

методичних засад узгодження виробничих та сервісних проектів у цих програмах.

Література

1. *Системно-подієвий* підхід до управління роботами у проектах збирання ранніх культур / Сидорчук О., Тригуба А., Сидорчук Л., Панюра Я., Березовецький С., Днесь В., Комарницький С. // Вісник Львів. НАУ: Агроінженерні дослідження. - №13., Т.2 – Львів: Львів НАУ, 2009. – С.27-43.
2. *Особливості* управління проектами розвитку технологічно інтегрованих систем агропромислового виробництва / О. В. Сидорчук, А. М. Тригуба, М. А. Михалюк, М. В. Рудинець // Управління проектами в умовах глобалізації знань : тези доп. IV Міжнар. конф. – К. : КНУБА, 2007. – С. 137-138.
3. *Множина* задач узгодження робіт у проектах збирання ранніх зернових культур / Сидорчук О. В., Комарницький С.П., Сидорчук Л.Л., Днесь В.І. // Східно-європейський журнал передових технологій. – 2011. – № 1/5 (49). – С. 22-25.
4. *Особливості* ситуаційного управління змістом та часом виконання робіт у інтегрованих проектах аграрного виробництва / Сидорчук О. В., Тригуба А. М., Панюра Я. Й., Шолудько П. В. // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. – № 1/2 (43). – С. 46-48.
5. *Уильямс Д., Парр Т.* Управление программами на предприятии. Создание реальной ценности с помощью программ и проектов проведения преобразований / Д. Уильямс, Т. Парр. – Днепропетровск: Баланс Бизнес Букс, 2005. – 320с.

УДК 539.3

НАПРУЖЕННО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН НЕСКІНЧЕНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ОРТОТРОПНИМИ ШАРАМИ

Марчук О.В., доктор технічних наук
Рассказов О.О., доктор технічних наук
Гнедаш С.В.

Різноманітним наблизеним моделям циліндричних оболонок в публікаціях присвячена велика кількість робіт, які відображені в оглядах Воровича І.І. [1], Григолюка Е.І., Когана Ф.А [2], Григоренко Я.М., Влайкова Г.Г., Григоренко О.Я. [3,4], Гузя О.М., Чернишенко І.С., Шнеренко К.І. [5], Неміша Ю.М., Хоми І.Ю. [6], Піскунова В.Г., Рассказова О.О. [7], Сало В.А. [8] і ін. У той же час практично відсутні роботи по аналізу поведінки циліндричних оболонок на основі точного аналітичного розв'язання рівнянь теорії пружності. У наявності є ряд розв'язків для окремих випадків навантаження однорідних ізотропних оболонок, що знайшли своє відображення практично у всіх посібниках з теорії пружності. На основі високоточних чисельних підходів оболонки в просторовому варіанті розглянуто в [4].

У даному повідомленні отримано точний просторовий аналітичний розв'язок для циліндричної оболонки з ортотропними шарами нескінченної довжини, навантаженої рівномірно розподіленим навантаженням на зовнішніх поверхнях.

Рівняння рівноваги плоскої осесиметричної задачі теорії пружності в напруженнях має наступний вигляд:

$$\sigma_{rr,r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0; \quad (1)$$

Напруження в окружному та радіальному напрямкам згідно закону Гука можна записати таким чином:

$$\sigma_{\theta\theta} = B_{\theta\theta} \frac{U_r}{r} + B_{\theta r} \sigma_{rr};$$

$$\sigma_{rr} = \frac{B_{\theta r} \frac{U_r}{r} + U_{r,r}}{B_{rr}}, \quad (2)$$

де $B_{\theta\theta} = E_\theta$; $B_{\theta r} = \frac{E_\theta}{E_r} \nu_{r\theta}$; $B_{rr} = \frac{1 - \nu_{\theta r} \nu_{r\theta}}{E_r}$.

Підставляючи рівняння для напружень в окружному напрямку (2) в рівняння рівноваги в напруженнях (1) та використовуючи рівняння для напружень в радіальному напрямку (2), отримуємо систему рівнянь рівноваги циліндричної оболонки в змішаній формі:

$$U_{r,r} + B_{\theta r} \frac{U_r}{r} - B_{rr} \sigma_{rr} = 0; \quad -B_{\theta\theta} \frac{U_r}{r^2} + \sigma_{rr,r} + \frac{\sigma_{rr}}{r} - B_{\theta r} \frac{\sigma_{rr}}{r} = 0. \quad (3)$$

Введемо нову невідому:

$$\bar{\sigma}_{rr} = r \sigma_{rr} \quad (4)$$

тоді:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r} \bar{\sigma}_{rr}; \quad \sigma_{rr,r} = -\frac{1}{r^2} \bar{\sigma}_{rr} + \frac{1}{r} \bar{\sigma}_{rr,r}; \quad (5)$$

