клієнтів і можливості їх поліпшення. Крім того, аудит логістики дає змогу вказати на слабкі сторони логістичних систем та процесів, що, своєю чергою, сприяє покращанню ефективності їх функціонування.


### *Література*

1.Закон України "Про аудиторську діяльність" від 22.04.1993р. №3125-XII.

2.*Крикавський Є.В.* Логістика – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2004. – 416 с.

3. *Ларіна Р.Р.* Логістика: Навчальний посібник.- Д.: ВІК, 2005.- 335С.

*4.Ларіна Р.Р.* Логистика в управлении организационно-экономическими системами: монография / Р.Р. Ларина, В.Л. Пилюшенко, В.Н. Амитан. – Д., 2003. - 239 с.

*5.Загородній А.Г., Вознюк Г.Л.* Фінансово-економічний словник. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. – 714 с.

6.*Николайчук В.Е.* Теория и практика управления материальными потоками (логистическая концепция) : монография / В.Е. Николайчук, В.Г. Кузнецов. -Донецк : КИТИС, 1999. - 413 с.

7. *Окландер М.А.* Логістична система підприємства: Моногр. - О.: «Астропринт», 2004. – 312 с.

8.*Доналд ДЖ. Бауэрсокс, Дейвид Дж. Клосс* Логистика: интегрированя цепь поставок. 2-е изд. / [Пер. с англ. Н.Н. Барышниковой, Б.С. Пинскера] / - М.: ЗАО «Олимп - Бизнес», 2008. – 640 с.: ил.


УДК 519.876.3

## МОДЕРНІЗОВАНИЙ УГОРСЬКИЙ МЕТОД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ

***Гужевська Л.А., кандидат технічних наук***

**Постановка проблеми.** При вирішенні транспортних задач, або як їх ще називають «Т»-задач, часто виникає проблема побудови контура. Якщо у класичній транспортній задачі контур замкнутий і будується по заповнених клітинках, то у задачі про призначення ця процедура дещо складніша. Як показує практика, студентам важко зрозуміти і запам'ятати багатокрокові операції, особливо, якщо перетворення не обов'язкові до виконання (можуть виконуватись, або ні, у залежності від умов). Класичний угорський метод передбачає побудову саме такого контру.

**Постановка завдання.** Для вирішення даної проблеми пропонується модернізований угорський метод, що передбачає раціональний підхід до початкової розстановки позначок над нулями, що позбавить необхідності робити додаткові перетворення на цьому етапі.

**Загальна постановка задачі. Маємо** *n* видів робіт та *n* претендентів (працівників, механізмів, та ін.). для їх виконання. Кожен претендент може використовуватися на будь-якій роботі. Продуктивність *i-го* претендента на *j-ій* роботі ($c_{ij}$) задана квадратичною матрицею виду:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Введемо змінні:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 - \text{якщо j - та робота виконується i - м виконавцем,} \\ 0 - \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (1)$$

де i, j = 1, 2, ... n;

Оскільки кожного претендента можна призначити лише на одну роботу, і на кожну роботу можна призначити лише одного претендента, тому вводимо обмеження:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1,2...n; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1,2...n;$$

Необхідно так розподілити претендентів по роботам (обрати послідовність елементів $\{c_1, c_2, ... c_n\}$з квадратичної матриці) аби сумарна продуктивність була максимальною. Тобто, необхідно максимізувати вираз:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to max \qquad (3)$$

**Основний матеріал дослідження.** Класичний угорський метод вирішення задачі "Про призначення" складається з попереднього етапу та не більше чим *n-2*, послідовно проведених ітерацій. Результатом кожної ітерації є збільшення кількості *незалежних нулів* на одиницю.

*Незалежними нулями* квадратичної матриці *С* називатимемо нульові елементи ($z_1$, $z_2$, … $z_k$), якщо для будь-якого $1 \le i \le k$ рядок та стовпчик, на пересіченні яких лежить елемент $z_i$ не має елементів $z_k$ для всіх $k \ne i$ . Як тільки кількість незалежних нулів стане рівною *n*, вирішення задачі припиняється.

