

К.Ш. Краснояружська

**МЕТОДОЛОГІЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕТЕРМІНОВАНОЇ  
БАГАТОПРОДУКТОВОЇ МОДЕЛІ ПОСТАВОК НА  
КОНКУРЕНТНОМУ РИНКУ**

Об'єктом дослідження є конкурентний ринок фармацевтичних товарів. Визначено систему оптимізаційних математичних моделей, що формалізують поведінку основних суб'єктів ринку у рамках децентралізованої мережі поставок лікарських засобів як складової фармацевтичного кошику. Розглянуто імплементацію необхідних умов наявності точки рівноваги ринку. Побудовано загальну схему алгоритму визначення обсягів матеріальних потоків поставок та оцінок рівноважних цін. Рис. 1, дж. 12.

**Ключові слова:** конкурентний ринок, логістична система, багатопродуктова модель, точка рівноваги

JEL O22

**Постановка проблеми та її зв'язок з науковою задачею.** Розвиток вітчизняного виробництва в сучасних умовах критичної обмеженості ресурсної бази можливий тільки через підтримку високотехнологічних галузей промисловості, що можуть скласти гідну конкуренцію на внутрішньому та зовнішньому ринках. Одним з таких перспективних напрямків є фармацевтична галузь. Фармацевтичні підприємства, що ефективно працюють, формують джерела відповідних податків, є важливим фактором наповнення територіальних та державного бюджету, генератором робочих місць, важелем розвитку суміжних галузей, включаючи систему підготовки висококваліфікованих кадрів через мережу спеціалізованих вищих навчальних закладів різних форм власності (комунальної, державної, приватної) або відповідних факультетів класичних національних університетів. Крім того, розвиток власної мережі фармацевтичних підприємств, зважаючи на значний соціальний ефект їх діяльності, скорочує період постачання життєво необхідних якісних ліків тим споживачам, які мають в них нагальну необхідність, знижує рівень імпортозалежності країни, відповідно, рівень впливу інфляційних процесів, тобто є складовою національної (зокрема, економічної) безпеки кожної держави [1].

Теоретичною базою визначення кількісних характеристик розвитку фармацевтичної галузі з урахуванням спрямованості та сили впливу факторів зовнішнього та внутрішнього середовища, у тому числі параметрів сучасного стану фармацевтичного ринку, котрий можна вважати досконало конкурентним, є система моделей (динамічних та статичних) конкурентного ринку.

Така формалізація на основі аналітичних залежностей попиту та пропозиції, які генеруються основними гравцями ринку, дозволяє знайти точку рівноваги ринку з урахуванням конкуренції суб'єктів мережі поставок, які конкурують таким чином, що кожен з них, що не домовляючись з іншими, намагається максимізувати свій прибуток. Така мережа поставок є децентралізованою.

Дана публікація є продовженням дослідження [2], та її **метою є** розробка методики розв'язання задачі визначення характеристик рівноваги багато продуктової децентралізованої мережі поставок на прикладі ринку фармацевтичних товарів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Ґрунтовний аналіз сучасного стану фармацевтичного ринку України, механізми його функціонування, зовнішнє

середовище, внутрішня структура розглядаються у дослідженнях [1,3]. Роботи [4, 5] присвячено моделюванню фармацевтичного ринку як логістичної системи (ланцюгу поставок) та розвитку інструментальних засобів визначення її оптимальних характеристик, зокрема точки рівноваги. З цією метою виділено такі суб'єкти ринку, як виробники фармацевтичних товарів (далі позначається як множина  $S_1$ ), дистриб'ютери - оптово-посередницькі фірми, господарські оптово-розничні аптечні склади та бази (множина  $S_2$ ), ритейлери – аптечні підприємства (множина  $S_3$ ), а також кінцеві споживачі фармацевтичних товарів та розглянуто підходи до формування основних функцій, які задають поведінку суб'єктів ринку. В [6] в якості кінцевих споживачів автори розглядають медичні заклади, і формують процедуру досягнення стратегічних цілей цих ключових стейкхолдерів з точки зору проектно-орієнтованого підходу.

