которой справедливо равенство  $f^n(x_0) = x_0$  [7].

Таким образом, хаотическая система должна обладать тремя свойствами: непредсказуемостью (экспоненциальная неустойчивость), неразложимостью (транзитивностью) и элементом регулярности (плотность циклов).

Как было сказано выше, экстремум целевой функции зависит от начального состояния системы (рынка)  $\omega \in \Omega$ . В свою очередь выбор определенного действия  $x_k \in X_k$  предприятия зависит от того, какие исходные условия  $\omega_i$  присущи данному рынку. Поскольку изменение начальных условий влечет за собой изменение последующего поведения предприятия, то функция цели является хаотической функцией.

Действительно, мы можем предположить, что

$$x_0 = \omega \in \Omega \rightarrow x_1 = x_k \in X_k \rightarrow x_2 = F_k(\omega, x_k).$$

С течением времени состояние рынка может изменяться. При этом действия предприятия тоже изменяются в соответствии с требованиями рынка. Т.е.

$$x_2 = F_k(\omega, x_k) \rightarrow x'_0 = \omega \in \Omega \rightarrow x'_1 = x_k \in X_k \rightarrow x'_2 = F_k(\omega, x_k).$$

Если оценивать изменение состояние динамической системы в течение некоторого времени, то можно увидеть, что она совершает беспорядочные, на первый взгляд, движения. Однако исследовав ее более детально, можно прийти к выводу, что система движется лишь в пределах некоторой нормы, когда значения  $\omega \in \Omega$  и  $x_k \in X_k$  не выходят за пределы наперед заданных множеств  $\Omega$  и  $X_k$ .

При этом система будет совершать колебания вокруг состояния равновесия рынка, т.н. аттрактора. В данном случае в качестве аттрактора можно взять линию тренда. Действительно, для достижения цели предприятие старается работать в направлении тренда, который с изменением условий рынка трансформируется, однако соизмеряется с жизненным циклом предприятия. Это позволяет делать выводы о том, что колебания системы не являются беспорядочными, а лишь с увеличивающейся амплитудой колебаний. При трансформации аттрактор перестроится, в системе произойдет бифуркация, и мы будем иметь дело со второй степенью отображения исходного состояния системы, т.е.  $x_2 = f^1(x_0)$ . Таким образом, получаем фазовый портрет системы.

Следует отметить, что репутация будет являться одной из определяющих компонент в уравнении линии тренда. В таком случае на репутацию предприятия будет влиять начальное состояние рынка и другие участники рынка, а сама

репутация влияет на  $i$ -ю степень отображения исходного состояния системы. Значит, можно считать рынок, описанный в данной модели, динамической хаотической системой.

Таким образом, в динамической системе с хаотическими ценами репутацию можно определить, как и прежде, с помощью функций предпочтения, с учетом влияния случайной компоненты:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^m q_{ik}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)}{m} + \mu, \quad (3)$$

где  $q_{ik}$  – функция предпочтения  $i$ -м потребителем  $k$ -го предприятия;

$\lambda_i = \lambda_i(\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \varepsilon_{i3})$  – функция хаотических цен;

$\varepsilon_{i1}$  – компонента, отвечающая за рыночную конъюнктуру;

$\varepsilon_{i2}$  – компонента, отвечающая за ценовую политику конкурентов;

$\varepsilon_{i3}$  – компонента, отвечающая за систему ценностей потребителей продукции;

$\mu$  – случайная компонента, зависящая от начального состояния рынка  $\omega \in \Omega$  и действий агентов рынка  $x \in X$ .

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Построена модель репутации предприятия как участника рынка с ценами, подчиняющимися хаотическому распределению. Предложенные модельные представления позволили установить зависимость между состоянием рынка и репутацией предприятия на таком рынке, согласно которым, при некоторых естественных предположениях, положение предприятия на рынке является возрастающей функцией от его репутации.

К перспективам дальнейших разработок можно отнести исследование возможности применения индекса репутации предприятия с учетом динамической модели рынка.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ермаков Н.С. Модели репутации и норм деятельности / Ермаков Н.С., Иващенко А.А., Новиков Д.А. – М.: ИПУ РАН, 2005. – 67 с.
2. Новиков Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд / Д.А. Новиков. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2008. – 184 с.
3. Дмитрук Е.В. Модели экономической безопасности предприятия и его репутации / Дмитрук Е.В., Ляшенко А.Н., Таращанский М.Т. // Управління проектами та розвиток виробництва: Зб. наук. пр. – Луганськ: СНУ ім. В. Даля, 2010. – № 1(33). – С. 93-101.
4. Лебедев В.И. Моделирование динамических систем на основе временных рядов / Лебедев В.И., Смыкова Н.В., Лебедева И.В. – Ставрополь: Изд-во СевКав-ГТУ, 2005. – 42 с.
5. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: пер. с англ. / Э. Петерс. – М.: Мир, 2000. – 336 с.
6. Анищенко В.С. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы / Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1999. – 368 с.
7. Лоскутов А.Ю. Математические основы хаотических динамических систем: курс лекций / А.Ю. Лоскутов. – М.: МГУ, 2008. – 78 с.
8. Devaney R.L. An introduction to Chaotic Dynamical Systems (New York: Addison-Wesley Publ. Co., 1993, Second edition).

9. Дмитрук Є.В. Вплив репутації підприємства на його економічну безпеку: автореф. канд. екон. наук, спец.: 08.00.04 – Економіка та управління підприємствами / Є.В. Дмитрук. – Луганськ: Східноукраїнський нац. ун-т ім. В.Даля, 2011. – 21 с.

Рецензент статті  
Д.е.н., доцент Ляшенко О.М.

Стаття надійшла до редакції  
19.10.2012 р.