УДК 519.145.4; 519.171.2

Л.І. Турчанінова, І.В. Давидов

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ОПИС ЛІНІЙНИХ ПРОСТОРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ

Запропоновано оригінальний підхід до застосування біноміальних коефіцієнтів трикутника Паскаля з точки зору просторової геометрії. Елементи трикутника Паскаля розглядають як параметри розмірності лінійних просторів. Розроблено алгоритм формування квадрата і трикутника в просторах різних розмірностей. Запропонована формула зв'язку між параметрами цих фігур в лінійних просторах різних розмірностей і біноміальними коефіцієнтами.

Ключові слова: розмірність простору, куб, гіперкуб, тетраедр, тесеракт, трикутник Паскаля, біноміальні коефіцієнти

ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Предложен оригинальный подход к применению биномиальных коэффициентов треугольника Паскаля с точки зрения пространственной геометрии. Элементы треугольника Паскаля рассматривают как параметры размерности линейных пространств. Разработан алгоритм формирования квадрата и треугольника в пространствах различных размерностей. Предложена формула связи между параметрами этих фигур в линейных пространствах различных размерностей и биномиальными коэффициентами.

DESCRIPTION LINEAR SPACE USING COMBINATORIAL CONFIGURATIONS

An original approach to the use of binomial coefficients of Pascal's triangle in terms of spatial geometry. Elements of Pascal's triangle are considered as parameters dimensional linear spaces. An algorithm for forming a square and a triangle in spaces of

Вступ

Перша згадка про трикутну послідовність біноміальних коефіцієнтів зустрічається у коментарях індійського математика X сторіччя Халаюдхи до трудів іншого математика, Пінгали. Трикутник досліджувався Омаром Хайямом близько 1100 року, тому в Ірані цю схему називають трикутником Хайяма. У 1303 році було випущено книгу китайського математика Чжу Шицзе «Яшмове дзеркало чотирьох елементів», в якій був зображений трикутник Паскаля. Вважається, що винайшов його інший китайський математик Ян Хуей, і китайці називають його трикутником Яна Хуея. Трикутник був також зображений на титульній сторінці підручника з арифметики, написаного 1529 року Петром Апіаном. А вже у 1653 році вийшла книга Блеза Паскаля «Трактат про арифметичний трикутник».

Аналіз досліджень і публікацій

Звернемо увагу на деякі з відомих властивостей трикутника Паскаля [1;2]:

1. $\sum_{k=1}^{n} C_k^n = 2^n, \quad n = 0 \div \infty,$

де n - номер горизонтального рядка трикутника Паскаля.

2. Число 11 в степені n (де n – номер рядка, $n = 0 \div \infty$) дорівнює числу, яке складається з цифр n-го рядка трикутника Паскаля (наприклад, для $n=3$ маємо: $11^3=1331$, … а Паскаля має вигляд: 1 …,

3. У трикутнику Паскаля можна знайти послідовність Фібоначі.

4. Якщо у трикутнику Паскаля всі непарні числа зафарбувати чорним кольором, а парні – білим, вийде трикутник Серпінського.

5. Розглядаючи трикутник Паскаля у контексті його здатності описувати певні просторові елементи, ми можемо знайти також нові, до сьогодні не відкриті формули, що приховані в ньому.

Досліджень, що стосуються четвертого виміру і фігур у ньому, на сьогодні не так багато. Ми знаємо, що протягом багатьох минулих сторіч, кожного, хто наважувався говорити про існування четвертого виміру фізичного простору, чекала страшна наукова інквізиція. Багато талановитих людей опинилися через це на задвірках науки, дехто ж з більш практичних, просто вирішував не розкривати свої дослідження. Як у першому, так і у другому випадках, багато наукових праць, що стосувалися цього розділу «табу», зникли у вирі часу.