Математичні моделі (оптимізаційні та імітаційні) одно- та багатопродуктових ланцюгів поставок та методів їх реалізації розвиваються у дослідженнях [7, 8]. В цілому аналіз наукової літератури показує, що питання розробки та вдосконалення методології теорії та методів дослідження операцій, що активно розглядаються в науковій літературі за кордоном, знаходиться практично поза увагою вітчизняних вчених, хоча розмаїття практичних постановок задач та особливості функціонування ринкових відносин в умовах національної економіки визначають нагальність вирішення цих питань. Серед небагатьох таких робіт вітчизняних авторів, що наразі формують даний науковий напрямок з оптимізації логістичних систем, що розглядаються, необхідно вказати наукові роботи [9-12].

**Виклад основного матеріалу.** Базовою характеристикою фармацевтичного ринку України є фармацевтичний кошик, що містить лікарські засоби, виробі медичного призначення (ВМП), косметики і дієтичні добавки.

Розглянемо всі лікарські засоби у вигляді двох великих груп: **група 1** – патентно чисті товари та генерики, що імпортуються, **група 2** – генерики вітчизняного виробництва.

Відповідно до такого подання у дослідженні [8], множина  $S_1$  виробників лікарських засобів як суб'єктів ринку визначається як

$$S_1 = S_{11} \cup S_{12},$$

де  $S_{11}$  – іноземні виробники,  $S_{12}$  – вітчизняні корпорації.

У якості одиниці товару приймемо упаковку лікарського засобу з параметрами:  $p_i$  – середня вартість упаковки,  $q_i$  – кількість випуску,  $i=1,2$ .

Виділимо певний осередок  $D_{uv}$  попиту, в якому вважатимемо попит однорідним щодо географічної локації  $u$  та виду лікарського засобу  $v$ , і далі опустимо індекси  $u, v$  для прозорості викладення.

Таким чином, об'єктом даного дослідження є ринок одного товару, а саме – певного лікарського засобу або групи лікарських засобів, ідентичних або схожих за дією, але з двох груп (група 1 та група 2), тобто розглядається двопродуктова задача оптимізації ланцюгу поставок.

Далі вважатимемо множини  $S_1, S_2, S_3$  відповідними множинами індексів:  $|S_1| = 2, |S_2| = J, |S_3| = K$ .

Принцип функціонування логістичного ланцюгу є таким. Кожний  $i$ -й виробник з  $S_1$  передає  $j$ -му дистриб'ютору,  $j \in S_2$ , кількість  $q_{ij}$  продукції за ціною  $p_{ij}$  одиниці товару. Кількість  $q_{ijk}$  продукції  $i$ -го виду за ціною  $p_{ijk}$  одиниці продукції передається  $j$ -м дистриб'ютором  $k$ -му ритейлеру,  $k \in S_3$ . Загальна кількість товару  $i$ -го виду, яку акумулює  $k$ -й ритейлер за ціною  $p_{ik}$  одиниці товару, визначається детермінованою функцією попиту  $d_{ik}(p_{ik})$ .

Матеріальні потоки між множинами виробників і дистриб'юторів, а також між множинами дистриб'юторів і ритейлерів характеризуються вектором  $Q$  кількостей

товарів (рис. 1):

$$Q = (q_{13}, \dots, q_{1\mu}, q_{23}, \dots, q_{2\mu}, \dots, q_{ijk}, \dots, q_{2(J+2)\eta}),$$

