

МЕТОДОЛОГІЯ ПРОГНОЗУВАННЯ СМЕРТНОСТІ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

ДУ «Український інститут стратегічних досліджень МОЗ України», м. Київ, Україна

Мета – вивчити та проаналізувати випадки смерті чоловіків працездатного віку; розробити методику прогнозування смертності; з використанням цієї методики провести прогнозування смертності за класами хвороб залежно від віку та місця проживання (місто, село).

Матеріали та методи. Математичне моделювання з використанням тригонометричних рядів Фур'є (генеральна вибірка 86 836 випадків смерті чоловіків працездатного віку Луганської області за період 2001–2010 рр.). Методи: статистичний, математичного моделювання.

Результати. За результатами дослідження, для побудови прогностичної моделі в основу математичного апарату покладено чисельні методи апроксимації емпіричних даних із наступною екстраполяцією невідомої функції тригонометричним рядом Фур'є. Отримана математична модель прогнозування смертності адаптована та апробована для кожної вибірки залежно від врахованих ознак для прогнозування. Результати математичного моделювання показали задовільні параметри інформативності, значущості та достовірності побудованих моделей. Створена модель є динамічною, її точність пропорційна довжині часового ряду, що дає змогу прогнозувати показником смертності постійно уточнюватися. На підставі отриманих математичних прогностичних моделей створено розрахунковий модуль на основі пакету програми Microsoft Excel з прогнозування смертності чоловіків працездатного віку. Дана методика може бути адаптована як для України в цілому, так і для будь-якої області зокрема, що дасть змогу розрахувати можливий економічний збиток від прогнозованих випадків смерті, а також попередити їх шляхом профілактичних заходів.

Висновки. Завдяки запропонованій методиці розроблено базисну прогностичну модель, яка є динамічною, а її точність пропорційна довжині часового ряду, що дало змогу отримати прогностичні дані смертності чоловіків працездатного віку до 2030 р.

Ключові слова: математичне моделювання, прогностична модель, прогноз смертності, чоловіки працездатного віку.

Вступ

Значне місце в області медицини та охорони здоров'я займають математичні моделі, важлива роль яких полягає в інтегральній оцінці здоров'я населення. Послідовні показники здоров'я населення являють собою часові ряди, прогнозування яких багаторазово розглядалося в літературі. Відомо, що всі існуючі моделі оцінки здоров'я мають певні недоліки, але оцінка стану здоров'я населення за допомогою інтегральних показників, а також очікувані їх прогностичні тенденції набувають у сучасних умовах все більшого практичного значення [2, 3, 4, 6, 8, 9, 10].

Мета роботи – вивчити та проаналізувати випадки смерті чоловіків працездатного віку (ЧПВ); розробити методику прогнозування смертності; з використанням даної методики провести прогнозування смертності за класами хвороб залежно від віку та місця проживання (місто, село).

Матеріали та методи

Матеріали дослідження: статистична звітність Головного управління статистики в Луганській області 2001–2010 рр. Ф. С–8 (50 од.), середньорічна чисельність населення за статтю та віком 2001–2011 рр. (20 од.).

Вивчено 86 836 випадків смерті. Генеральна вибірка (86 836 випадків смерті ЧПВ) розбита за класами захворювань, які спричинили смерть, віковими групами (16–29 років, 30–39 років, 40–49 років, 50–59 років), місцем проживання (місто, село), роками смерті. Здійснено математичне моделювання, в основу математичного апарату покладено чисельні методи апроксимації емпіричних даних із наступною екстраполяцією невідомої функції тригонометричним рядом Фур'є. Отримана математична модель прогнозування смертності адаптована та апробована для кожної вибірки залежно від врахованих ознак для прогнозування. Оцінка інформативності та значущості моделей здійснена за допомогою дисперсійного аналізу (коефіцієнт детермінації R^2), F – критерій Фішера. Проведено аналіз помилки апроксимації, аналіз відхилень модельних значень від середнього із застосуванням коефіцієнта кореляції Пірсона.

Методи дослідження: статистичний, математичного моделювання.