***Попередній етап***

На цьому етапі виконуються два послідовних перетворення матриці С, в результаті чого одержують еквівалентну їй невід'ємну матрицю $C''$, в кожному рядку і стовпчику якої є хоча б один нуль.

а) Перше перетворення проводять з усіма стовпчиками матриці С – з максимального елементу *j-го* стовпчика віднімають елементи цього стовпчика.

$$C = (c_{ij}) \to C' = (\max c_{ij} - c_{ij}) \qquad (4)$$

Одержана матриця $C'$ є невід'ємною і в кожному стовпчику містить хоча б один нуль.

б) Друге перетворення проводиться з рядками матриці $C'$ – з елементів *і-го* рядку матриці $C'$ віднімається мінімальний елемент цього рядку:

$$C' = (c'_{ij}) \to C'' = (c'_{ij} - \min c'_{ij}) \qquad (5)$$

Якщо в кожному рядку та стовпчику матриці $C'$ вже є хоча б один нуль, то друге перетворення не проводиться.

Відмічаємо довільний нуль у першому стовпчику зірочкою ($^*$). Переходимо до другого стовпчика – якщо в ньому є нуль, розташований у рядку, що не містить $0^*$, то також відмічаємо його зірочкою. Аналогічно проглядаємо всі стовпчики матриці $C''$.

Очевидно, що нулі матриці $C''$, відмічені зірочкою, по побудові, є – незалежними.

***(k + 1) –ша ітерація***

Маємо матрицю для подальших перетворень. Якщо в матриці кількість нулів із зірочкою дорівнює *n,* то процес вирішення задачі закінчується. Якщо ж число $0^* < n$ то переходимо до *(k + 1)-ої* ітерації. Кожна ітерація починається першим і закінчується другим етапом. Між ними може декілька раз проводитися пара етапів: третій – перший. Перед початком ітерації значком "+" виділяють стовпчики матриці, які містять нулі з зірочкою.

*1. Перший етап*

Переглядаються невиділені стовпчики матриці. Якщо серед них відсутній нульовий елемент, то переходять до третього етапу. Якщо ж невиділений нуль матриці знайдено, то можливі наступні два варіанти:

рядок, що містить невиділений нуль, містить також і нуль із зірочкою;

рядок не містить нуля із зірочкою

У випадку 1.1. невиділений нуль відмічають штрихом і виділяють рядок, в якому він знаходиться, знаком "+" справа від нього. Потім знищують "+", обводячи його рамочкою, над стовпчиком, на пересічені якого з даним виділеним рядком міститься $0^*$.

Далі знову продивляються невиділені стовпчики, відшукуючи в них невиділені нулі. Цей процес за кінцеву кількість кроків закінчується одним з наступних результатів:

ІА – є невиділений нуль у рядку, де відсутній $0^*$. У цьому випадку переходять до другого етапу, відмітивши останній по порядку нуль штрихом.

ІВ – всі нулі матриці виділені, тобто знаходяться у виділених стовпчиках або рядках. В цьому випадку переходять до третього етапу.

У випадку 1.2., відмітивши останній нуль штрихом, одразу переходять до другого етапу.

*2. Другий етап*

Будуть наступний ланцюг з нульових елементів матриці: останній відмічений штрихом нуль $\rightarrow$ нуль із зірочкою, що розташований в одному стовпчику з нулем із штрихом $\rightarrow$ нуль зі штрихом, що розташований в одному рядку з попереднім нулем із зірочкою $\rightarrow$ і т.д. Цей ланцюг утворює рух від $0^{'} \rightarrow 0^{*}$ по стовпчику, та від $0^{*} \rightarrow 0^{'}$ по рядку и т.д.

Можна сказати, що описаний алгоритм побудови ланцюга має закінчення. При цьому ланцюг завжди починається і закінчується $0^{'}$ (можливо, що ланцюг буде складатися лише з одного $0^{'}$).

Далі, над елементами ланцюга $0^{'}$ ставлять зірочки, знищуючи їх над $0^{*}$. Потім знищують всі штрихи над елементами матриці та всі знаки "+". При цьому кількість незалежних нулів буде збільшено на одиницю; *(к+1)-ша* ітерація закінчена.

