2. Азотирование и карбонитрирование / Р.Чаттерджи-Фишер, Ф.-В.Эйзел, Р.Хоффман и др. Пер. с нем.; Под ред. А.В.Супова.–М.Металлургия, 1990.–280с.

3. *Дяченко С.С.* Фізичні основи міцності та пластичності металів: Навч. посібник / С.С.Дяченко.– Харків: Видавництво ХНАДУ, 2003.–226с.

УДК 65.0.12.122

ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ МІЖ НАПРЯМКАМИ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА: ПОСТАНОВКА, РОЗВ'ЯЗАННЯ, ЗНАЧЕННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Прокудін Г.С., доктор технічних наук
Четверухіна О.Б.

В умовах динамічного розвитку транспортних підприємств у сьогоденному середовищі дуже важливу роль відіграє вибір оптимального розподілу інвестування ресурсів між напрямами діяльності, структурними підрозділами, дочірніми підприємствами і т.д.

При рішенні подібних задач широко використовується динамічне програмування. Словесно алгоритм рішення вже був описаний у попередній роботі (див. випуск №5 за 2008 рік журналу «Управління проектами, системний аналіз та логістика»). Спробуємо формалізувати і вирішити вказану задачу, спираючись на алгоритм ДП.

Постановка задачі дослідження. Допустимо, що на розвиток АТП відпущена певна сума коштів К, яку необхідно розподілити між двома АТП. Ефективність вкладення коштів у перше підприємство оцінюється коефіцієнтом річного прибутку α, у друге – β, причому $\alpha < 1$ і $\beta<1$ і рівні відповідно $\alpha=0,4$ $\beta=0,5$. Наприкінці кожного року відбувається зменшення первісної суми за законом $\varphi(x)=\gamma x$, $\varphi(y)=\theta y$, при цьому $\gamma=0,8$; $\theta=0,75$ (x – сума капіталовкладень в перше підприємство, y – в друге).

Суми, що залишилися, наприкінці кожного року заново перерозподіляються. Обумовимо також, що сума, що залишилася, наприкінці кожного року до прибутку не додається до прибутку.

Необхідно знайти такий розподіл капіталовкладень в перше та в друге підприємство, при якому досягається максимальна сума прибутку за всі 5 років. Неважко уявити, що поставлена задача є класичною задачею оптимізації багатокрокових процесів, саме яку доцільно вирішувати із застосуванням ДП.

Хід рішення

Представимо функціональну модель задачі у наступному вигляді (рис.1).

Вузловими крапками моделі є крапки розподілу суми засобів K_i між підприємствами. Практично це початок кожного календарного року. Таких кроків буде 5. Далі для спрощення виразимо y_i через x_i тобто $y_i = k_i - x_i$.

Записуємо функцію переходу ψ_i виграш z_i для кожного з етапів, починаючи, як це витікає з методу ДП, з п'ятого (останнього) етапу.

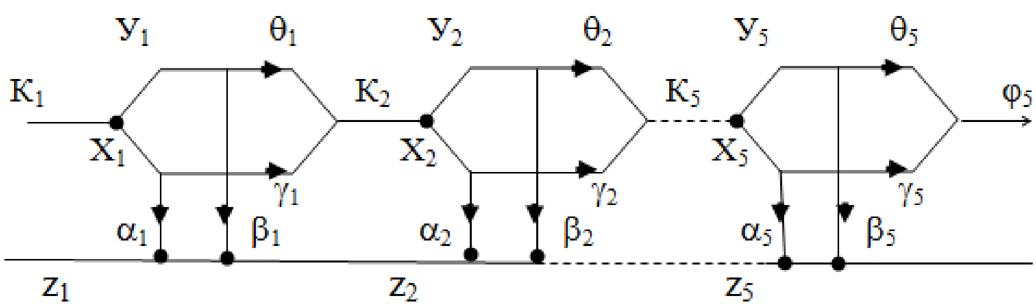

Рис.1. Функціональна модель задачі ДП

Етап 5

З огляду на те, що $y_5 = k_5 - x_5$ і враховуючи $\alpha=0,4$ $\beta=0,5$ $\gamma=0,8$ $\theta=0,75$, запишемо рівняння переходу:

$$\psi_5=\gamma x_5+\theta y_5=(\gamma-\theta)x_5+\theta K_5=0,05x_5+0,75K_5$$

За умовою цей залишок у прибуток не включається.