Результати дослідження та їх обговорення

Проведений аналіз статистичних даних випадків смерті ЧПВ (аналіз частот) вказав на гармонійний характер наявних даних і доцільності застосування для

побудови прогностичної моделі гармонійного аналізу часових рядів смертності. В основу математичного апарату були покладені чисельні методи апроксимації емпіричних даних із наступною екстраполяцією невідомої функції тригонометричним рядом Фур'є. У практиці рекомендується застосовувати даний метод для отримання прогностичної моделі, використовуючи не менше 7 вузлових точок (років) [1, 5, 7].

Апроксимація та екстраполяція здійснені на часовому інтервалі $(0, T)$, де $T=10$ (кількість років, за які зібрані статистичні дані смертності ЧПВ області) тригонометричним многочленом N -го порядку функцією

$$Q_N(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos(n \frac{2\pi}{T} x) + b_n \sin(n \frac{2\pi}{T} x)), \quad (0 \leq x \leq T), \quad (1)$$

де n – номер відповідного члена (коефіцієнта) ряду $(a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)$; N – порядок многочлена (у випадку наших розрахунків $N=3$, що достатньо для отримання достатньої точності апроксимації).

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos(n \frac{2\pi}{T} x) dx$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin(n \frac{2\pi}{T} x) dx \quad (2)$$

Оскільки у вищезазначених формулах нам невідомий аналітичний вид функції смертності, але відомі емпіричні значення функції з метою обчислення коефіцієнтів, ми застосували в співвідношеннях (2) формулу прямокутників (3) для обчислення інтегралів за

$$a_n = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \cos(n \frac{2\pi k}{m})$$

$$b_n = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \sin(n \frac{2\pi k}{m}), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

Відомо, що, на відміну від методу найменших квадратів, тригонометричний ряд дає найкраще наближення до функції $f(x)$, іншими словами, коефіцієнти (4.3) мінімізують суму квадратів відхилень (4):

$$S_N^2 = \sum_{k=0}^{m-1} [Q_N(x_k) - y_k]^2, \quad (4)$$

де $Q_N(x_k)$ – значення (кількість смертей) многочлена (4.1) в точках X_k ; y_k – емпіричне

$y = f(x)$, для якої відомі m (поточне значення кількості років) її значень ($m=10$), $y_k = f(x_k)$, де

$$X_k = \frac{kT}{m} \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots, m-1), \quad \text{де } y_k - \text{емпіричні}$$

значення функції смертності (статистичні дані кількості смертей чоловіків), тобто смертність в k -й рік дослідження ($k=0, 1, 2, 3, \dots, m-1$); k – порядковий номер досліджуваного року; $(0, T)$ – досліджуваний інтервал. Тригонометричний многочлен має такий вигляд (1):

Коефіцієнти тригонометричного ряду a_n, b_n визначені такими співвідношеннями (2):

значеннями підінтегральних виразів у точках $x_k = \frac{kT}{m}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, m-1$) та отримали формули для обчислення коефіцієнтів a_n, b_n за якими будуть визначені коефіцієнти ряду $(a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)$:

значення функції смертності (статистика смертності за кожний рік).

Таким чином, многочлен (1), коефіцієнти якого для кожної з моделей знаходимо за формулами (3), слугує рішенням поставленої задачі математичного моделювання і прогнозування динаміки смертності ЧПВ області.

Отримана математична модель прогнозування смертності адаптована та апробована для кожної вибірки (за причиною смерті, віковою групою, містом мешкання) залежно від врахованих ознак для прогнозування, для чого обчислено їх власні коефіцієнти тригонометричного многочлена (1) за формулами (3). У розрахунках ми обмежилися сьома першими членами ряду

$(a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)$, що є достатнім для досягнення необхідної точності моделей.

Для оцінки інформативності та значущості моделі здійснено дисперсійний аналіз, в результаті якого розраховано:

- коефіцієнт детермінації (5):

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS}, \quad (5)$$

де SS_R – сума квадратів відхилень, розрахованих значень \hat{Y}_i (абсолютна кількість смертей за i -й рік) від середнього \bar{Y} (середнє значення кількості смертей за досліджуваній період, математичне очікування); SS – сума квадратів відхилень значень Y_i , що

спостерігалися від середнього \bar{Y} . Використана така градація інформативності отриманих моделей: задовільна – $0,3 < R^2 < 0,5$; достатня – $0,5 < R^2 < 0,7$; гарна – $0,7 < R^2 < 0,9$; оптимальна – $R^2 < 0,9$.