Сьогодні перед вченими світу постало питання щодо існування четвертого та більших вимірів простору. Так, ми можемо згадати теорію струн та мембран, що оперують існуванням просторів одинадцяти вимірів. Поширення набула також теорія переходу нашого всесвіту на новий рівень існування – у гіперпростір. Астрономи дійшли висновку, що на початку свого існування всесвіт був одновимірним, але поступово розширюючись, досяг рівня двовимірного, а потім і тривимірного, де зараз і знаходиться наша планета. Тому поява четвертого виміру простору, з огляду на цю теорію, цілком закономірна. Ідею запропонував Деян Стойкович, вчений, який очолює групу фізиків в університеті міста Буффало. Зараз, аби довести цю теорію, вчені проводять експерименти.

Загалом же, ідея існування четвертого і більших порядків вимірів простору – на сьогоднішній день одне з найбільш суперечливих питань [1]. Але над тим, як тісно просторовість пов'язана з комбінаторикою, замислювалося дуже мало людей.

Мета і завдання дослідження

Метою статті є дослідження фігур у просторах різних вимірів за допомогою біноміальних коефіцієнтів та встановлення зв'язку між параметрами розмірностей фігур та біноміальними коефіцієнтами.

Виклад основного матеріалу

В статті запропоновано новий підхід до сенсу біноміальних коефіцієнтів з погляду просторової геометрії.

Зауважимо, що в нашому тривимірному просторі ми можемо уявити чотиривимірний простір, як три координатні вісі і четверта координата – час. Автори пропонують свій погляд на побудову фізичних просторів четвертого і вищих вимірів, тобто таких, де кількість базисних координатних осей співпадає з розмірністю простору.

Перед безпосереднім переходом до обговорення теми, домовимося називати параметрами розмірності простору або фігури в просторі – базові характеристики цього простору або фігури, такі як початок координат, кількість координатних осей або площин, ребер або сторін.

Розглянемо одновимірний простір. Його базис, пряма і точка – початок координат. Тобто, позначивши кількість початків координат та кількість осей ми отримаємо таку послідовність: 1; 1. Тут перша одиниця – кількість початків координат, а друга – кількість базисних векторів. Перпендикулярний переріз цього простору – точка, яка розбиває його на дві частини.

Двовимірний простір – площина. Початок координат – точка, через яку проведені дві перпендикулярні між собою осі, що розбивають цей простір на квадранти. Базисом цього простору є два перпендикуляри, на яких і сформована одна площина. Тобто, послідовність, що описує двовимірний простір, така:

$$1;\ 2;\ 1,$$

де цифра 1 - кількість початків координат; цифра 2 - кількість координатних осей; цифра 1 - кількість площин.

Тривимірний простір – світ, у якому ми існуємо. Він має такий базис: один початок координат, три координатні осі, три координатні площини і простір, сформований ними. Тепер числова послідовність буде такою:

$$1;\ 3;\ 3;\ 1,$$

Таким чином, ми маємо трикутну таблицю:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1

Це і є трикутник Паскаля, елементами якого є біноміальні коефіцієнти. Отже, з допомогою біноміальних коефіцієнтів можна описати будь-які базові характеристики простору. Коефіцієнти, розташовані по горизонталі трикутника Паскаля описують параметри розмірності простору. Коефіцієнти, що розташовані у висхідних діагоналях, які проходять через задані горизонтальні коефіцієнти, описують значення одного і того ж параметра для просторів різних розмірностей. І тоді стає зрозуміло, що сума коефіцієнтів *n*-го ряду, яка дорівнює *2n*, задає кількість частин простору розмірності *n*, на які його ділять простори розмірності *(n-1)*. Наприклад, пряма (простір першої розмірності) розділяється навпіл точкою (простором нульової розмірності). Площина (двовимірний простір) розділяється на квадранти двома перпендикулярними прямими (просторами першої розмірності). Простір третьої розмірності розділяється трьома координатними площинами (двовимірними просторами) на октанти і т. д. Отже, трикутник Паскаля – певна таблиця, у якій зашифрована інформація про всі параметри простору певної розмірності.