$$i=1,2; j \in S_2, k \in S_3, \mu=J+2, \eta=J+2+K.$$

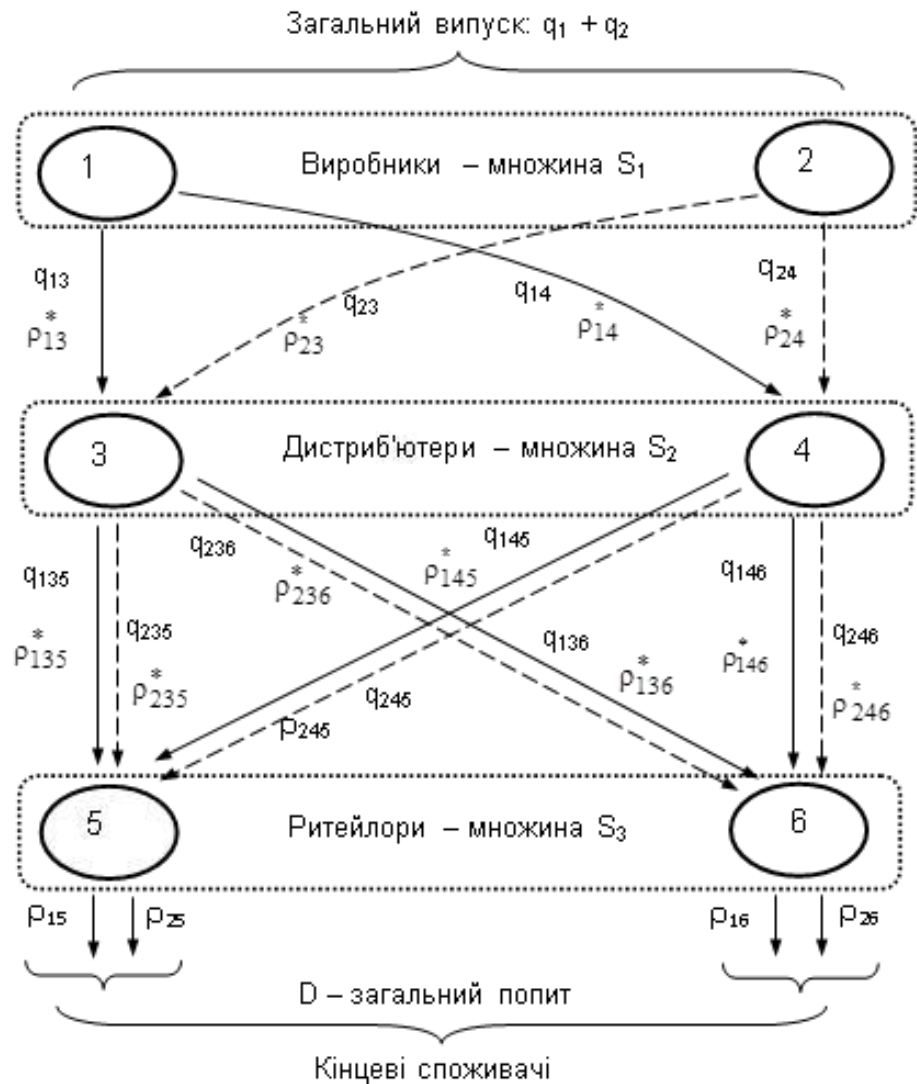


Рис. 1. Ланцюг поставок лікарських засобів у випадку |S<sub>1</sub>| = 2, |S<sub>2</sub>| = 2, |S<sub>3</sub>| = 2

Згідно з [2], система математичних моделей процесу взаємодії суб'єктів багатопродуктової децентралізованої мережі поставок складається з трьох оптимізаційних моделей, які наведено нижче.

**Виробники.** Поведінка виробників на ринку визначається функціями доходу  $\sum_{j \in S_2} p_{ij} q_{ij}$ , причому вважається, що ціна  $p_{ij}$  одиниці товару  $i$ -го виробника залежить

від обсягу партії, що постачається:  $\rho_{ij} = \rho_i^r - \beta_i q_{ij}$ . Таким чином, задача максимізації функції доходу  $i$ -го виробника є такою:

$$\sum_{j \in S_2} \rho_{ij}^* q_{ij} \rightarrow \max, \quad (1)$$

за умов

$$q_{ij} \geq 0, \rho_{ij}^* \geq 0, j \in S_2, \quad (2)$$

де ціна  $\rho_{ij}^*$  одиниці товару, переданої  $i$ -м виробником  $j$ -му дистриб'ютору, відповідає стану рівноваги всієї мережі поставок.