- F – критерій Фішера (6):

$$F = \frac{S_R^2}{S_0^2}, \quad (6)$$

де S_R^2 – дисперсія відхилень \hat{Y}_i від середнього \bar{Y} ; S_0^2 – дисперсія відхилень Y_i від \hat{Y}_i .

Також здійснено аналіз помилки апроксимації як середнього відхилення модельних значень від експериментальних значень, так і відхилень модельних значень від середнього із застосуванням коефіцієнта кореляції Пірсона, який розраховано за формулою (7):

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} \quad (7)$$

Аналіз показав хороші результати.

У цілому модель вважають інформативною при $R^2 > 0,5$ і значущою, достовірною при рівні значущості за F – критерієм $p \leq 0,05$, або коли F – критерій Фішера табличний більший за F – критерій Фішера розрахунковий (модельний) для даного числа ступенів свободи. Результати математичного моделювання вказали на задовільні параметри інформативності, значущості та достовірності побудованих моделей.

Важливо, що створена модель реагує на вхідні дані, тобто є динамічною, а не статичною, її точність пропорційна довжині часового ряду. З подальшим набором статистики смертності за кожний наступний рік значення коефіцієнтів многочлена будуть уточнюватися, тим самим будуть уточнюватися і прогностичні показники (абсолютна кількість випадків смерті чоловіків за певними причинами смерті) смертності ЧПВ.

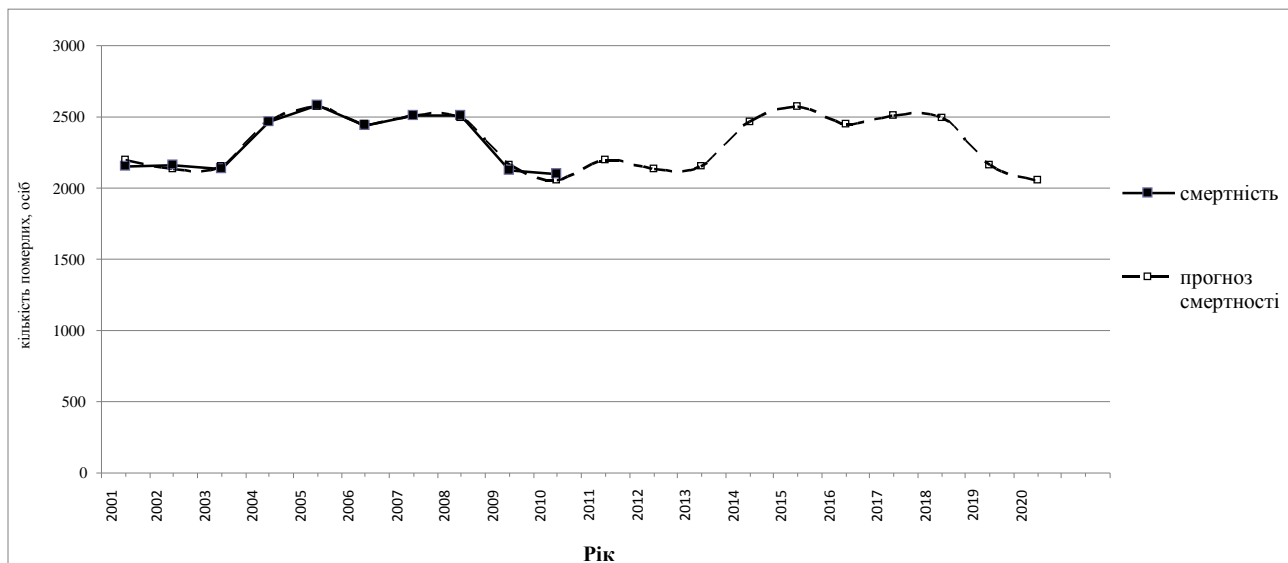
На підставі отриманих математичних прогностичних моделей створено розрахунковий модуль (складається з 4 модулів) на основі пакету програми Microsoft Excel з прогнозуванням загальної та повікової смертності ЧПВ Луганської області та м. Луганська залежно від причин смерті та місця проживання і отримано прогностичні коефіцієнти смертності на період до 2030 р., які будуть уточнюватися з отриманням

статистичних даних про смерть ЧПВ за кожний подальший рік.

