МЕТОДИКА СТРУКТУРНОЇ І ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СТВОРЮВАНИХ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

Чехівська Ю. І.
Вишневецький В. В.
Данчук М. В.

Теоретичні аспекти задачі структурної і параметричної ідентифікації математичних моделей відкритих систем в процесі їх створення і дослідження полягає в обробці вихідної інформації про стан системи або процесу, що моделюються, і вилученні управлінської інформації, яка необхідна для напрацювання варіантів управлінських рішень. У цілому ця задача полягає у створені по даних спостережень деякої множини Y моделей різної структури, інформативної потужності і вибору найкращої з них за вибраним інформаційним оціночним критерієм. Так для трьох систем, що мають по m параметрів в кожній, можна записати три лінійних рівняння множинної регресії:

$$Y(y_1) = b_{01} + b_{11} * y_{11} + b_{21} * y_{21} + \ldots + b_{m1} * y_{m1} + s_1$$

$$Y(y_2) = b_{02} + b_{12} * y_{12} + b_{22} * y_{22} + \ldots + b_{m2} * y_{m2} + s_2 \qquad (1)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$Y(y_n) = b_{0n} + b_{1n} * y_{1n} + b_{2n} * y_{2n} + \ldots + b_{mn} * y_{mn} + s_n$$

де y_{ji} – шукані невідомі; b_{ji} – коефіцієнти при невідомих; s_{ji} – відповідні незалежні похибки або вектор випадкових збуджень; $j = 0,\ldots,m$; $i = 1,\ldots,n$; $m = m1 = m2 = \ldots = mn$.

Одночасне врахування m значущих параметрів в кожній моделі суттєво ускладнює моделі і методику їх дослідження в той час як не всі вони однаково впливають на якість моделі. Тому прагнуть спростити структуру моделей за рахунок врахування тільки найважливіших параметрів. Але тоді виникає необхідність оцінки величини похибки і її залежності. Тобто, виникає проблема аналізу впливу того чи іншого параметру як керованої (значимої) змінної на показники якості моделі – її адекватності оригіналу. Відсутність в моделі значимої змінної, так як і включення в модель не суттєвої змінної може певною мірою впливати на результати її дослідження. Якщо в математичну модель не включена змінна, що має суттєвий вплив, то це може привести до втрати можливості правильної оцінки моделі і її інтерпретації через те, що коефіцієнти при змінних можуть бути зсунутими, а стандартні помилки коефіцієнтів великими. Перелічене у сукупності унеможливлює використання такого регресійного рівняння як лінійної математичної моделі, що є найкращою лінійною моделлю для отримання оцінок параметрів рівнянь (1) і умов, при яких можна отримати не зсунуті і ефективні оцінки, що сформульовані у теоремі Гауса-Маркова[1, 2].

Розробку методики структурної і параметричної ідентифікації регресійних моделей складних процесів і систем розглянемо за допомогою наступного прикладу.

Постановка задачі створення лінійної моделі для отримання оцінок параметрів регресійних рівнянь. Для спрощення розглянемо модель (1) для випадку моделювання трьох процесів з урахуванням двох регресорів у кожному. Тоді, аналогічно з (1) матимемо модель із трьох регресійних рівнянь:

$$\begin{aligned} Y(y_1) &= b_{01} - b_{11} * y_{11} + b_{21} * y_{21} + s_{11} \\ Y(y_2) &= b_{02} - b_{12} * y_{12} + b_{22} * y_{22} + s_{22} \\ Y(y_3) &= b_{03} - b_{13} * y_{13} + b_{23} * y_{23} + s_{33} \end{aligned} \qquad (2)$$

Система рівнянь (2) пов’язує результати спостережень (моніторингу). Тобто маємо випадкову вибірку спостережень за динамікою параметрів поточних станів об’єкта об’ємом n:

$$\begin{matrix} y_1 & y_{11} & y_{21} \\ y_2 & y_{12} & y_{22} \end{matrix} \qquad (3)$$

$$y_3 \qquad y_{13} \qquad y_{22},$$

де: перший індекс – номер регресора спостереження; другий індекс – номер спостереження.