Чотиривимірний простір буде описуватися такою послідовністю:

$$1;\ 4;\ 6;\ 4;\ 1$$

де відповідно цифра 1 – кількість початків координат; цифра 4 – кількість координатних осей; цифра 6 - кількість перпендикулярних координатних площин; цифра 4 – кількість перпендикулярних просторів; цифра 1 – новий гіперпростір.

Тепер можна вивести загальну формулу параметрів розмірності простору:

$$\prod_{ij} = C_i^j, \quad i, j = 0 \div \infty$$

де $\prod_{ij}$ – базова характеристика простору степені i; i – розмірність простору (номер рядка трикутника Паскаля);
j – номер параметра простору розмірності i (номер цифри в i-му рядку); C_i^j – елемент трикутника Паскаля, що стоїть на *j-му* місці в i-му рядку.

Розглянувши метод опису лінійних просторів за допомогою трикутника Паскаля, ми можемо переходити до алгоритму формування фігури *α,* яку у двовимірному просторі називають квадрат, а у тривимірному – куб. Надалі вважатимемо, що це не різні фігури у просторах різних розмірностей, а фігура з однаковими властивостями у просторах різних розмірностей. Цей алгоритм має такий вигляд: у лінійному просторі розмірності *n* з початку координат (який також буде заміняти першу вершину фігури *α*) по координатних осях проводять *n* відрізків рівної довжини. На кінцях цих відрізків формуються вершини фігури α, таким чином: в кожній отриманій вершині будують *(n-1)* відрізок, рівний з попередніми за довжиною та напрямком і перпендикулярний до щойно проведеного. Операцію повторюють рівно *n* разів, допоки фігура не буде завершена, тобто дійде такої точки, в якій зустрінуться n відрізків.

Оскільки параметри розмірності фігури α залежать від розмірності простору, в якому вона знаходиться, ми можемо задати їх за допомогою коефіцієнтів трикутника Паскаля (рис. 1).

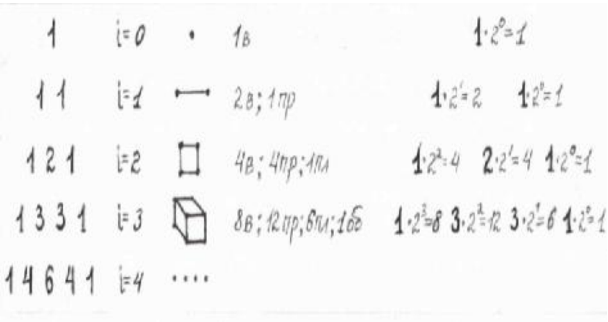

Рис. 1. Залежність параметрів розмірності фігури *α* від розмірності простору

Отже, формула, що описує будь-яку базову характеристику фігури *α* в просторі будь-якої розмірності має такий вигляд:

$$Q_{ij} = C_i^j \cdot 2^{i-j}, i, j = 0 \div \infty,$$

де Q_{ij} – базова характеристика фігури α; i – розмірність простору (номер рядка трикутника Паскаля); j – номер параметра фігури *α* (номер цифри у i-му рядку); C_i^j – елемент трикутника Паскаля, що стоїть на j-му місці в i-му рядку.

За допомогою цієї формули ми легко можемо підрахувати параметри розмірності фігури *α* у просторі будь-якої розмірності, наприклад, четвертої. В цій фігурі є: 16 вершин; 32 ребра; 24 площини; 8 об'ємів; 1 простір нової розмірності, що прийнято називати гіперпростором.

Загальна формула для базових характеристик фігури *β* у просторі будь-якого виміру має вигляд:

$$T_{ij} = C_{i+1}^{j+1}, \ \ i, j = 0 \div \infty,$$

де T_{ij} – базова характеристика фігури β (кількість вершин, ребер і т. д.); i – розмірність простору (номер рядка трикутника Паскаля); j – номер параметра фігури β (номер цифри у i-му рядку); C_{i+1}^{j+1} - елемент трикутника Паскаля, що стоїть на *(j+1)*-му місці в *(i+1)*-му рядку.

Алгоритм формування фігури *β*, яку у двовимірному просторі називають трикутник, а в тривимірному – тетраедр показано на рис 2.