*3. Третій етап*

До цього етапу переходять після першого, якщо всі нулі матриці виділені, тобто знаходяться у виділених рядках та стовпчиках. У такому випадку серед невиділених елементів матриці обирають мінімальний і позначають його $h > 0$. Далі величину $h$ віднімають від усіх елементів матриці С, розташованих у невиділених рядках, і додають до всіх елементів, що розташовані у виділених стовпчиках. Одержують нову матрицю $C^{(1)}$ еквівалентну С.

Оскільки серед невиділених елементів матриці $C^{(1)}$ з'являться нові нулі, то переходять до першого етапу. При цьому, замість матриці С розглядають матрицю $C^{(1)}$. Закінчивши перший етап переходять або до другого, або знову повертаються до третього етапу, якщо всі нулі матриці $C^{(1)}$ виявляються виділеними.

Після конечної кількості перетворень черговий перший етап обов'язково закінчиться переходом до другого етапу і кількість незалежних нулів збільшиться на одиницю, тобто *(к+1)-ша* ітерація буде закінчена.

**Модернізований угорський метод вирішення задачі.** У ньому попередній етап - такий же як і у класичному методі, а перший та другий етапи змінюються на наступний: переглядаємо стовпчики. Якщо у стовпчику є лише 1 нуль, позначаємо його зірочкою. Умовно викреслюємо рядочок і стовпчик, у якому знаходиться нуль із зірочкою. Далі розглядаємо матрицю розмірністю (*n-1*)x(*n-1*). Знову переглядаємо стовпчики. Якщо залишилися стовпчики що містять більше одного нуля, переглядаємо рядочки. Якщо у рядочку є лише 1 нуль, позначаємо його зірочкою. І знову переходимо до розгляду стовпчиків.

Якщо кількість виділених нулів дорівнює розмірності матриці, тобто, *n,* – задача вирішена.

Якщо ні – переходимо до третього етапу класичного методу.

**Приклад вирішення класичним методом.** Знайти оптимальний варіант призначення, якщо задана матриця продуктивності.

$$C=\begin{bmatrix}4&2&3&1&5\\2&3&3&4&1\\3&2&2&2&4\\5&4&6&5&3\\2&4&4&2&2\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{а)}]{\text{Попередній етап}}\begin{bmatrix}1&2&3&4&0\\3&1&3&1&4\\2&2&4&3&1\\0&0&0&0&2\\2&0&2&3&3\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{б)}]{\text{Попередній етап}}\begin{bmatrix}1&2&3&4&0\\2&0&2&0&3\\1&1&3&2&0\\0&0&0&0&2\\2&0&2&3&3\end{bmatrix}$$

*Попередній етап*:

а) знаходимо максимальні елементи в кожному стовпчику (5; 4; 6; 5; 5) та віднімаємо з них елементи відповідного стовпчику

б) потім з кожного рядку одержаної матриці віднімаємо мінімальний елемент цього рядку.

В результаті одержуємо невід'ємну матриці в кожному стовпчику і рядку якої є хоча б один нуль.

У першому стовпчику матриці відмічаємо зірочкою нуль, розташований у четвертому рядку, а в другому стовпчику – нуль розташований у другому рядку. В третьому стовпчику єдиний нуль знаходиться у четвертому рядку, який вже містить $0^{*}$, тому нуль у третьому стовпчику не відмічається. Аналогічно не відмічають нулі в четвертому стовпчику. У п'ятому стовпчику відмічаються зірочкою нуль у першому рядку. В результаті одержуємо три незалежних нулі.