Не зсунуті і ефективні оцінки, що сформульовані у теоремі Гауса-Маркова [1, 2] можна отримати, якщо матриця (3) не колінеарна, а вектор випадкових збуджень задовольняє наступним вимогам: математичне очікування усіх випадкових збуджень дорівнює нулю; дисперсія випадкових збуджень постійна в усіх спостереженнях; випадкові збудження у різних спостереженнях не залежні і випадкові збудження і регресори теж не залежні.

Якщо у виразі (2), не враховувати регресори крім першого, то величини збуджень зміняться і матимуть вигляд:

$$h_{11} = b_{21} * y_{21} + s_1 \qquad h_{22} = b_{22} * y_{22} + s_2 \qquad h_{33} = b_{23} * y_{23} + s_3 \qquad (4)$$

тоді модель (2) матиме вигляд:

$$Y(y_1) = b_{01} - b_{11} * y_{11} + h_{11} \qquad Y(y_2) = b_{02} - b_{12} * y_{12} + h_{22} \qquad Y(y_3) = b_{03} - b_{13} * y_{13} + h_{33} \qquad (5)$$

Збудження h_{ji} від збуджень s_i відрізняться тим, що утримують детерміновану складову $b_{ji} * y_{ji}$. Наслідком може бути порушення двох останніх вимог теореми Гауса – Маркова. Тому виникає перша проблема: необхідність оцінки величини похибки за рахунок не врахування певних регресорів, серед яких можуть бути значимі.

У виразі (5) незалежні змінні y_{ji} можна представити як регресійні рівняння k-го степеня для кожного регресора:

$$\begin{aligned} y_{11} &= a_{01} + a_{11} * x_{11}^1 + a_{21} * x_{21}^2 + \ldots + a_{k1} * x_{k1}^k \\ y_{12} &= a_{02} + a_{12} * x_{12}^1 + a_{22} * x_{22}^2 + \ldots + a_{k2} * x_{k2}^k \\ y_{13} &= a_{03} + a_{13} * x_{13}^1 + a_{23} * x_{23}^2 + \ldots + a_{k3} * x_{k3}^k \end{aligned} \qquad (6)$$

З урахуванням (6) лінійну модель (5) можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned} Y(y_1) &= b_{01} - b_{11} * (a_{01} + a_{11} * x_{11}^1 + a_{21} * x_{21}^2 + \ldots + a_{k1} * x_{k1}^k) + h_{11} \\ Y(y_2) &= b_{02} - b_{12} * (a_{02} + a_{12} * x_{12}^1 + a_{22} * x_{22}^2 + \ldots + a_{k2} * x_{k2}^k) + h_{22} \\ Y(y_3) &= b_{03} - b_{13} * (a_{03} + a_{13} * x_{13}^1 + a_{23} * x_{23}^2 + \ldots + a_{k3} * x_{k3}^k) + h_{33} \end{aligned} \qquad (7)$$

Тепер точність відтворення $Y(y_i)$, крім того, залежатиме ще й від кількості складових в рівняннях регресії (6), тобто залежатиме від вибраного степеня регресійних рівнянь (7).

$$\begin{aligned} Y(y_1) &= b_{01} - b_{11} * (a_{01} + a_{11} * x_{11}^1) + u_{11} \\ Y(y_2) &= b_{02} - b_{12} * (a_{02} + a_{12} * x_{12}^1) + u_{12} \\ Y(y_3) &= b_{03} - b_{13} * (a_{03} + a_{13} * x_{13}^1) + u_{13} \end{aligned} \qquad (8)$$

де незалежні випадкові збудження матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} u_{11} &= b_{11} * (a_{21} * x_{21}^2 + \ldots + a_{k1} * x_{k1}^k) + h_{11} \\ u_{12} &= b_{12} * (a_{22} * x_{22}^2 + \ldots + a_{k2} * x_{k2}^k) + h_{12} \\ u_{13} &= b_{13} * (a_{23} * x_{23}^2 + \ldots + a_{k3} * x_{k3}^k) + h_{13} \end{aligned} \qquad (9)$$

Якість структурної і параметричної ідентифікації регресійних моделей складних процесів і систем залежить, таким чином, від правильності вибору регресорів і вибраного степеня регресійних рівнянь по кожному регресору, що включений до моделі. Інакше, якщо матриця спостережень не колінеарна і вектор випадкових збуджень у відповідності до теореми Гауса - Маркова задовольняє наступним вимогам: математичне очікування усіх випадкових збуджень дорівнює нулю; дисперсія випадкових збуджень постійна в усіх спостереженнях; випадкові збудження у різних спостереженнях не залежні і випадкові збудження і регресори теж не залежні, то найкращою лінійною моделлю для отримання оцінок параметрів рівнянь (1) і умов, при яких можна отримати не зсунуті і ефективні оцінки, що сформульовані у теоремі Гауса-Маркова, буде наступна модель.