Наводимо приклад результатів математичного моделювання (формули розроблених моделей) з параметрами інформативності, значущості та достовірності побудованих моделей за провідними причинами смерті, що були закладені в розрахункові модулі та стали основою для автоматичного розрахунку прогнозу смертності чоловіків (рис.).

Висновки

Таким чином, завдяки запропонованій методиці розроблено базисну прогностичну модель, яка є динамічною, а її точність пропорційна довжині часового ряду. З подальшим набором статистики смертності прогностичні показники смерті будуть уточнюватися. Створені прогностичні моделі дали змогу отримати прогностичні дані смертності ЧПВ області і лягли в основу створеного розрахункового модуля з прогнозування загальної та повікової смертності чоловіків регіону до 2030 р. Важливо, що дана методика може бути адаптована як для України в цілому, так і для будь-якої області зокрема, що дасть змогу розрахувати можливий економічний збиток від прогнозованих випадків смерті, а також попередити їх шляхом профілактичних заходів.



	a0	a1	b1	a2	b2	a3	b3
Коефіцієнти многочлена:	4634	-234,021	8,334404	1,130998	3,332451	108,321	30,07304
Коефіцієнт детермінації:	0,98	Інформативність моделі:		оптимальна			
Критерій Фішера(модельний):	0,02	Достовірність моделі:		достовірна			
Розмір вибірки:	23169	Помилка апроксимації (<%>):		0,1865			
Число ступенів свободи:	1	Коефіцієнт кор. Пірсона (<1>):		0,9906			
Критерій Фішера (табличний):	3,90	Довірчий інтервал:		2,16			
Точність моделі:	0,9981	F-критерій (<1>):		0,98			
$Q_4(x) = 4634 - 234,021 \cos\left(\frac{x\pi}{5}\right) + 8,3344 \sin\left(\frac{x\pi}{5}\right) + 1,131 \cos\left(\frac{x\pi}{5}\right) + 3,3324 \sin\left(\frac{x\pi}{5}\right) + 108,321 \cos\left(\frac{x\pi}{5}\right) + 30,073 \sin\left(\frac{x\pi}{5}\right)$							

Рис. Динаміка смертності чоловіків працездатного віку Луганської області від хвороб системи кровообігу у 2001–2010 рр. і прогноз смертності до 2020 р. (у кількості осіб, померлих від даної причини), математична модель

Перспективи подальших досліджень

Для отримання більш близької до абсолютної точності прогнозу смертності вкрай необхідні дані про керуючі ознаки смертності та їх обов'язкове врахування в прогностичних моделях, отримати які можливо тільки

при введенні електронних карт пацієнтів у практичну діяльність закладів охорони здоров'я з наявністю в них максимального набору даних, у тому числі в частині питань, що відносяться до резерву здоров'я, оскільки в існуючих обліково-звітних формах за смертністю немає необхідної для цього інформації.

Література

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М., 1997. – 400 с.
2. Красенков В. Л. Современные подходы к анализу и снижению смертности населения на территориальном уровне / В. Л. Красенков, Камруззаман Сайед // Проблемы соц. гигиены, здравоохран. и истории медицины. – 2010. – № 5. – С. 11–13.
3. Лисицын В. И. Анализ смертности по персонализированной базе умершего населения / В. И. Лисицын // Проблемы соц. гигиены, здравоохран. и истории медицины. – 2010. – № 6. – С. 11–14.
4. Любінець О. В. Стан та прогноз середньої очікуваної тривалості життя в Україні / О. В. Любінець // Україна. Здоров'я нації. – 2010. – № 2 (14). – С. 15–23.
5. Мину М. Математическое программирование / М. Мину. – М.: Наука, 1990. – 123 с.
6. Поліщук М. С. Зміни середньої очікуваної тривалості життя в Україні за останні 50 років як показник ефективності охорони громадського здоров'я / М. С. Поліщук, К. С. Красовський, Т. І. Андреева // Україна. Здоров'я нації. – 2009. – № 3 (11). – С. 54–61.
7. Ряды Фурье: метод. указания к РГР по высшей математике / Воронеж. гос. технол. акад.; сост. Л. Н. Ляхов, Ю. С. Эктон, М. П. Сумец. – Воронеж, 2000. – 20 с.
8. Сучасні та прогностичні тенденції смертності населення України : монографія / Г. О. Слабкий, О. М. Орда, Л. А. Чепелевська, О. В. Любінець. – Київ, 2010. – 180с.
9. Чепелевська Л. А. Прогностичні тенденції смертності населення України / Л. А. Чепелевська, О. В. Любінець // Вісник соц. гігієни та орг. охорони здоров'я України. – 2009. – № 3. – С. 10–15.