*Етап 1.* Виділяємо знаком "+" перший, другий та п'ятий стовпчики матриці, що містять нулі із зірочкою. Переглядаємо невиділені нулі матриці, починаючи з третього стовпчика. Відмічаємо штрихом нуль цього стовпчика, розташований в четвертому рядку. Оскільки у цьому рядку вже є $0^*$, то рядок виділяється (ставимо знак "+" справа від четвертого рядку). Одночасно знищуємо (обводимо рамочкою) знак виділення над першим стовпчиком, що містить $0^*$ у четвертому рядку (випадок 1.1.)

$$\begin{bmatrix}1&2&3&4&0^*\\2&0^*&2&0&3\\1&1&3&2&0\\0^*&0&0&0&2\\2&0&2&3&3\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{Ітерація 1. Етап 1}}\begin{array}{cc}\begin{matrix}\oplus&\oplus&\;&\;&+\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}1&2&3&4&0^*\\2&0^*&2&0'&3\\1&1&3&2&0\\0^*&0&0'&0&2\\2&0'&2&3&3\end{bmatrix}&\begin{matrix}\\+\\ \\+\\ \\\end{matrix}\end{array}\xrightarrow{\text{Переходимо до етапу 2}}$$

І т е р а ц і я 1.

Далі відмічаємо штрихом нуль, розташований у четвертому стовпчику і у другому рядку. Оскільки у другому рядку вже є $0^*$ у другому стовпчику, то виділяємо другий рядок і знімаємо знак виділення над другим стовпчиком. Так як у другому стовпчику є невиділені нулі, то відмічаємо нуль цього стовпчику, розташований у п'ятому рядку.

П'ятий рядок матриці не містить $0^*$- має місце випадок ІА, тобто переходимо до етапу 2.

*Етап 2.* Будуємо ланцюг. Від останнього нуля зі штрихом (п'ятий рядок, другий стовпчик) рухаємося по стовпчику до нуля з зірочкою (другий стовпчик, другий рядок), потім від $0^*$ до $0'$, розташованого в цьому ж рядку в четвертому стовпчику. Оскільки в четвертому стовпчику матриці відсутній $0^*$, то процес утворення ланцюга закінчено.

Одержаний ланцюг є наступним: $0'_{52} - 0^*_{22} - 0'_{24}$. Для завершення *другого етапу*, а разом з тим і *першої ітерації*, необхідно поставити зірочки над нулями ланцюга, відміченими штрихами, та знищити зірочку над елементом ланцюга, а також стерти всі знаки виділення.

$$\begin{array}{cc}\begin{matrix}\;&\;&\;&\;&+\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}1&2&3&4&0^*\\2&0^*&2&0'&3\\1&1&3&2&0\\0^*&0&0'&0&2\\2&0'&2&3&3\end{bmatrix}&\begin{matrix}\\+\\ \\+\\ \\\end{matrix}\end{array}\longrightarrow\begin{bmatrix}1&2&3&4&0^*\\2&0&2&0^*&3\\1&1&3&2&0\\0^*&0&0&0&2\\2&0^*&2&3&3\end{bmatrix}$$

У результаті *ітерації 1* число незалежних нулів збільшилося на одиницю і стало рівним 4.

Ітерація 2.

*Етап 1.* Виділяємо "+" стовпчики, що містять $0^*$: перший, другий, четвертий та п'ятий. Єдиний нуль у невиділеному (третьому) стовпчику розташований у четвертому рядку, яка вже має $0^*$. Отже, виділяємо четвертий рядок та знищуємо знак виділення над першим стовпчиком (випадок 1.1.).

$$\rightarrow\begin{array}{cc}\begin{matrix}\oplus&+&\;&+&+\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}1&2&3&4&0^*\\2&0&2&0^*&3\\1&1&3&2&0\\0^*&0&0'&0&2\\2&0^*&2&3&3\end{bmatrix}&\begin{matrix}\\ \\ \\+\\ \\\end{matrix}\end{array}\xrightarrow[\text{до етапу3}]{}\xrightarrow{h=1}\begin{array}{cc}\begin{matrix}\;&+&\;&+&+\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}0&2&2&4&0^*\\1&0&1&0^*&3\\0&1&2&2&0\\0^*&1&0'&1&3\\1&0^*&1&3&3\end{bmatrix}&\begin{matrix}\\ \\ \\+\\ \\\end{matrix}\end{array}\xrightarrow[\text{до етапу1}]{}\begin{array}{cc}\begin{matrix}\;&+&\;&+&\oplus\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}0'&2&2&4&0^*\\1&0&1&0^*&3\\0&1&2&2&0'\\0^*&1&0'&1&3\\1&0^*&1&3&3\end{bmatrix}&\begin{matrix}+\\ \\ \\+\\ \\\end{matrix}\end{array}\xrightarrow[\text{до етапу2}]{}$$

Після цього всі нульові елементи матриці виявляються виділеними (варіант ІВ), то ми завершуємо етап 1 і переходимо до етапу 3.