$$Y=\sum_{i=1}^{n} Y(y_i) = \sum_{i=1}^{n} b_{0i} - \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} b_{ji}\, y_{ji} + \sum_{i=1}^{n} u_i \quad (10)$$

де $j=1,\dots,k;$ $i=1,\dots,n;$

y_{ji}- регресійні рівняння (7);

b_{ji}- відповідні коефіцієнти при невідомих в рівняннях множинної регресії; b_{0i} – вільні члени в рівняннях множинної регресії.

Розробка алгоритму вибору оптимального числа змінних і степенів регресійних рівнянь. Розглянемо приклад наближення математичних моделей поліномами будь-якого степеня для кожного регресора, що включені в модель. Для цього скористаємося опублікованими в Інтернет виданнях даними по темпах розвитку ВВП США, Росії і України в 1989 – 2001 рр. як вихідними даними:

Таблиця 1.

Дані по темпам розвитку ВВП США, Росії та України в 1989 – 2001рр.

$\mathrm{data}^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	-0.5	-1	1.45	2.9	2.75	2.4	2.95	3.5	3.2	2.9	3.2	3.5	4	4.5
2	0	-2.5	-5.2	-5	-4.8	-6.9	-9	-10.9	-12.9	-8.4	-4	-3.9	-3.8	-2.4	1
3	0	-4.5	-9	-9.5	-10	-12	-14	-18.5	-23	-18.5	-12	-11	-10	-7.5	-3

$\mathrm{data}^T =$

	15	16	17	18	19	20	21	22
0	15	16	17	18	19	20	21	22
1	4.45	4.4	4.25	4.1	4.15	4.2	2.7	1.2
2	-2	-5	0.5	6.5	8.25	9	7	5
3	-2.5	-2	-1	0	3	6	7.5	9

де рядок 0 – півріччя; рядки 1, 2, 3 – темпи приросту ВВП відповідно США, Росії, України. Реалізація приведеного вище алгоритму дає можливість розрахувати регресійні криві для усіх пар векторів (рядків):

X і Y;X і P; X і U; X і S, де S нормований сумарний вектор.

За допомогою значень вихідних даних, можна обчислити значення регресійних кривих і розрахувати відповідні наближення (регресійні криві) fit(x), fitP(x), fitU(x), fitS(x) в часових точках tx_j, що показані на рис. 1.

На рис.1 відображені криві:

Y, P, U, S – експериментальні криві, що відображають динаміку приросту ВВП США, Росії, України і середню статистичну динамічну характеристику S системи із трьох держав, відповідно;

fit(x), fitP(x), fitU(x), fitS(x) – розраховані регресійні криві, що відображають наближену динаміку приросту ВВП США, Росії, України і середню статистичну динамічну характеристику S системи із трьох держав, відповідно.