Величина отриманого прибутку протягом цього року:

$$z_5=\alpha x_5+\beta y_5=(\alpha-\beta)x_5+\beta x_5=-0,1x_5+0,5y_5.$$

Шукаємо максимум цього прибутку:

$$Z_5=max\ [-0,1x_5+0,5y_5]=0,5K_5\ ,$$

якщо x_5=0, $y_5=K_5$.

Етап 4

Робимо аналогічні дії:

$$\psi_4=\gamma x_4+\theta y_4=(\gamma-\theta)x_4+\theta K_4=0,05x_4+0,75K_4=K_5\ ,$$

оскільки це те, що залишилося після 4го року).

$$z_4=\alpha x_4+\beta y_4=z_{5max}=(\alpha-\beta)x_4+\beta K_4+z_{5max}\ ,$$

тому що прибуток за четвертий рік додається до прибутку 5-го року.

Враховуючи , що $z_5\ max=0,5K_5$:

$$Z_4=max\ (-0,1x_4+0,5K_4+0,5K_5).$$

Підставимо значення K_5 і отримаємо для сумарного прибутку за 4-й і 5-й роки:

$$Z_4=max\ [-0,1x_4+0,5K_4+0,5(0,05x_5+0,75K_4)]\ (\text{при } 0\le \mathbf{x_4}\le K_4)\rightarrow$$
$$Z_4=max\ [0,875K_4-0,095x_4]\rightarrow$$
$$Z_{4max}=0,875K_4,$$

якщо x_4=0 і $y_4=K_4$

Етап 3

$$\psi_3=K_4=0,05x_3+0,75K_3$$
$$z_3=(\alpha-\beta)x_3+\beta y_3+z_{4max}.$$

З урахуванням , що $z_{4max}=0,875K_4$ одержимо:

$$Z_3=(-0,1x_3+0,5K_3+0,875K_4).$$

Враховуючи $K_4=0,05x_3+0,75K_3$, одержимо:

$$Z_3=(1,1K_3+0,02x_3)\ (\text{при } 0\le \mathbf{x_3}\le K_3)\rightarrow$$
$$Z_{3мах}=1,12K_3,$$

якщо $x_3=K_3$ (максимально можливе значення) і y_3=0

Етап 2

Робимо як завжди:

$$\psi_2=K_3=0,05x_2+0,75K_2;$$
$$z_2=0,4x_2+0,5(K_2-x2)+z_{3max}\rightarrow$$
$$Z_{2мах}=мах\ [1,34до_2-0,044x_2]\ (\text{при } 0\le x2\le K_2)\rightarrow$$
$$Z_{2мах}=1,34K_2,$$

якщо $x_2=0$ і $y_2=K_2$

Етап 1

По аналогії з попередніми етапами:

$$\psi_1=0,05x_1+0,75K_1=K_2$$
$$z_1=0,4x_1+0,5(K_1 - x_1)+ z_{2max}$$
$$Z_{1мах}=мах[1,505K_1 - 0,023x_1]\ (\text{при } 0 \le x_1 \le K_1)\rightarrow$$
$$Z_{1мах}=1,505K_1=1,505K,$$

при x_1=0 і y_1=K (тому що K_1=K).

Отже: максимальний прибуток діяльності 2-х підприємств за 5 років буде дорівнювати 1,505 від суми первісного вкладення, якщо на 1 і 2 роках усю суму капіталовкладень вкладати в друге підприємство, на 3м році в перше, а на 4 і 5 роках - знову в друге підприємство. Така стратегія оптимального управління розвитком 2х підприємств.

Види задач розподілу ресурсів

Досі ми розглядали простий випадок, коли α і β однакові для всіх етапів. Зустрічаються задачі, де α і β на кожнім етапі різні (це є задача розподілу ресурсів з неоднорідними етапами). Рішення цієї задачі практично не відрізняється від розглянутої раніше і вирішується аналогічно із застосуванням поточних значень α_i і β_i на кожному і-му році розвитку підприємства.

Зустрічаються також задачі розподілу ресурсів, коли отриманий прибуток відчисляється не цілком, а частково вкладається в розвиток виробництва. У цьому випадку відрахований прибуток на будь-якому i-му кроці записується у виді:

$$Z_i=[\alpha x_i+\beta (K_i - x_i)] - r[\alpha x_i+\beta (K_i-x_i)],$$

де r – коефіцієнт, який характеризує частину прибутку, що вкладається в розвиток виробництва.

Основне функціональне рівняння при цьому приймає вид:

$$Z_{iмах}=мах[\alpha x_i+\beta (K_i - x_i) - r(\alpha x_i+\beta (K_i - x_i)) +Z_{(i+1)мах}].$$

при $0 \le x_i \le K_i$

В подальшому процедура рішення залишається незмінною.