Іншими словами, в даній моделі вважається, що витрати виробника є постійними.

**Дистриб'ютори** приймають до уваги міркування щодо величин доходу, транзакційних  $c_{ij}(q_{ij})$  та операційних  $c_j(q_j)$ ,  $q_j = q_{j1} + q_{j2}$ ,  $j \in S_2$ , витрат відповідно, керуючись функцією добутку  $\mathfrak{Z}_j(\rho_{ijk}^*, q_{ij}, q_{ijk})$

$$\mathfrak{Z}_j(\rho_{ijk}^*, q_{ij}, q_{ijk}) = \sum_{k \in S_3} \sum_{i=1,2} \rho_{ijk}^* q_{ijk} - \left[ c_j(q_j) + \sum_{i=1,2} c_{ij}(q_{ij}) + \sum_{i=1,2} \rho_{ij}^* q_{ij} \right]. \quad (3)$$

Коефіцієнти лінійних функцій операційних та транзакційних витрат вважатимемо константами:  $c_j(q_j) = c_j(q_{j1} + q_{j2})$ ,  $c_{ij}(q_{ij}) = c_{ij} q_{ij}$ .

Таким чином, розглядається задача

$$\mathfrak{Z}_j(\rho_{ijk}^*, q_{ij}, q_{ijk}) \rightarrow \max \quad (4)$$

При цьому мають виконуватися обмеження

$$q_{1j} = \sum_{k \in S_3} q_{1jk}, \quad q_{2j} = \sum_{k \in S_3} q_{2jk}, \quad (5)$$

що означають необхідність розподілу між ритейлорами всього обсягу товарів, отриманого  $j$ -м дистриб'ютором від виробників обох типів.

Задача (4)–(5) є задачею умовної, в загальному випадку нелінійної оптимізації, з обмеженнями-рівностями (5), причому ціна  $\rho_{ijk}^*$  одиниці товару, переданої  $j$ -м дистриб'ютором  $k$ -му ритейлеру, відповідає стану рівноваги всієї мережі поставок.

Поведінка  $k$ -го **ритейлора** задається функцією доходу  $\sum_{i=1,2} \rho_{ik} \sum_{j \in S_2} q_{ijk}$ ,

лінійними функціями операційних  $c_k(q_k) = c_k \sum_{i=1,2} \sum_{j \in S_2} q_{ijk}$  та транзакційних

$c_{ijk}(q_{ijk}) = \sum_{i=1,2} \sum_{j \in S_2} c_{ijk} q_{ijk}$  витрат відповідно.

Тоді задача максимізації прибутку  $\mathfrak{Z}_k(\rho_{ijk}^*, \rho_{ik}, q_{ijk})$

$$\mathfrak{Z}_k(\rho_{ijk}^*, \rho_{ik}, q_{ijk}) = \sum_{i=1,2} \rho_{ik} \sum_{j \in S_2} q_{ijk} - \left[ c_{ijk}(q_{ijk}) + c_k(q_k) + \sum_{i=1,2} \sum_{j \in S_2} \rho_{ijk}^* q_{ijk} \right]$$

k-го ритейлора має вигляд:

$$\mathfrak{Z}_k(\rho_{ijk}^*, \rho_{ik}, q_{ijk}) \rightarrow \max, \quad (6)$$

за умови

$$\sum_{j \in S_2} q_{ijk} = d_{ik}(\rho_{ik}), \quad i=1,2, \quad (7)$$

де  $d_{ik}(\rho_{ik}) = (D_{ik0} - \delta_{ik}\rho_{ik})$  – функція попиту споживача товару i-го виду у k-го ритейлера.