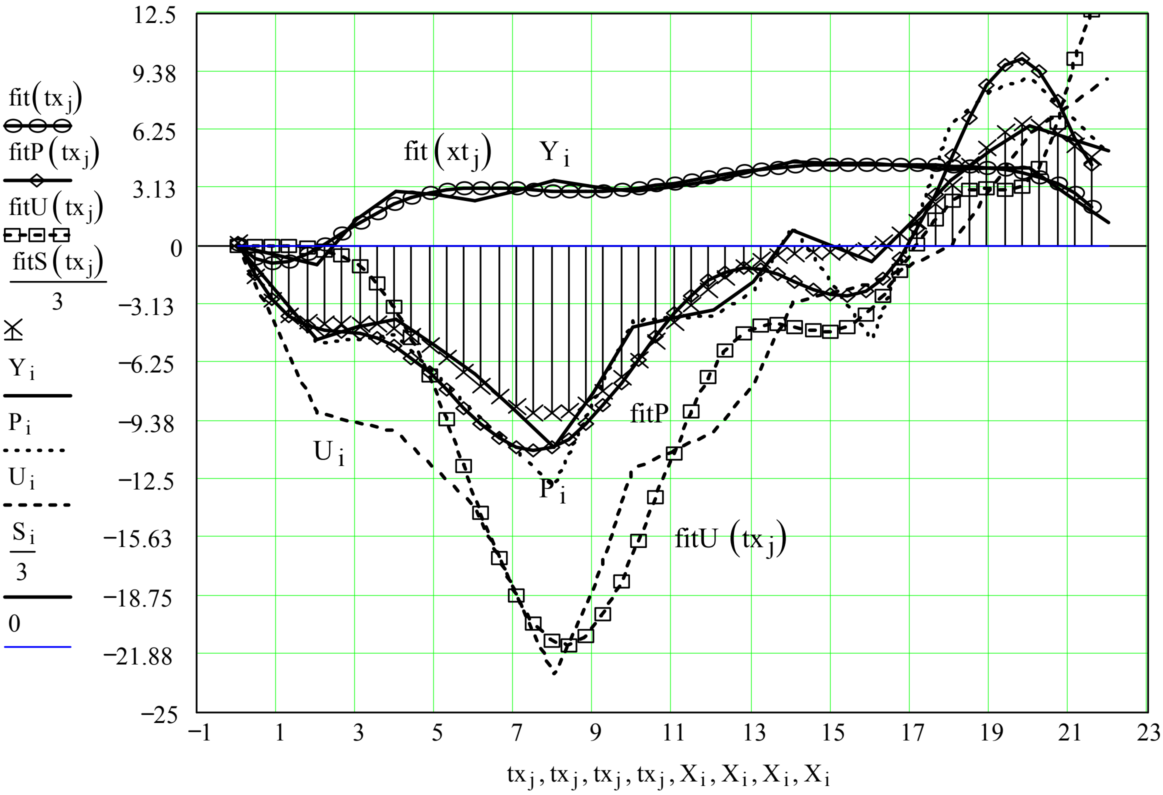

Рис. 1. Графіки вихідних експериментальних даних Y, P, U, S і розрахованих відповідних наближень (регресійних даних) fit(x), fitP(x), fitU(x), fitS(x) в часових точках tx_j

Якщо обчислити коефіцієнти близькості регресійних кривих до експериментальних значень при значеннях степенів регресійних рівнянь в діапазоні від k = 1 до k = (n-1)/2 , то можна отримати наступну таблицю лінійних коефіцієнтів кореляції Пірсона (стовпці 2,3,4,5) в таблиці 2.

В таблиці 2 позначені стовпчики:

0-й – ступені свободи n-k-1;

1-й – степені поліномів k = 1 до k-1 = 12;

2-й, 3-й, 4-й, 5-й стовпчики містять коефіцієнти наближення експериментальних даних Y; P; U і середньо статистичних даних S – відповідно до відтворених даних темпів приросту ВВП США, Росії України fit(tx_j), fit(tx_j), fit(tx_j), і середньо статистичної динамічної характеристики fitS(tx_j) для кожного степеня k із зазначеного діапазону по кожному із вихідних векторів темпів зростання ВВП США, Росії України.

Динаміка значень коефіцієнтів наближення у залежності від вибраного степеня регресійного рівняння показана на рис. 2, а на рис.3 показана динаміка відхилення значень коефіцієнтів наближення від їх середньо значень.

Аналіз результатів досліджень показує, що:

1) адекватні моделі (1), (7), (10) представляють собою систему регресійних рівнянь. яка дозволяє в процесі її створення і дослідження провести структурну і параметричну ідентифікації математичних моделей відкритих систем на основі обробки вихідної інформації про поточний стан системи або процесу, що моделюються, і вилучити управлінську інформацію, яка необхідна для напрацювання варіантів ефективних управлінських рішень.

Це можливо послідовним вибором кількості значимих регресорів в моделі множинної регресії (кількості рівнянь в моделі (1)), свідомим визначенням степенів регресійних рівнянь в моделях (7).

2) оцінку якості моделювання доцільно здійснювати вибором максимальних значень лінійних коефіцієнтів кореляції Пірсона (таблиця 2), з використанням інформаційних критеріїв: максимального за своїм значенням коефіцієнта детермінації, що дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції, і мінімального за своїм значенням коефіцієнта невизначеності, що дорівнює різниці одиниці і коефіцієнта детермінації.

Таблиця 2.