*Етап 3.* Мінімальним з числа виділених елементів матриці є одиниця. Тому з усіх елементів невиділених рядків (перший, другий, третій, п'ятий) віднімаємо $h = 1$, а до елементів виділених стовпчиків (другого, четвертого, п'ятого) додаємо *h = 1*. Одержуємо матрицю еквівалентну попередній, що має незайняті нулі. Переносимо всі знаки виділення (+, *, ' ) з попередньої матриці, крім знаків, обведених рамочкою, і переходимо до етапу 1.

*Етап 1.* Відмічаємо штрихом невиділений нуль першого стовпчика першого рядка Оскільки в першому рядку вже є $0^*$ в п'ятому стовпчику, виділяємо перший рядок і знімаємо знак виділення над п'ятим стовпчиком. У п'ятому стовпчику є невиділений нуль, розташований в третьому рядку відмічаємо його штрихом. Оскільки в третьому рядку відсутні $0^*$ (випадок 1.2.), переходимо до етапу 2.

*Етап 2.* Будуємо ланцюг. Від останнього 0' (третій рядок, п'ятий стовпчик) рухаємося по стовпчику до $0^*$ (перший рядок, п'ятий стовпчик), потім від $0^*$ до $0'$, розташованого в цьому ж рядку в першому стовпчику, далі по першому стовпчику до $0^*$ (четвертий рядок, перший стовпчик), і по четвертому рядку до 0', розташованого в третьому стовпчику. Оскільки в третьому стовпчику відсутній $0^*$, процес утворення ланцюга закінчено. Побудований ланцюг складається з наступних елементів: $0'_{35} \rightarrow 0^*_{15} \rightarrow 0'_{11} \rightarrow 0^*_{41} \rightarrow 0'_{43}$.

Знімаємо зірочки у нулів ланцюга та замінюємо 0' з ланцюга на $0^*$. В результаті другої ітерації число незалежних нулів збільшилося на одиницю і стало рівним 5.

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} & + & & + & \oplus \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0' & 2 & 2 & 4 & 0^* \\ 1 & 0 & 1 & 0^* & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0' \\ 0^* & 1 & 0' & 1 & 3 \\ 1 & 0^* & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c} + \\ \\ \\ + \\ \\ \end{array}
\xrightarrow{\text{Результат}}
\begin{bmatrix} 0^* & 2 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0^* & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0^* \\ 0 & 1 & 0^* & 1 & 3 \\ 1 & 0^* & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Процес вирішення задачі закінчено.

Отже, оптимальним варіантом призначення працівників на роботу буде наступний: $x_{11} = x_{24} = x_{35} = x_{43} = x_{52} = 1$, всі інші $x_{ij} = 0$, тобто перший виконавець назначається на першу роботу, другий - на четверту, третій на п'яту, четвертий – на третю, п'ятий – на другу. Сумарна продуктивність складає 4+4+4+6+4=22.

**Приклад вирішення модернізованим методом.** Попередній етап залишається таким же як і у класичному методі. Далі працюємо вже із приведеною матрицею. Переглядаємо стовпчики. Виділяємо нуль у першому стовпчику. При цьому умовно викреслюємо стовпчик і рядочок, у якому він знаходиться. Переглядаємо далі матрицю 4Ч4. Виділяємо нуль у стовпчику 4. Викреслюємо стовпчик 4 та рядочок 2. Отримуємо матрицю 3Ч3. У ній позначаємо ще один нуль. Потім розглядаємо матрицю 2Ч2 у якій відмічаємо ще один нуль. У результаті маємо чотири незалежні нулі.