З урахуванням (5), рівняння (3) набувають вигляду:

$$U_{r,r} + B_{\theta r} \frac{U_r}{r} - B_{rr} \frac{1}{r} \bar{\sigma}_{rr} = 0; \quad -B_{\theta\theta} \frac{U_r}{r^2} + \frac{\bar{\sigma}_{rr,r}}{r} - B_{\theta r} \frac{\bar{\sigma}_{rr}}{r^2} = 0. \quad (6)$$

З урахуванням підстановки $r = e^t$ рівняння (6) перетворюються наступним чином:

$$U_{r,t} + B_{\theta r} U_r - B_{rr} \bar{\sigma}_{rr} = 0; \quad -B_{\theta\theta} U_r + \bar{\sigma}_{rr,t} - B_{\theta r} \bar{\sigma}_{rr} = 0. \quad (7)$$

Розв'язок системи (7) розшукуємо у такому вигляді:

$$U_r = \mu_1 e^{\beta t}; \quad \bar{\sigma}_{rr} = \mu_2 e^{\beta t}. \quad (8)$$

Після підстановки виразу (8) у рівняння (7) приходимо до наступної системи однорідних алгебраїчних рівнянь:

$$\mu_1 (\beta + B_{\theta r}) - \mu_2 B_{rr} = 0; \quad -\mu_1 B_{\theta\theta} + \mu_2 (\beta - B_{\theta r}) = 0; \quad (9)$$

Остаточно шукані функції можна записати наступним чином:

$$U_r = C_1 \mu_{11} e^{\beta_1 \ln(r)} + C_2 \mu_{12} e^{\beta_2 \ln(r)}; \quad \sigma_{rr} = C_1 \frac{1}{r} \mu_{21} e^{\beta_1 \ln(r)} + C_2 \frac{1}{r} \mu_{22} e^{\beta_2 \ln(r)}. \quad (10)$$

Розв'язувальну систему рівнянь щодо постійних інтегрування C_i формуємо за рахунок задоволення умов сполучення шарів оболонок і умов на поверхні, що приводить до розв'язувальної системи рівнянь порядку $2N$ (N – кількість складових оболонок).

В якості прикладу розглянемо нескінченну ізотропну тришарову циліндричну оболонку, навантажену на внутрішній поверхні. Сумарна товщина зовнішніх шарів дорівнює товщині заповнювача. Коефіцієнт Пуассона для усіх шарів оболонки $\nu = 0.3$. Варіювали співвідношення модулів пружності несучих шарів та заповнювача і радіус кривизни оболонки. Радіальні переміщення та окружні напруження ($\bar{U}_r = U_r E^{(2)} / (qh)$, $\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} / q_1$) на кордонах шарів при

різних радіусах кривизни наведені у таблицях 1 та 2. Результати порівнювали з розрахунком за класичною моделлю (два нижніх рядка).

Таблиця 1.

Радіальні переміщення та окружні напруження ($r/h=5$)

$E^{(1)} / E^{(2)}$	1	10	100	1000
\bar{U}_r	3.6375	0.6614	0.0873	0.0100
	3.3007	0.6175	0.0821	0.0095
	2.9172	0.4597	0.0237	0.0004
	2.8125	0.4432	0.0229	0.0004
-	2.1250	4.1097	5.5179	6.3772
	1.7105	3.4318	4.6533	5.3982
	1.7105	0.2562	0.0063	-0.0010
	1.2569	0.1419	-0.0217	-0.0056
	1.2569	1.9809	1.0230	0.1655
\bar{U}_r	1.1250	1.7730	0.9156	0.1481
	2.937	0.5271	0.0573	0.0058
	1.9578	3.5139	3.8209	3.8908
	1.6780	3.0118	3.275	3.3349
-	1.6780	0.3011	0.0326	0.0032
	1.3050	0.2341	0.0253	0.0024
	1.3050	2.3417	2.5402	2.5266
	1.3050	2.1075	2.2862	2.2739
	1.1745			

Таблиця 2.