Динаміка значень коефіцієнтів наближення у залежності від вибраного степеня регресійного рівняння

Z =

0	21	1	0.4071	0.4662	0.39679	0.40086
1	20	2	0.83229	0.75761	0.80967	0.83342
2	19	3	0.82288	0.83273	0.91911	0.91966
3	18	4	0.86601	0.83853	0.91938	0.91992
4	17	5	0.89318	0.84035	0.93889	0.93931
5	16	6	0.91435	0.87395	0.93896	0.93937
6	15	7	0.95032	0.89412	0.96697	0.96719
7	14	8	0.95079	0.93181	0.96878	0.96899
8	13	9	0.95129	0.95067	0.97213	0.97232
9	12	10	0.81709	0.94597	0.98457	0.98037
10	11	11	0.94817	0.958	1.4509	1.026
11	10	12	1.0793	0.95368	1.05683	1.02927

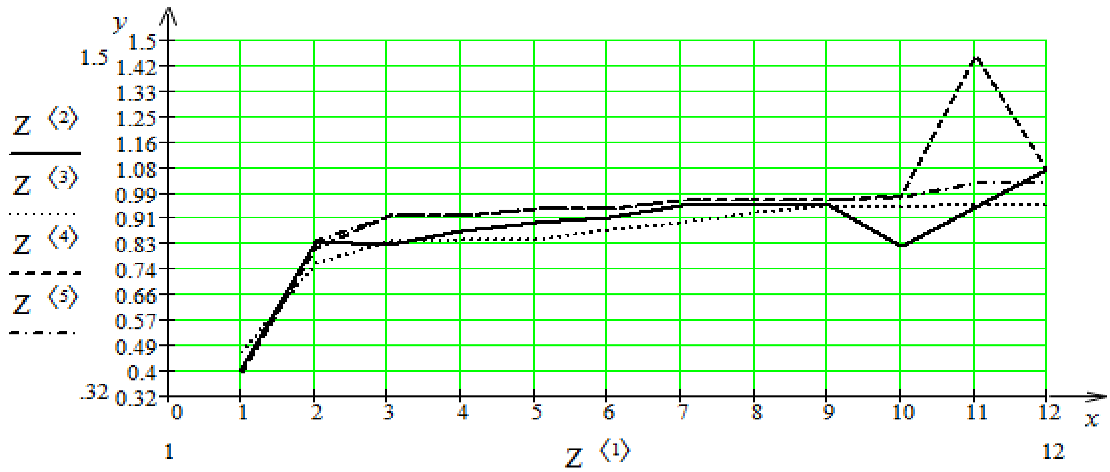

Рис. 2 Динаміка значень коефіцієнтів залежності від вибраного степеня регресійного рівняння

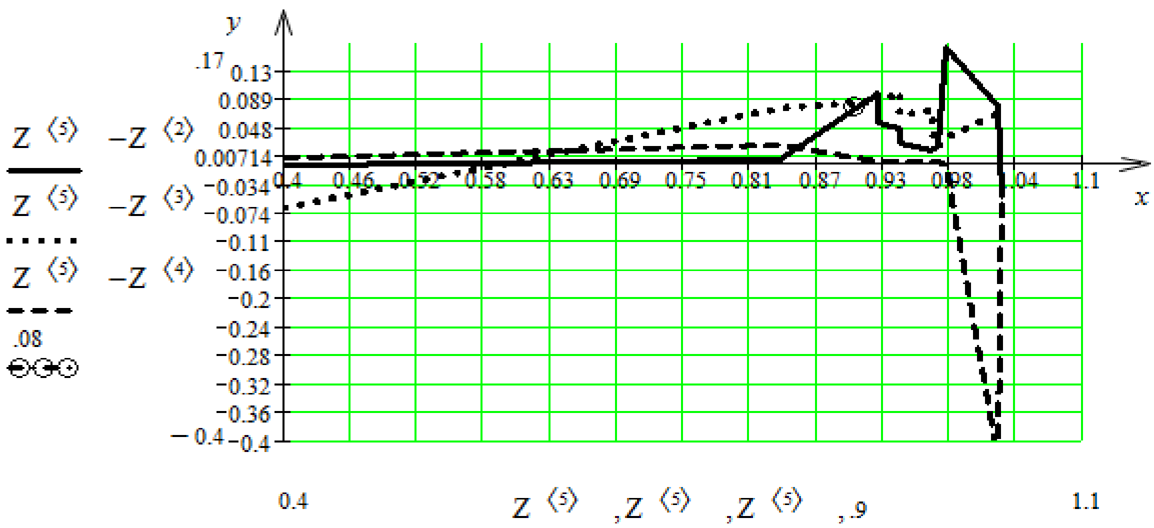

Рис. 3 Відхилення значень коефіцієнтів наближення у наближення від їх середньо динамічних значень