Вважається також, що попит задовольняє залежність

$$d_{ik}(\rho_{ik}) \in [\underline{D}_{ik0}, \bar{D}_{ik0}]. \quad (8)$$

Тоді задача (5) – (6) є задачею умовної лінійної оптимізації.

*Зауваження 1.* Для задач (4-5) та (6–8) мають місце обмеження на невід’ємність незалежних змінних:

$$q_{ijk} \geq 0, \quad \rho_{ijk}^* \geq 0, \quad \rho_{ik} \geq 0. \quad (9)$$

**Розв’язання** оптимізаційних математичних моделей (1-2), (4-5), (6-8), (9) процесу взаємодії суб’єктів двопродуктової децентралізованої мережі поставок базується на застосуванні необхідних умов оптимальності першого порядку для задачі (1) – (2) та побудови функції Лагранжа задач (4) – (5), (6) – (8) відповідно.

**Задача (1-2).** Необхідна умова максимуму функції доходу i-го виробника – це система рівнянь

$$\frac{\partial}{\partial q_{ij}} \left\{ \sum_{j \in S_2} \rho_{ij}^* q_{ij} \right\} = 0, \quad j \in S_2, \quad (10)$$

розв’язком якої є значення

$$\rho_{ij}^* = \frac{\rho_i^r}{2\beta_i}, \quad j \in S_2. \quad (11)$$

Із (11) випливає, що максимальне значення функції доходу i-го виробника досягається при розподілі продукції рівновеликими частками серед множини дистриб’ютерів, або, принаймі приблизно однаковими. Це означає, що ціни  $\rho_{ij}^*$  i-го виробника  $j \in S_2$  з точки зору виробника також мають бути однаковими.

Для визначення оптимального розв’язку задачі (4) – (5) визначення

максимального прибутку дистриб'ютора як задачі умовної оптимізації, побудуємо функцію Лагранжа  $L(\gamma_{ij}, q_i, q_{ijk})$ :

$$L(\gamma_{ij}, q_i, q_{ijk}) = \sum_{k \in S_3} \sum_{i=1,2} \rho_{ijk}^* q_{ijk} - \left[ c_j(q_j) + \sum_{i=1,2} c_{ij} q_{ij} + \sum_{i=1,2} \rho_{ij}^* q_{ij} \right] + \gamma_{ij} (q_{ij} - \sum_{k \in S_3} q_{ijk}), \quad (12)$$

де змінні  $\gamma_{ij}$  є множниками Лагранжа.

Необхідні умови оптимальності першого порядку функції (12) мають вигляд:

$$\frac{\partial L(\gamma_{ij}, q_{ij}, q_{ijk})}{\partial q_{ij}} := -c_j - c_{ij} - \rho_{ij}^* + \gamma_{ij} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial L(\gamma_{ij}, q_{ij}, q_{ijk})}{\partial q_{ijk}} := \rho_{ijk}^* - \gamma_{ij} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial L(\gamma_{ij}, q_{ij}, q_{ijk})}{\partial \gamma_{ij}} := q_{ij} - \sum_{k \in S_3} q_{ijk} = 0. \quad (15)$$

Відмітимо, що умови рівноваги (13) – (14) для  $j$ -го дистриб'ютора виражаються у рівності суми маржинальних витрат дистриб'ютора та ціни закупки  $(c_j + c_{ij} + \rho_{ij}^*)$  ціні  $\rho_{ijk}^*$  продажу одиниці товару  $k$ -му ритейлеру:

$$\rho_{ijk}^* = (c_j + c_{ij} + \rho_{ij}^*), \quad (16)$$

причому у положенні рівноваги ціна продажу  $j$ -м дистриб'ютором одиниці товару  $i$ -ї групи має бути однаковою для всіх ритейлерів.