Якщо розглядається задача розподілу ресурсів між n об'єктами господарської діяльності, то приходиться на кожнім кроці мати n оптимальних рішень (але не 2, як ми розглядали). Тоді u_i =($x_i^{(1)} x_i^{(2)} .....x_i^{(n)}$) – вектор вкладень в підприємства на початок i-го року.

Процес пошуку оптимальної стратегії управління вкладеннями на кожному кроці також зважується поетапно. Стан системи перед початком кожного етапу як і раніше буде характеризуватися одним числом (K_i) ($i = (\overline{1,m})$, $m -$число етапів). Складніше буде с вибором управлінь (капіталовкладень в $к$-е підприємство на кожному i-му етапі x_i^k).

Необхідно виконати наступні умови на i-му кроці:

$$\sum_{j=1}^{n} x_i^j = K_i (i = m, m-1,.....,1)\cdot$$

При цьому основне функціональне рівняння матиме вид:

$$z_i = \max_{0 \le x_i^j \le k_i^j} [\sum_{j=1}^{n} \alpha_i^j x_i^j + z_{i+1}], (i = m, m-1,....,1)$$

Це вже класична задача ЛП, розв'язання якої вже розглядалося у попередньому розділі, що має вирішуватися для кожного i-го кроку.

Досить часто в практиці приходиться вирішувати задачу розподілу ресурсів із вкладенням прибутку в розвиток виробництва. Подібні задачі називаються виродженими. Особливістю їх є те, що вони вирішуються з першого до останнього кроку, (тільки вперед), що значно спрощує процедуру рішення.

Наприклад, для закупівлі устаткування 2х типів, виділена сума 20000грн.. Ефективність вкладення цих засобів в устаткування оцінюється тим прибутком, що одержить підприємство, використовуючи це устаткування.

Нехай для устаткування 1-го типу коефіцієнт ефективності (прибутку) складає α_1= 0,4; для 2-го типу α_2=0,42. Наприкінці звітного періоду використоване устаткування реалізується за ціною 0,7 і 0,6 первісної вартості (коефіцієнти амортизації відповідно β_1=0,7 і β_2=0,6). Отримані від продажу кошти, а також отриманий прибуток знову вкладаються в придбання устаткування 1 і 2 го типів.

Ставиться задача знайти оптимальний розподіл коштів для їх закупівлі протягом 3х років.

Складемо функціональну модель процесу (рис. 2).

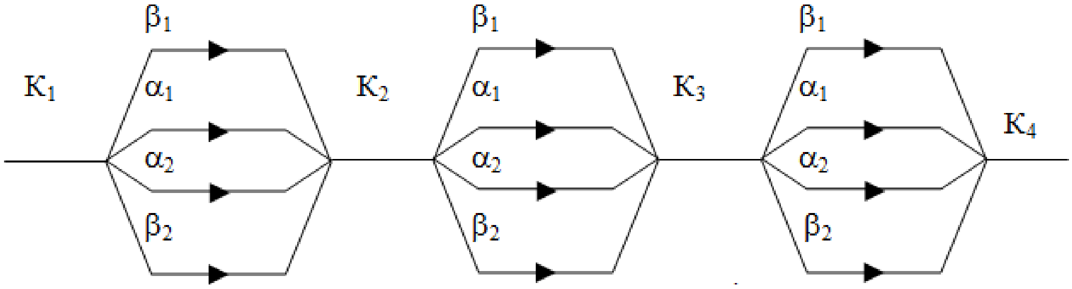

Рис.2. Модель процесу з вкладенням коштів у розвиток виробництва

Перший крок

Знаючи початкове значення К$_1$, одержуємо для К$_2$:

$$K_2 = \max_{\substack{0 \le x_1 \le k_1 \\ 0 \le x_2 \le k_1}} [\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2].$$

Враховуючи $x_2 = K_1 - x_1$ запишемо:

$$K_2 = \max_{0 \le x_1 \le k_1} [\alpha_1 x_1 + \alpha_2 (k_1 - x_1) + \beta_1 x_1 + \beta_2 (K_1 - x_1)] =$$
$$= \max_{0 \le x_1 \le k_1} [(\alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2) x_1 + (\alpha_2 + \beta_2) K_1]$$

К$_2$ буде максимальним при $x_1 = K_1$.

Таким чином, стратегія управління на І-му кроці : $x_1 = K_1$; $x_2 = 0$.

При α_1=0,4, α_2=0,42; β_1=0,7; β_2=0,5:

Величина капиталовкладень на початок другого року K_2=1,1K_1.

Другий крок

Аналізується аналогічно першому:

$$K_3 = \max_{\substack{0 \le x_1 \le K_2 \\ 0 \le x_2 \le K_2}} [\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2] =$$
$$= \max_{0 \le x_1 \le K_2} [(\alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2) x_1 + (\alpha_2 + \beta_2) K_2] =$$
$$= \max[0.08 x_1 + 1.02 K_2] = 1{,}1 K_2 = 1{,}12 K_1$$

при $x_1 = K_1$ і т.д.

Очевидно, що можливі варіанти закупівлі устаткування різного типу на кожен етап розвитку. У цьому випадку уточнюється значення α_i і β_i на кожному кроці.

Можливо також поєднання різних схем використання коштів. Пропонуємо читачам самим вирішити задачу за умови, що на 1-му році весь прибуток вкладається в придбання устаткування, а на наступних цілком відраховується як дивіденд від діяльності підприємства. Необхідно максимізувати прибуток за останні 2 роки.

Висновок

Отже, розглянувши наведені приклади різних ситуацій, коли необхідно оптимально розподілити ресурси, можемо зробити висновок, що за допомогою методів динамічного програмування можна якнайкраще формалізувати такого роду задачі. При цьому для досягнення оптимального результату кожне з управлінь на кожному кроці задачі не обов'язково повинно бути оптимальним. Ми також переконалися, що при різних умовах вкладання ресурсів хід рішення задачі залишається практично незмінним.

Література

1. *Четверухін Б.М* Дослідження операцій в транспортних системах. Частина III. – Спеціальні методи дослідження операцій.– К.: НТУ, 2003. – 153 с.
2. *Волкова В.Н.,* Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. – СПб.: изд. СПбГТУ, 2001. – 512 с.
3. *Кремер Н.Ш.* Исследование операций в экономике. М.: ЮНИТИ, 1997. – 407 с.

УДК 629.113

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТЯГОВО-ШВИДКІСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ АВТОМОБІЛЯ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ДВИГУНІВ РІЗНОЇ ПОТУЖНОСТІ

Сахно В.П., доктор технічних наук
Корпач О.А.

Вступ. Сучасне автомобілебудування характерне тим, що з метою найбільш повного забезпечення потреб споживача у модельному ряду провідних компаній світу існують модифікації автомобілів з двигунами різної потужності. До таких автомобілів можна віднести і ті, що переведені на роботу на газоподібне паливо, потужність яких може зменшуватися до 25% у порівнянні з базовою моделлю.

Використання двигунів з різною потужністю призводить до зміни тягово-швидкісних властивостей автомобіля, може погіршуватися паливна економічність та зростати викиди шкідливих речовин в навколишнє середовище.

Метою роботи є уточнення математичної моделі для визначення тягово-швидкісних властивостей автомобіля при використанні двигунів різної потужності.

Основна частина. При розгляді системи „Автомобіль – дорога – водій – навколишнє середовище" особливої уваги потребує підсистема "двигун - трансмісія", що пов'язано з відмінностями в потужності двигунів, що можуть бути встановленими на автомобіль, у швидкісних режимах його роботи, паливній економічності. При цьому детально аналізують тягово-швидкісні властивості автомобіля і його паливну економічність.

Тягово-швидкісні властивості автомобіля визначаються його здатністю до руху під дією поздовжніх сил ведучих коліс.

Ця група властивостей складається з тягових властивостей, які дозволяють автомобілю долати підйоми та буксирувати причепи, і швидкісних властивостей, які дозволяють йому здійснювати розганяння, рухатись по інерції (вибіг) і з високими швидкостями.

Для аналізу показників тягово-швидкісних властивостей автомобіля найбільш раціонально використовувати математичну модель побудовану на диференціальному рівнянні руху, котре використовується в теорії автомобіля [1]:

$$\frac{dV}{dt} \cdot M_a \cdot \delta_{об} = P_{кол}(V) - P_{оп}(V,V^2) \pm G_a \cdot \sin\alpha, \tag{1}$$

де M_a – повна маса автомобіля, кг; $\delta_{об}$ – коефіцієнт, який ураховує обертові маси автомобіля;

$P_{кол}(V)$ – повна колова сила на ведучих колесах автомобіля, Н;

$P_{оп}(V,V^2)$ – сума сил опору руху автомобіля, які залежать від швидкості його руху, Н;

$G_a \cdot \sin\alpha$ – сила опору підйому, Н;