3) для отримання оцінок параметрів рівнянь (1), при яких можна отримати не зсунуті і ефективні оцінки, необхідно виконувати умови, що сформульовані у теоремі Гауса-Маркова.

Висновок. Якість моделі (1) залежить від її евристичної потужності, що забезпечується вибором і уведенням значимих регресорів в математичну модель, степенів регресійних рівнянь і оптимальним вибором оціночних критеріїв.

Література

Юл Дж. Э., Кендэл М. Дж., Теория статистики, пер. с англ., 14 изд., М., 1960 – 235с.;

Кендэл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и святи. Пер. с англ., М., 1973 – 195с.

STATISTICA. Электронный учебник STATSOFT. Copyright StatSoft, Inc., 1984-2003 – 86с.

УДК 656.519.87

ПІДВИЩЕННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ РОБОТИ МІСЬКИХ АВТОБУСІВ В МЕГАПОЛІСАХ ЗА РАХУНОК КОМБІНАЦІЇ РЕЖИМІВ РУХУ

Яцківський Л.Ю., кандидат технічних наук
Коп'як Н.В.
Білокобила Е.Е.

Постановка проблеми. В великих мегаполісах, до яких відноситься і місто Київ, існують практично всі види транспорту: метрополітен, трамвай, швидкісний трамвай, тролейбус, фунікулер, річковий трамвай та автомобільний транспорт. До цього виду транспорту відноситься таксі та автобуси. Основними перевагами цього виду транспорту є маневреність, на відміну від електротранспорту.

Постановка завдання. Враховуючи те, що пасажиропотоки розподіляються нерівномірно: по годинах доби, довжині маршруту, днях тижня, важливим є визначення режимів руху автобусів та їх комбінацій. Такий підхід дає змогу найкращим чином підтримувати використання пасажиромісткості автобусів, збільшувати швидкість доставки пасажирів до місця призначення і в цілому збільшувати продуктивність їх роботи. Це дає змогу меншою кількістю автобусів виконувати потрібну роботу, тобто задовольняти пасажиропотоки в просторі та часі.

Виклад основного матеріалу. Існують такі режими руху:

- Звичайний – це коли автобуси зупиняються на всіх зупинках.
- Експресний режим це коли автобус проходить всі проміжні зупинки без зупинок.
- Швидкісний режим – це коли автобус зупиняється лише на одній, або декількох проміжних зупинках.
- Скорочений режим – це коли автобус доходить до певної зупинки і повертається назад. Цей режим використовується лише паралельно з звичайним режимом.
- Комбіновані режими руху – це коли на маршруті автобуси рухаються в різних режимах. Певна частина в звичайному, певна в швидкісному і.т.п.

Відомо, що поєднання (комбінування режимів руху) збільшує продуктивність автобусів, та зменшує потрібну кількість, що зменшує не лише експлуатаційні, але і соціальні витрати (вплив на екологію).

Важливим в організації поєднання різних режимів руху є визначення їх необхідної кількості на маршруті та інтервалів руху.

Встановлено, що чим коротша відстань поїздки, тим менше пасажирів користується швидкісним автобусом, тому що ефект більшої швидкості гаситься витратами часу на очікування автобусів та пересадки. Для вирівнювання витрат часу на рух автобусів звичайного режиму руху; автобусами в швидкісному режимі необхідно, щоб різниця в додаткових витратах часу компенсувалась економією часу від збільшення швидкості руху визначену як за формулою (1).

$$t_{ш} - t_{зв} = \frac{60 \cdot l_{сер.ш}}{v_{с.ш}} - \frac{60 \cdot l_{сер}}{v_{с}} \tag{1}$$

де $t_{ш}$ - час на пересування при швидкісному русу автобусів, хв;

$t_{зв}$ - час на пересування при звичайному русі автобусів, хв;