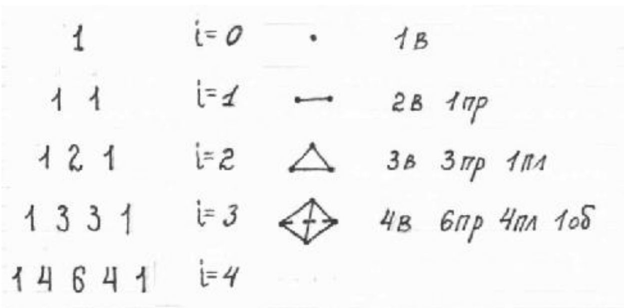

Рис. 2. Залежність параметрів розмірності фігури β від розмірності простору

Тепер ми можемо дізнатися параметри розмірності фігури *β* у просторі 4 розмірності: 5 вершин; 10 ребер; 10 площин; 5 об'ємів; 1 простір нової розмірності, що прийнято називати гіперпростором. Важливо зауважити, що дані формули можуть використовуватися для пошуку параметрів розмірностей фігур *α* та *β* у просторі будь-якої розмірності.

Висновки

1. Проведені теоретичні дослідження показали, що біноміальні коефіцієнти трикутника Паскаля дозволяють розраховувати базові параметри фігур та просторів.

2. Знайдено формули, за допомогою яких можна описати будь-яку кількісну характеристику базисних розмірностей трикутника та квадрата (фігур *α* та *β*) у просторі будь-якої розмірності.

3. Результати досліджень можуть застосовуватися у системному аналізі та комп'ютерному моделюванні складних систем та багатовимірних процесів.

Список літератури

1. *Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А. Метод координат. –М.: Наука, 1968.- 80 с.*

2. *Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Элементы комбинаторики. – М.: Наука, 1977. – 80 с.*

3. *Дж. Риордан Введение в комбинаторный аналіз. – М.: Изд-во иностранной литературы , 1963.- 28 с.*

Стаття надійшла до редколегії 20.06.2012

Рецензент: д-р техн. наук, професор І.І. Назаренко, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ.

.

УДК 519.145.4; 519.171.2

Л.І. Турчанінова, І.В. Давидов

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ОПИС ЛІНІЙНИХ ПРОСТОРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ

Запропоновано оригінальний підхід до застосування біноміальних коефіцієнтів трикутника Паскаля з точки зору просторової геометрії. Елементи трикутника Паскаля розглядають як параметри розмірності лінійних просторів. Розроблено алгоритм формування квадрата і трикутника в просторах різних розмірностей. Запропонована формула зв'язку між параметрами цих фігур в лінійних просторах різних розмірностей і біноміальними коефіцієнтами.

Ключові слова: розмірність простору, куб, гіперкуб, тетраедр, тесеракт, трикутник Паскаля, біноміальні коефіцієнти

ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Предложен оригинальный подход к применению биномиальных коэффициентов треугольника Паскаля с точки зрения пространственной геометрии. Элементы треугольника Паскаля рассматривают как параметры размерности линейных пространств. Разработан алгоритм формирования квадрата и треугольника в пространствах различных размерностей. Предложена формула связи между параметрами этих фигур в линейных пространствах различных размерностей и биномиальными коэффициентами.

DESCRIPTION LINEAR SPACE USING COMBINATORIAL CONFIGURATIONS

An original approach to the use of binomial coefficients of Pascal's triangle in terms of spatial geometry. Elements of Pascal's triangle are considered as parameters dimensional linear spaces. An algorithm for forming a square and a triangle in spaces of

Вступ

Перша згадка про трикутну послідовність біноміальних коефіцієнтів зустрічається у коментарях індійського математика X сторіччя Халаюдхи до трудів іншого математика, Пінгали. Трикутник досліджувався Омаром Хайямом близько 1100 року, тому в Ірані цю схему називають трикутником Хайяма. У 1303 році було випущено книгу китайського математика Чжу Шицзе «Яшмове дзеркало чотирьох елементів», в якій був зображений трикутник Паскаля. Вважається, що винайшов його інший китайський математик Ян Хуей, і китайці називають його трикутником Яна Хуея. Трикутник був також зображений на титульній сторінці підручника з арифметики, написаного 1529 року Петром Апіаном. А вже у 1653 році вийшла книга Блеза Паскаля «Трактат про арифметичний трикутник».