Задача (6) – (9) максимізації доходу  $i$ -го ритейлора також потребує побудови функції Лагранжа  $L(\sigma_{ijk}, q_{ijk}, \rho_{ik})$ , де змінні  $\sigma_{ik}$  є множниками Лагранжа, вигляду

$$L(\sigma_{ijk}, q_{ijk}, \rho_{ik}) = \sum_{i=1,2} \rho_{ik} \sum_{j \in S_2} q_{ijk} - \left[ \sum_{j \in S_2} c_{jk} \sum_{i=1,2} q_{ijk} + c_k(q_k) + \sum_{i=1,2} \sum_{j \in S_2} \rho_{ijk}^* q_{ijk} \right] + \sigma_{ik} (d_{ik}(\rho_{ik}) - \sum_{j \in S_2} q_{ijk}). \quad (17)$$

З необхідних умов оптимальності першого порядку функції Лагранжа (14)

$$\rho_{ijk}^* + c_{jk} + c_k \begin{cases} = \rho_{ik} - \sigma_{ik}, & \text{if } q_{ijk} > 0, \\ > \rho_{ik} - \sigma_{ik}, & \text{if } q_{ijk} = 0, \end{cases} \quad (18)$$

впливає, що для забезпечення рівноваги ринку ціна продажу  $\rho_{ik}$ , згідно з (18),

має бути більша за суму маржинальних витрат ритейлора та ціни  $\rho_{ijk}^*$  закупки одиниці товару. Більш того, за постановкою умовної задачі на максимум кількість продукції  $i$ -го типу, що є у розрядженні  $k$ -го ритейлора, має бути не більшою за величину попиту  $d_{ik}(\rho_{ik})$ .

**Зауваження 1.** Згідно з умовами доповнюючої нежорсткості за теоремою Куна-Такера, множники  $\sigma_{ik}$  приймають додатні значення, якщо умова (7) виконується як рівність, та дорівнюють нулю в іншому випадку.

**Зауваження 2.** Доповнимо систему обмежень на множині припустимих значень незалежних змінних задачі обмеженням на значення  $\sigma_{ik}$ :

$$0 \leq \sigma_{ik} \leq \sigma_{ik}^{\max}, \quad (19)$$

наприклад, в межах торгівельної націнки:  $\sigma_{ik} \leq 0,3(\rho_{ijk}^* + c_{jk} + c_k)$ .

На основі теоретичного аналізу особливостей наведених математичних моделей пропонується така двоетапна ітераційна схема методики розв'язання задачі визначення положення рівноваги логістичного ланцюгу, що розглядається.

**Етап 1.** Оцінка загальної пропозиції ( $q_1 + q_2$ ) товару на ринку та рівноважних цін  $\rho_{ij}^*$ ,  $\rho_{ijk}^*$ ,  $\rho_{ik}$ . У стані рівноваги загальна пропозиція має дорівнювати попиту на товар, тобто:

$$q_i \in \left[ \sum_{k \in S_3} D_{ik0}, \sum_{k \in S_3} \bar{D}_{ik0} \right], i=1,2. \quad (20)$$

Основна задача сформульована таким чином, що припускає послідовний розгляд задач за видами продукції.

Таким чином, оптимізаційна задача першого етапу є такою:

$$\text{визначити } \sum_{j \in S_2} \rho_{ij}^* q_{ij} \rightarrow \max, \text{ (функція мети (1))}$$

за умов (2), (7), (9), (16) (18 – 20).

Очевидно, це задача квадратичного програмування.

**Етап 2.** Визначення оптимальних обсягів потоків товарів  $q_{ijk}$ , тобто розв'язання задач (4-5) та (6-9), вважаючи ціни  $\rho_{ij}^*$ ,  $\rho_{ijk}^*$ ,  $\rho_{ik}$  та загальний обсяг товарів екзогенними параметрами. За умови виконання Етапу 1 це задачі лінійного програмування.