Радіальні переміщення та окружні напруження ($r/h=2$)

$E^{(1)} / E^{(2)}$	1	10	100	1000
\bar{U}_r	24.075	4.4076	0.5391	0.0732
	23.498	4.3204	0.5289	0.0719
	22.610	4.0118	0.3640	0.0138
	22.275	3.9523	0.3586	0.0136
-	5.0500	9.4947	11.681	15.976
	4.7400	8.9568	11.031	15.106
	4.7400	0.7709	0.0063	-0.0239
	4.2470	0.6590	-0.0260	-0.0335
	4.2470	7.5364	6.8371	2.5901
\bar{U}_r	4.0500	7.1861	6.5193	2.4697
	22.435	4.0690	0.4430	0.0448
	4.9834	9.0424	9.8461	9.9534
	4.7210	8.5665	9.3274	9.4295
-	4.7210	0.8565	0.0931	0.0093
	4.2714	0.7749	0.0842	0.0084
	4.2714	7.7500	8.4353	8.4916
	4.2714	7.3977	8.0518	8.1056
	4.0772			

Розглянутий приклад указує на необхідність урахування обтиснення, роль якого зростає з збільшенням співвідношення $E^{(1)} / E^{(2)}$ та кривизни оболонки.

В якості другого прикладу розглянемо нескінченну тришарову ортотропну оболонку (шари повернені один до одного на 90°) з наступними фізико-механічними характеристиками: $E_1^{(1)} / E_2^{(1)} = 30 / 1$; $E_2^{(1)} = E_3^{(1)}$; $G_{12}^{(1)} / E_2^{(1)} = 0,6 / 1$; $h^{(1)} + h^{(3)} = h^{(2)}$; $G_{13}^{(1)} = G_{12}^{(1)}$; $G_{23}^{(1)} / E_2^{(1)} = 0.3 / 1$; $\nu_{12}^{(1)} = \nu_{13}^{(1)} = \nu_{23}^{(1)} = 0,25$. Варіювали співвідношення r/h . Результати ($\bar{U}_r = U_r E_3 / (qh)$, $\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} / q$) розрахунку наведені у таблиці 3.

Як і в попередньому випадку виявлена необхідність урахування обтіснення для оболонок великої кривизни.

Таблиця 3

Радіальні переміщення та окружні напруження для ортотропної оболонки

r/h	1	5	10
\bar{U}_r	0.5526	1.9011	6.6704
	0.3201	1.6499	6.3979
	0.1438	1.3922	6.0839
	0.1394	1.3747	6.0457
$\sigma_{\theta\theta}$	0.1184	0.1725	0.4521
	-0.0300	0.1124	0.4154
	5.2749	10.186	19.445
	1.9159	7.9521	17.803
	0.0623	0.2622	0.5900
	0.0557	0.2494	0.5758
\bar{U}_r	0.1925	1.4502	6.1280
$\sigma_{\theta\theta}$	0.1282	0.3221	0.6448
	0.1098	0.3051	0.6283
	3.2933	9.1600	18.855
	2.5636	8.2863	17.934
	0.0855	0.2762	0.5978
	0.0769	0.2677	0.5836

Література

1. *Ворович И.И.* Некоторые результаты и проблемы асимптотической теории пластин и оболочек //Материалы I Всесоюзной школы по теории и численным методам расчета оболочек и пластин. –Тбилиси: Изд-во Тбилис.ун-та 1975. –С.51-149.
2. *Григолюк Э.И., Коган Ф.А.* Современное состояние теории многослойных оболочек // Прикл. механика.–1972. 8, №6.–С.3–17.
3. *Григоренко Я.М., Влайков Г.Г., Григоренко А.Я.* Численно-аналитическое решение задач механики оболочек на основе различных моделей. –Киев:Академперіодика, 2006. –472с.
4. *Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д.* Задачи теории упругости неоднородных тел. –Киев: Наукова думка, 1991.–216с.
5. *Гузь А.Н., Чернышенко И.С. Шнеренко К.И.* Концентрация напряжений около отверстий в оболочках из композитных материалов // Прикладная механика.– 2001.–37,№2 с. 3–43.
6. *Немиш Ю.Н., Хома И.Ю.* Напряженно-деформированное состояние нетонких оболочек и пластин. Трехмерная теория (обзор) // Прикладная механика.– 1991.–27,№11 с. 3–26.
7. *Пискунов В.Г., Рассказов А.О.* Развитие теории слоистых пластин и оболочек // Прикладная механика.– 2001.–37,№2 с. 22–57.
8. *Сало В.А.* Краевые задачи статики оболочек с отверстиями.–Х.: НТУ “Харьковский политехнический институт”,2003. –216 с.

УДК 629.113

ВИЗНАЧЕННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КОЛЕСА АВТОПОЇЗДА

*Марчук Р.М.
Онищук В.П.
Придюк В.М.*

Вступ. Контейнерні перевезення – одні із найбільш зручних і економічних видів доставки вантажів. Зважаючи на те, що вантажні перевезення контейнерів вирізняються високим рівнем безпеки і простотою митного оформлення, вони широко розповсюджені у всьому світі і об’єми їх перевезень зростають із року в рік. Перевезення контейнерів здійснюється, як правило, автомобільними поїздами-контейнеровозами. Ці автопоїзди складаються з автомобіля-тягача