Аналіз досліджень і публікацій

Звернемо увагу на деякі з відомих властивостей трикутника Паскаля [1;2]:

1. $\sum_{k=1}^{n} C_k^n = 2^n$, $n = 0 \div \infty$,

де n - номер горизонтального рядка трикутника Паскаля.

2. Число 11 в степені n (де n – номер рядка, $n = 0 \div \infty$) дорівнює числу, яке складається з цифр n-го рядка трикутника Паскаля (наприклад, для $n=3$ маємо: 11^3=1331, а Паскаля має вигляд: 1

3. У трикутнику Паскаля можна знайти послідовність Фібоначі.

4. Якщо у трикутнику Паскаля всі непарні числа зафарбувати чорним кольором, а парні – білим, вийде трикутник Серпінського.

5. Розглядаючи трикутник Паскаля у контексті його здатності описувати певні просторові елементи, ми можемо знайти також нові, до сьогодні не відкриті формули, що приховані в ньому.

Досліджень, що стосуються четвертого виміру і фігур у ньому, на сьогодні не так багато. Ми знаємо, що протягом багатьох минулих сторіч, кожного, хто наважувався говорити про існування четвертого виміру фізичного простору, чекала страшна наукова інквізиція. Багато талановитих людей опинилися через це на задвірках науки, дехто ж з більш практичних, просто вирішував не розкривати свої дослідження. Як у першому, так і у другому випадках, багато наукових праць, що стосувалися цього розділу «табу», зникли у вирі часу.

Сьогодні перед вченими світу постало питання щодо існування четвертого та більших вимірів простору. Так, ми можемо згадати теорію струн та мембран, що оперують існуванням просторів одинадцяти вимірів. Поширення набула також теорія переходу нашого всесвіту на новий рівень існування – у гіперпростір. Астрономи дійшли висновку, що на початку свого існування всесвіт був одновимірним, але поступово розширюючись, досяг рівня двовимірного, а потім і тривимірного, де зараз і знаходиться наша планета. Тому поява четвертого виміру простору, з огляду на цю теорію, цілком закономірна. Ідею запропонував Деян Стойкович, вчений, який очолює групу фізиків в університеті міста Буффало. Зараз, аби довести цю теорію, вчені проводять експерименти.

Загалом же, ідея існування четвертого і більших порядків вимірів простору – на сьогоднішній день одне з найбільш суперечливих питань [1]. Але над тим, як тісно просторовість пов'язана з комбінаторикою, замислювалося дуже мало людей.

Мета і завдання дослідження

Метою статті є дослідження фігур у просторах різних вимірів за допомогою біноміальних коефіцієнтів та встановлення зв'язку між параметрами розмірностей фігур та біноміальними коефіцієнтами.

Виклад основного матеріалу

В статті запропоновано новий підхід до сенсу біноміальних коефіцієнтів з погляду просторової геометрії.

Зауважимо, що в нашому тривимірному просторі ми можемо уявити чотиривимірний простір, як три координатні вісі і четверта координата – час. Автори пропонують свій погляд на побудову фізичних просторів четвертого і вищих вимірів, тобто таких, де кількість базисних координатних осей співпадає з розмірністю простору.

Перед безпосереднім переходом до обговорення теми, домовимося називати параметрами розмірності простору або фігури в просторі – базові характеристики цього простору або фігури, такі як початок координат, кількість координатних осей або площин, ребер або сторін.

Розглянемо одновимірний простір. Його базис, пряма і точка – початок координат. Тобто, позначивши кількість початків координат та кількість осей ми отримаємо таку послідовність: 1; 1. Тут перша одиниця – кількість початків координат, а друга – кількість базисних векторів. Перпендикулярний переріз цього простору – точка, яка розбиває його на дві частини.