**Висновки.** Таким чином, проведено дослідження системи оптимізаційних математичних моделей, що формалізують поведінку основних суб'єктів конкурентного ринку фармацевтичних товарів. Розглянуто імплементацію необхідних умов наявності точки рівноваги ринку. Сформульовано загальну схему алгоритму визначення обсягів матеріальних потоків поставок та оцінок рівноважних цін, що складається з композиції розв'язання двох взаємозалежних підзадач – визначення загального обсягу товарів, що обертаються на ринку, якщо ринок знаходиться у положенні, близькому до рівноваги, та рівноважних цін, а також визначення обсягів рівноважних товарних потоків між суб'єктами ринку.

**Перспективи подальших досліджень.** Найбільш перспективними напрямками подальших досліджень щодо оптимізації логістичної системи як форми подання конкурентного ринку є розвиток представлених моделей з точки зору урахування впливу інфляції, тобто розгляд функціонування ринку у турбулентному зовнішньому середовищі та розробка інструментальних засобів алгоритмічної та програмної реалізації моделей визначення рівноважного стану фармацевтичного ринку.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Доровской, А.В. Состояние и перспективы развития фармацевтического рынка Украины / А.В. Доровской // Проблемы экономики. – 2014. – № 3. – С. 71-80.
2. Тимофеев, В.О. Моделирование многоагентной децентрализованной сети поставок номенклатуры товаров / В.О. Тимофеев, К.Ш. Краснояружська, М.В. Новожилова // Соціально-економічний розвиток регіонів в контексті міжнародної інтеграції. – 2016. – № 20 (9).
3. Голубка, В.М. Механизм регулирования фармацевтического рынка: сущность, классификация та роль у забезпеченні конкурентоспроможності / В.М. Голубка // Економічний форум. – 2015. – № 2. – С. 18-30.
4. Nagurney, A. Multiproduct Supply Chain Network Design with Applications to Healthcare / A. Nagurney, M. Yu., Q. Qiang // The 22nd Annual Conference of POMS, April 29-May 2, 2011. – Reno, USA. – P.230-239.
5. Papageorgiou, L.G. Strategic supply chain optimization for the pharmaceutical industries / L.G. Papageorgiou, G.E. Rotstein, N. Shah // Industrial and Engineering Chemistry Research. – 2001. – № 40. – P. 275-286.
6. Гайдаєнко, О.В. Стейкхолдери медичних проєктів / О.В. Гайдаєнко, К.В. Кошкін // Управління проєктами та розвиток виробництва. – 2016. – №2(58). – С. 12-18.
7. Ge H. Supply chain complexity and risk mitigation – A hybrid optimization–simulation model / H. Ge, J. Nolan, R. Gray, S. Goetz, Y. Han // Int. J. Production Economics. – 2016. – № 179. – P. 228–238.
8. Bahrapoura, P. Modeling Multi-Product Multi-Stage Supply Chain Network Design / P. Bahrapoura, M. Safarib, M. Taraghdaric // Procedia Economics and Finance. – 2016. – №36. – P. 70-80.
9. Цюцюра, С.В. Використання компонента GMap.NET в інформаційній системі оперативного управління логістикою вантажоперевезень у будівництві / С.В. Цюцюра, О.В. Федусенко, А.О. Федусенко, М.І. Цюцюра // Управління розвитком складних систем. – 2016. – № 26. – С. 129-133.
10. Новожилова, М.В. Решение детерминированной задачи оптимизации трехуровневой сети поставок одного товара / М.В. Новожилова, И.В. Штань // АСУ та прилади автоматики. – 2014. – № 167. – С. 32-36.
11. Novozhylova, M.V. Modeling and Optimization of the Decentralized Supply Network Under Budget Constraints / M.V. Novozhylova, I.A. Chub, M.N. Murin // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol. 51. – № 6. – P. 905-914.
12. Новожилова, М.В. Визначення характеристик довгострокової рівноваги на конкурентних ринках в турбулентному середовищі / М.В. Новожилова, К.Ш. Краснояружська // Вісник ЗНУ. – 2016. – № 3. – С. 85-92.

Рецензент статті  
д.е.н., проф. Бузько І.Р.

Стаття рекомендована до  
публікації 02.12.2016 р.