10. *Europe's men need their own health strategy* / A. White, M. McKee, N. Richardson [et al.] // *BMJ*. – 2011. – № 343. – P. d7397.

Дата надходження рукопису до редакції: 30.03.2015 р.

Методология прогнозирования смертности на основе математического моделирования

С.В. Дудник

ГУ «Украинский институт стратегических исследований МЗ Украины», г. Киев, Украина

Цель – изучить и проанализировать случаи смерти мужчин трудоспособного возраста; разработать методику прогнозирования смертности; с использованием данной методики провести прогнозирование смертности по классам заболеваний в зависимости от возраста, места проживания (город, село).

Материалы и методы. Математическое моделирование с использованием тригонометрических рядов Фурье (генеральная выборка 86 836 случаев смерти мужчин трудоспособного возраста Луганской области за период 2001–2010 гг.). Методы: статистический, математическое моделирование.

Результаты. По результатам исследования, для построения прогностической математической модели в основу математического аппарата положены численные методы аппроксимации эмпирических данных с последующей экстраполяцией неизвестной функции тригонометрическим рядом Фурье. Полученная математическая модель прогнозирования смертности апробирована и адаптирована для каждой выборки в зависимости от учитываемых признаков. Результаты математического моделирования показали хорошие параметры информативности, значимости и достоверности построенных моделей. Разработанная модель является динамической, что позволяет прогнозируемым показателям постоянно уточняться. На основе полученных математических прогностических моделей разработан расчетный модуль по прогнозированию смертности мужчин трудоспособного возраста (пакет программы Microsoft Excel). Предложенная методика может быть адаптирована как для Украины в целом, так и для любой области в частности, что позволит рассчитать возможный экономический ущерб от прогнозируемых случаев смерти, а также предупредить их посредством профилактических мероприятий.

Выводы. Благодаря предложенной методике разработана базисная прогностическая модель, что позволило получить прогнозные данные по смертности мужчин трудоспособного возраста до 2030 г.

Ключевые слова: математическое моделирование, прогностическая модель, прогноз смертности, мужчины трудоспособного возраста.

Methodology of mortality prediction on the basis of mathematical modeling

S.V. Dudnyk

SE «Ukrainian Institute of Strategic Researches Ministry of Health of Ukraine», Kyiv, Ukraine

Purpose – to study and analyze the cases of deaths among working aged men, to develop the mortality prediction methodology and implement the prediction of mortality by disease classes depending on age and place of living (city, village).

Materials and methods. Mathematical modeling, using the trigonometric series of Fourier (general sample of 86,836 deaths among working aged men of Luhansk region in the period 2001–2010) has been carried out. Methods: statistical, mathematical modeling.

Results. According to the research results in the base of mathematical tools were put numerous methods for approximation of empirical data with a subsequent extrapolation of an unknown function by the trigonometric Fourier series for the construction of predictive models. Results of mathematical modeling showed satisfactory informative options, significance and authenticity of the created models. The created model is dynamic; its accuracy is proportional to the length of the time series that allows the predicted mortality indexes constantly to refine. Based on the received mathematical predictive models was created a calculated module, based on software package of Microsoft Excel for mortality prediction mortality among working aged men. This method can be adapted both for any region of Ukraine and for the state as a whole, and will allow to calculate the possible economic damage from the predicted deaths, and promotes to their prevention through the implementation of preventive measures.

Conclusions. Thus, the methodology of mortality prediction among working aged men has been worked out, due to its using the prediction of mortality by disease classes according to age and place of living (city, village) for the period till 2030 has been carried out.

Key words: mathematic modeling, predictive model, prognosis of mortality, working-aged men.

Відомості про автора

Дудник Світлана Валеріївна – к.мед.н., зав. відділу соціально-гігієнічних досліджень формування здоров'я населення та медичної статистики ДУ «Український інститут стратегічних досліджень МОЗ України», пров. Волго-Донський, 3, м. Київ, 02099, Україна.