$$C''' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} - & 2 & 3 & 4 & 0 \\ - & 0 & 2 & 0 & 3 \\ - & 1 & 3 & 2 & 0 \\ -^* & - & - & - & - \\ - & 0 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} - & 2 & 3 & - & 0 \\ - & - & - & -^* & - \\ - & 1 & 3 & - & 0 \\ -^* & - & - & - & - \\ - & 0 & 2 & - & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} - & - & 3 & - & 0^* \\ - & - & - & -^* & - \\ - & - & 3 & - & 0 \\ -^* & - & - & - & - \\ - & -^* & - & - & - \end{bmatrix}$$

Третій етап перетворення як у класичному угорському методі – щоб збільшити кількість незалежних нулів.

$$C''' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0^* \\ 2 & 0 & 2 & 0^* & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0^* & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0^* & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{етап 3 класичного методу}]{} C^{IV} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Після цього отримуємо еквівалентну матрицю, у якій знову починаємо виділяти зірочками нулі.

$$C^{IV}=\begin{bmatrix}0&2&2&4&0\\1&0&1&0&3\\0&1&2&2&0\\0&1&0&1&3\\1&0&1&3&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}0&2&-&4&0\\1&0&-&0&3\\0&1&-&2&0\\-&-&-^*&-&-\\1&0&-&3&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}0&2&-&-&0\\-&-&-&-^*&-\\0&1&-&-&0\\-&-&-^*&-&-\\1&0&-&-&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}0&-&-&-&0^*\\-&-&-&-^*&-\\0^*&-&-&-&0\\-&-&-^*&-&-\\-&-^*&-&-&-\end{bmatrix}$$

У результаті отримали матрицю 2х2. Обираємо будь-яку її діагональ. Кількість виділених нулів дорівнює розмірності матриці. Задача вирішена. Переносимо виділені нулі на вихідну матрицю.

$$C=\begin{bmatrix}4&2&3&1&5^*\\2&3&3&4^*&1\\3^*&2&2&2&4\\5&4&6^*&5&3\\2&4^*&4&2&2\end{bmatrix}$$

Переносимо позначенні позиції у вихідну матрицю і шукаємо сумарну продуктивність

Відповідно до одержаного рішення можемо зробити висновок, що для одержання максимальної ефективності (найбільшої продуктивності), оптимальним варіантом призначення працівників на роботу буде наступний: $x_{15} = x_{24} = x_{31} = x_{43} = x_{52} = 1$, всі інші $x_{ij} = 0$, тобто перший виконавець назначається на п’яту роботу, другий - на четверту, третій на першу, четвертий – на третю, п'ятий – на другу. Сумарна продуктивність складає 3+4+6+4+5=22.

**Висновки.** Як бачимо із прикладів, модернізований угорський метод менш заплутаний і більш раціональний. Тому рекомендується до використання в учбовому процесі як альтернатива класичному.

***Література***

1. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Учеб. пособие для студентов вузов. – К.: ВШ, 1075.-320с.

2. Вентцель Е.С. Исследование опреций. – М.:Советское радио, 1972.-552с.

3. *Гужевська Л.А., Ануфрієва Т.Г.* Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни "Логістика" для студентів напряму "Транспортні технології".– К.: НТУ.

УДК 519.876.3

## ВИКОРИСТАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ Т-ЗАДАЧ

***Гужевська Л.А., кандидат технічних наук***
***Кара О.О.***
***Литвин О.В.***

**Постановка проблеми.** Задача комівояжера (комівояжер — бродячий торговець; англ. Travelling Salesman Problem, TSP; нім. Problem des Handlungsreisenden) полягає у знаходженні найвигіднішого маршруту, що проходить через вказані міста хоча б по одному разу. В умовах завдання вказуються критерій вигідності маршруту (найкоротший, найдешевший, сукупний критерій тощо) і відповідні матриці відстаней, вартості тощо. Зазвичай вказується, що маршрут повинен проходити через кожне місто тільки один раз, в такому разі вибір здійснюється серед гамільтонових циклів.

Існує маса різновидів узагальненої постановки задачі, зокрема геометрична задача комівояжера (коли матриця відстаней відображає відстані між точками на площині), трикутна задача комівояжера (коли на матриці вартостей виконується нерівність трикутника), симетрична та