Двовимірний простір – площина. Початок координат – точка, через яку проведені дві перпендикулярні між собою осі, що розбивають цей простір на квадранти. Базисом цього простору є два перпендикуляри, на яких і сформована одна площина. Тобто, послідовність, що описує двовимірний простір, така:

1; 2; 1,

де цифра 1 - кількість початків координат; цифра 2 - кількість координатних осей; цифра 1 - кількість площин.

Тривимірний простір – світ, у якому ми існуємо. Він має такий базис: один початок координат, три координатні осі, три координатні площини і простір, сформований ними. Тепер числова послідовність буде такою:

1; 3; 3; 1,

Таким чином, ми маємо трикутну таблицю:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1

Це і є трикутник Паскаля, елементами якого є біноміальні коефіцієнти. Отже, з допомогою біноміальних коефіцієнтів можна описати будь-які базові характеристики простору. Коефіцієнти, розташовані по горизонталі трикутника Паскаля описують параметри розмірності простору. Коефіцієнти, що розташовані у висхідних діагоналях, які проходять через задані горизонтальні коефіцієнти, описують значення одного і того ж параметра для просторів різних розмірностей. І тоді стає зрозуміло, що сума коефіцієнтів *n*-го ряду, яка дорівнює *2n*, задає кількість частин простору розмірності *n*, на які його ділять простори розмірності *(n-1)*. Наприклад, пряма (простір першої розмірності) розділяється навпіл точкою (простором нульової розмірності). Площина (двовимірний простір) розділяється на квадранти двома перпендикулярними прямими (просторами першої розмірності). Простір третьої розмірності розділяється трьома координатними площинами (двовимірними просторами) на октанти і т. д. Отже, трикутник Паскаля – певна таблиця, у якій зашифрована інформація про всі параметри простору певної розмірності.

Чотиривимірний простір буде описуватися такою послідовністю:

1; 4; 6; 4; 1

де відповідно цифра 1 – кількість початків координат; цифра 4 – кількість координатних осей; цифра 6 - кількість перпендикулярних координатних площин; цифра 4 – кількість перпендикулярних просторів; цифра 1 – новий гіперпростір.

Тепер можна вивести загальну формулу параметрів розмірності простору:

$$\prod_{ij} = C_i^j, \quad i, j = 0 \div \infty$$

де $\prod_{ij}$ – базова характеристика простору степені i; i – розмірність простору (номер рядка трикутника Паскаля);
j – номер параметра простору розмірності i (номер цифри в i-му рядку); C_i^j – елемент трикутника Паскаля, що стоїть на *j-му* місці в i-му рядку.

Розглянувши метод опису лінійних просторів за допомогою трикутника Паскаля, ми можемо переходити до алгоритму формування фігури *α,* яку у двовимірному просторі називають квадрат, а у тривимірному – куб. Надалі вважатимемо, що це не різні фігури у просторах різних розмірностей, а фігура з однаковими властивостями у просторах різних розмірностей. Цей алгоритм має такий вигляд: у лінійному просторі розмірності n з початку координат (який також буде заміняти першу вершину фігури *α*) по координатних осях проводять n відрізків рівної довжини. На кінцях цих відрізків формуються вершини фігури α, таким чином: в кожній отриманій вершині будують *(n-1)* відрізок, рівний з попередніми за довжиною та напрямком і перпендикулярний до щойно проведеного. Операцію повторюють рівно n разів, допоки фігура не буде завершена, тобто дійде такої точки, в якій зустрінуться n відрізків.

Оскільки параметри розмірності фігури α залежать від розмірності простору, в якому вона знаходиться, ми можемо задати їх за допомогою коефіцієнтів трикутника Паскаля (рис. 1).

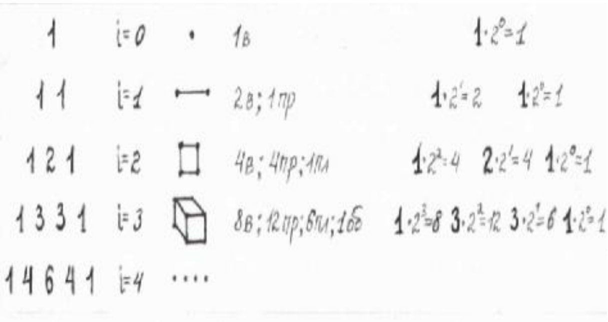

Рис. 1. Залежність параметрів розмірності фігури *α* від розмірності простору

Отже, формула, що описує будь-яку базову характеристику фігури *α* в просторі будь-якої розмірності має такий вигляд:

$$Q_{ij} = C_i^j \cdot 2^{i-j}, i, j = 0 \div \infty,$$

де Q_{ij} – базова характеристика фігури α; i – розмірність простору (номер рядка трикутника Паскаля); j – номер параметра фігури *α* (номер цифри у i-му рядку); C_i^j – елемент трикутника Паскаля, що стоїть на j-му місці в i-му рядку.

За допомогою цієї формули ми легко можемо підрахувати параметри розмірності фігури *α* у просторі будь-якої розмірності, наприклад, четвертої. В цій фігурі є: 16 вершин; 32 ребра; 24 площини; 8 об’ємів; 1 простір нової розмірності, що прийнято називати гіперпростором.

Загальна формула для базових характеристик фігури *β* у просторі будь-якого виміру має вигляд:

$$T_{ij} = C_{i+1}^{j+1}, \quad i, j = 0 \div \infty,$$

де T_{ij} – базова характеристика фігури β (кількість вершин, ребер і т. д.); i – розмірність простору (номер рядка трикутника Паскаля); j – номер параметра фігури β (номер цифри у i-му рядку); C_{i+1}^{j+1} - елемент трикутника Паскаля, що стоїть на *(j+1)*-му місці в *(i+1)*-му рядку.

Алгоритм формування фігури *β*, яку у двовимірному просторі називають трикутник, а в тривимірному – тетраедр показано на рис 2.

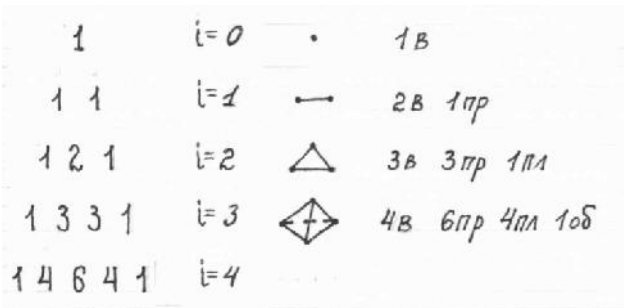

Рис. 2. Залежність параметрів розмірності фігури β від розмірності простору

Тепер ми можемо дізнатися параметри розмірності фігури *β* у просторі 4 розмірності: 5 вершин; 10 ребер; 10 площин; 5 об’ємів; 1 простір нової розмірності, що прийнято називати гіперпростором. Важливо зауважити, що дані формули можуть використовуватися для пошуку параметрів розмірностей фігур *α* та *β* у просторі будь-якої розмірності.

Висновки

1. Проведені теоретичні дослідження показали, що біноміальні коефіцієнти трикутника Паскаля дозволяють розраховувати базові параметри фігур та просторів.
2. Знайдено формули, за допомогою яких можна описати будь-яку кількісну характеристику базисних розмірностей трикутника та квадрата (фігур *α* та *β*) у просторі будь-якої розмірності.

3. Результати досліджень можуть застосовуватися у системному аналізі та комп'ютерному моделюванні складних систем та багатовимірних процесів.

Список літератури

1. *Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А. Метод координат. –М.: Наука, 1968.- 80 с.*
2. *Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Элементы комбинаторики. – М.: Наука, 1977. – 80 с.*
3. *Дж. Риордан Введение в комбинаторный аналіз. – М.: Изд-во иностранной литературы , 1963.- 28 с.*

Стаття надійшла до редколегії 20.04.2012

Рецензент: д-р техн. наук, професор І.І. Назаренко, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ.