II. Нехай параметри системи такі, що виконується рівність

$$1 - aR_f = 0 .$$

У цьому випадку система також має один стан рівноваги $x(k) \equiv 0$. Проте випадок є критичним і для висновку про стійкість (або нестійкості) стану рівноваги лінійного наближення вже недостатньо. Але дослідження за допомогою членів вищого порядку показує, що стан рівноваги є стійким.

III. Нехай параметри системи такі, що виконується нерівність

$$1 - aR_f < 0 .$$

У цьому випадку виникають два стани рівноваги $x(k) \equiv 0$ і $x(k) = x^*$, тобто стан рівноваги $x^* = 0$ роздвоюється. Причому нульовий стан рівноваги буде нестійким, а другий стан рівноваги $x(k) = x^*$ асимптотично стійким.

Висновок. Таким чином при, що відповідає

Список використаних джерел

1. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука, 1985. – 181 с.
2. Вольтера В. Математическая теория борьбы за существование. – М.: Наука, 1976. – 288 с.
3. Свирижев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
4. Смит Ж.М. Модели в экологии. – М.: Мир, 1976. – 184 с.
5. Уатт К. Экология и управление природными ресурсами. – М.: Мир, 1971. – 463 с.
6. Хусаінов Д.Я., Никифорова Н.С. Стійкість однієї моделі динаміки популяції // Вісник Київського університету. Серія: Фізико-математичні науки, в.1, 1997. – С.218-229.
7. Хусаинов Д.Я., Никифорова Н.С. Устойчивость одного разностного уравнения с положительными коэффициентами // Украинский математический журнал, Т.51, N9, 1999. – С.1276-1280.
8. Гаркуша Н.И., Хусаінов Д.Я. Динаміка лінійної системи моделі популяції Леслі // Вісник Київського національного університета імені Тараса Шевченка: Серія :Кібернетики, в.11. – 2011.

Надійшла до редколегії 15.02.13

Н. Гаркуша, канд. экон. наук
КНУ имени Тараса Шевченко, Киев

ДИНАМИКА НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ПОПУЛЯЦИИ ЛЕСЛИ

В работе проведено исследование нелинейной модели популяции Лесли. Модель записана в векторно-матричном виде разностных уравнений. Сделано допущение про нелиное влияние плотности популяции на динамику системы. Определены точки покоя. Исследовано влияние параметров системі на ее "грубость".

Ключевые слова: динамическая система, разностные уравнения, точки покоя, асимптотическая устойчивость, фазовый портрет.

N. Harkusha, Ph.D. economy. Sciences
Kyiv National Taras Shevchenko University, Kyiv

NONLINEAR DYNAMICS MODEL OF POPULATION LESLIE

Study conducted in the work nelyneynoy models populyatsyy Leslie. The model is written in vector-matrix equations raznostnыh video. Done assumption of nelynoe populyatsyy Effect of Density on the dynamics of the system. Opredelenы point of rest. Effect of research on system parameters ee "rudeness".

Keywords: dynamic system, difference equations, the rest point, asymptotic stability, phase portrait.

УДК 519.83 – Теория игр

С. Доценко, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.
КНУ имени Тараса Шевченко, Киев

ИГРОВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧЕ ВЫБОРА НАИЛУЧШЕГО ИЛИ НАИХУДШЕГО ОБЪЕКТА

В статье рассмотрена игровая модификация задачи оптимального выбора, связанной с выбором наилучшего или наихудщего элемента. В рассмотренной задаче каждый из игроков осушествляет выбор на своем множестве элементов и исход вsбора одного из игроков становится известным другому. Равновесие по Нэшу найдено в явном виде.

Ключевые слова: равновесие по Нэшу, оптимальный выбор, игра симметричная, игра несимметричная.

Введение

В [1] была рассмотрена задача выбора наилучшего объекта, сформулированная следующим образом. Пусть некто в случайном порядке знакомится с n объектами и хочет выбрать среди них наилучший. При этом после ознакомления с очередным объектом нужно либо остановить на нем свой выбор, либо от вергнуть его; возвращаться к ранее просмотренным объектам нельзя. Объекты являются упорядоченными определенным образом по качеству, т.е. качества любых двух объектов сравнимы между собой. "Ознакомление в случайном порядке" означает, что изначально все n! перестановок, задающих порядок просмотра объектов, равновероятны.

Объект, наилучший среди всех n в дальнейшем будем называть *наилучшим,* а объект, лучший среди k просмотренных – *максимальным.* Очевидно, что в ходе просмотра следует анализировать целесообразность остановки выбора на некотором объекте, только если он является максимальным. При этом оказывается, что первый объект является максимальным и индексы максимальных объектов образуют цепь Маркова с переходными вероятностями $p(k,j) = \dfrac{k}{j(j-1)}, j > k$. Более того, независимо от того, был ли k-й элемент максимальным или нет, вероятность того, что среди элементов с индексами $k+1,...,n$ минимальный индекс максимального элемента будет j, равна $\frac{k}{j(j-1)}, j>k$ и с вероятностью $\frac{k}{n}$ в последователь-ности $k+1,...,n$ не встретится ни одного максимального элемента.

Доказано, что для того, чтобы выбрать наилучший объект из n, нужно придерживаться такой стратегии: вначале пропустить все элементы с индексами $1,...,k^*-1$ и затем остановить свой выбор на первом максимальном элементе, индекс которого не меньший k^*, где k^* определяется из двойного неравенства

$$\frac{1}{k^*}+...+\frac{1}{n-1}\le 1<\frac{1}{k^*-1}+...+\frac{1}{n-1}. \quad (1)$$

Оказывается, что при $n\to\infty$ $\frac{k}{n}\to\frac{1}{e}$, а вероятность выбора наилучшего объекта при соблюдении описанной стратегии стремится к 1/e.

В дальнейшем данная задача претерпевала множественные модификации. Оказалось, что рабочим методом нахождения оптимальных стратегий в большинстве модификаций задачи является метод обратной индукции ([2]). Для задачи оптимального выбора и ее модификаций в [3]-[8] были рассмотрены различные игровые постановки задач. Одна из игровых постановок рассматривается в данной статье.

Оптимальный выбор наилучшего или наихудшего объекта

Пусть задачей просматривающего является выбор наилучшего или наихудшего элемента, причем за нахождение наилучшего элемента он получает единичный выигрыш, а за нахождение наихудшего – выигрыш α, где $0\le\alpha\le 1$. Пусть целью просматривающего является максимизация ожидаемого выигрыша. Покажем, что в этом случае его оптимальная стратегия будет иметь пороговый вид:

1) Пропустить все элементы $k\le k_1$.
2) При $k_1\le k\le k_2$ остановиться на просматриваемом элементе, если он является максимальным.
3) При $k>k_2$ остановиться на просматриваемом элементе, если он является либо максимальным, либо минимальным,

где k_1,k_2 - пороговые значения, зависящие от количества просматриваемых элементов n и от параметра α.

Применим метод обратной индукции. Пусть просматривается самый последний элемент с индексом n и он является минимальным. Тогда, поскольку достигнут конец просмотра, то очевидно, что он является наихудшим. Если на нем остановиться, то выигрыш составит α, а если продолжить просмотр, то 0, поэтому на данном элементе следует остановиться. Исходя из аналогичных рассуждений, на данном элементе тем более следует остановиться, если он является наилучшим.

Пусть просматривается k-й элемент, он является минимальным, и по предположению индукции следует остановиться на любом из последую-щих элементов, если только он окажется максимальным или минималь-ным из просмотренных (в дальнейшем такой элемент будем называть экстремальным). Если остановиться на текущем элементе, то ожидаемый выигрыш равен $f_2(k)=\alpha\frac{k}{n}$. Если же продолжить просмотр, то ближайший встреченный экстремальный элемент будет иметь индекс j>k, если только среди элементов от k+1 до j-1 включительно не окажется экстремального элемента, а k-й элемент окажется таковым. Поскольку, как было доказано в [1] распределение ранга каждого просматриваемого элемента не зависит от распределения рангов предшествующих элементов, то указанные выше события являются независимыми, значит, по формуле произведения вероятностей имеем:

$$p_2(k,j)=\frac{(k+1)-2}{k+1}\cdot\frac{(k+2)-2}{k+2}\cdot...\cdot\frac{(j-1)-2}{j-1}\cdot\frac{2}{j}=\frac{2k(k-1)}{j(j-1)(j-2)}.$$

Таким образом, средний выигрыш в случае продолжения просмотра и остановки на ближайшем экстремальном элементе составляет

$$f_2'(k)=\sum_{j=k+1}^{n}p_2(k,j)\cdot\frac{j}{n}\cdot\frac{1+\alpha}{2}=\frac{(1+\alpha)(k-1)k}{n}\sum_{j=k+1}^{n}\frac{1}{(j-1)(j-2)}=\frac{(1+\alpha)(k-1)k}{n}\left(\frac{1}{k-1}-\frac{1}{n-1}\right)$$

Неравенство $f_1(k)\ge f_2(k)$ сводится к виду $k\ge\frac{n-1}{1+\alpha}+1$.

Обозначим $k_2^*=\left\lceil\frac{n-1}{1+\alpha}+1\right\rceil$.

Таким образом, при оптимальной стратегии следует останавливаться на минимальном элементе, если только для его индекса выполняется неравенство $k\ge k_2^*$ и продолжать просмотр в противном случае.

Очевидно, что предел отношения $\frac{k_2^*}{n}$ при $n\to\infty$ равен $t_2(\alpha)=\frac{1}{1+\alpha}$.

Найдем условия остановки на максимальном элементе. Пусть по предположению индукции следует останавливаться на элементах

k+1,…,n, если они окажутся максимальными. Пусть просматриваемый элемент с индексом k, где $k<k_2^*$,оказался максимальным. Если на этом элементе сделать остановку, то он окажется наилучшим с вероятностью $\frac{k}{n}$, и таким образом, ожидаемый выигрыш также равен $f_1(k)=\frac{k}{n}$. Если же продолжить просмотр, то, согласно предпо-

ложения индукции, следует остановиться на ближайшем наибольшем элементе, начиная с номера k+1, либо на наименьшем элементе, начиная с номера k_2^*, и таким образом, согласно формулы полной вероятности, ожидаемый выигрыш составит

$$f_1^{'}(k)=\sum_{j=k+1}^{k2^*-1}p_1(k,j)\cdot\frac{j}{n}+\frac{k}{k_2^*-1}f_2^{'}(k_2^*-1)=\frac{k}{n}\left(\sum_{j=k}^{k2^*-2}\frac{1}{j}+(1+\alpha)\left(1-\frac{k_2^*-2}{n-1}\right)\right).$$

Аналогично предыдущему случаю, поскольку $f_1^{'}(k)$ монотонно убывает по k, то неравенство $f_1(k)\ge f_1^{'}(k)$ выполняется, начиная с некоторого номера, который обозначим через k_1^*. Это доказывает пороговую структуру оптимальной стратегии, описанную выше. Обозначим предел отношения $\frac{k_1^*}{n}$ при $n\to\infty$ через $t_1(\alpha)$. Этот предел найдем, приравняв $f_1(k)$ и $f_1^{/}(k)$ и устремив n к бесконечности.

Принимая во внимание найденное выше значение предела отношения $\frac{k_2^*}{n}$,

Равенство $f_1(k)=f_1^{/}(k)$ в результате элементарных преобразований приобретает вид $1=\alpha+\sum_{j=k}^{\frac{1}{1+\alpha}n}\frac{1}{j}$, отсюда $1=\alpha-\ln\left[(1+\alpha)t_1\right]$, отсюда $t_1(\alpha)=\frac{e^{\alpha-1}}{1+\alpha}$.

Заметим, что $t_1(\alpha)$ монотонно возрастает, а $t_2(\alpha)$ монотонно убывает по α. Таким образом, с ростом α границы диапазона индексов, для которых следует останавливаться на наилучшем элементе, но не следует останавливаться на наихудшем, сужаются с обеих сторон и при $\alpha=1$ стягиваются в одну точку.

При α=0 имеем: $t_1=e^{-1}$, $t_2=1$, что соответствует стратегии классической задачи- пропустить первые $e^{-1}n$ элементов и остановиться после этого на ближайшем максимальном элементе.

При α=1 имеем: $t_1=t_2=\frac{1}{2}$, т.е. следует пропустить половину элементов и затем остановиться на ближайшем экстремальном элементе.

Найдем предельные значения вероятностей нахождения отдельно для наилучшего и отдельно для наихудшего элемента при заданном значении параметра α (обозначим их соответственно через $\pi_1(\alpha)$ и $\pi_2(\alpha)$).

Наихудший элемент может быть найден в такой ситуации: на интервале от $t_1(\alpha)\cdot n$ до $t_2(\alpha)\cdot n$ не встретилось ни одного максимального элемента, а на интервале от $t_2(\alpha)\cdot n$ до n встретился экстремальный элемент, который оказался именно минимальным, а не максимальным. Далее, должно оказаться, что минимальный элемент, на котором была сделана остановка, к тому же оказался наихудшим (условная вероятность такого события равна k/n). Таким образом, согласно формуле полной вероятности

$$\pi_2(\alpha)=\frac{t_1(\alpha)\cdot n}{t_2(\alpha)\cdot n}\cdot\sum_{j=t2(\alpha)n}^{n}p_2(t_2(\alpha)\cdot n-1,j)\frac{1}{2}\cdot\frac{j}{n}=e^{\alpha-1}(\alpha+1)\frac{(t_2(\alpha)n-1)t_2(\alpha)n}{n}\left[\frac{1}{t_2(\alpha)n-1}-\frac{1}{n-1}\right]\sim e^{\alpha-1}\frac{1}{(1+\alpha)^2}\left[(1+\alpha)-1\right]=\frac{\alpha}{(1+\alpha)^2}e^{\alpha-1}$$

Наилучший элемент может быть найден в двух ситуациях:

1) на интервале от $t_1(\alpha)\cdot n$ до $t_2(\alpha)\cdot n$ встретился максимальный элемент, на нем была сделана остановка, и этот элемент впоследствии оказался наилучшим.

2) на интервале от $t_1(\alpha)\cdot n$ до $t_2(\alpha)\cdot n$ не встретилось максимального элемента, но на интервале $t_2(\alpha)\cdot n$ до n встретился экстремальный элемент, который оказался именно максимальным, а не минимальным. Далее, должно оказаться, что максимальный элемент, на котором была сделана остановка, к тому же оказался наилучшим.

Таким образом, согласно формуле полной вероятности

$$\pi_1(\alpha)=\sum_{j=t1(\alpha)n}^{t2(\alpha)n-1}p_1(t_1(\alpha)n-1,j)\cdot\frac{j}{n}+\frac{t_1(\alpha)\cdot n}{t_2(\alpha)\cdot n}\cdot\sum_{j=t2(\alpha)n}^{n}p_2(t_2(\alpha)\cdot n-1,j)\frac{1}{2}\cdot\frac{j}{n}\sim\frac{e^{\alpha-1}}{1+\alpha}\sum_{j=t1(\alpha)n}^{t2(\alpha)n}\frac{1}{j-1}\sim e^{\alpha-1}\frac{1-\alpha}{1+\alpha}+\frac{\alpha}{(1+\alpha)^2}e^{\alpha-1}=\frac{1+\alpha-\alpha^2}{(1+\alpha)^2}e^{\alpha-1}$$

Суммарный средний выигрыш составляет $w(\alpha)=\pi_1(\alpha)+\alpha\pi_2(\alpha)=\frac{1}{1+\alpha}e^{\alpha-1}$.

Обозначим $\pi_3(\alpha)=1-\pi_1(\alpha)-\pi_2(\alpha)$. Оказывается, что функции $\pi_2(\alpha)$ и $w(\alpha)$ монотонно возрастают, а $\pi_1(\alpha)$ и $\pi_3(\alpha)$ монотонно убывают по α на интервале [0;1].

Игровая ситуация выбора наилучшего или наихудшего объекта

Пусть в игре принимает участие два игрока. Каждый из игроков осуществляет просмотр и выбор на своем множестве элементов. Результатом выбора может быть один из трех исходов (в порядке убывания благоприятности):

1) Выбор наилучшего элемента
2) Выбор наихудшего элемента
3) Не выбраны элементы из п. 1,2.

Если номер исхода одного из игроков меньше номера исхода другого, то он считается выигравшим и получает 1, при этом другой игрок считается проигравшим и получает 0.

Если исходы обоих игроков равны 1 или 2, то игроки делят выигрыш поровну, и, таким образом, выигрыш каждого игрока составляет ½.

Если номера исходов игроков совпадают и равны 3, то оба игрока считаются проигравшими и получают 0.

Рассмотрим несимметричную игру в смысле информированности игроков. Пусть первый игрок первым осуществляет свой выбор и исход его выбора становится известным второму игроку.

Вначале рассмотрим оптимальное поведение второго игрока в зависимости от исхода первого.

Если второму игроку становится известно, что исход выбора первого – 1, то положительный исход выбора наихудшего элемента для него не имеет значения и он применяет свою стратегию поиска с $\alpha = 0$ (т.е. стратегию поиска классической задачи). При этом он с вероятностью 1/e находит наилучший элемент (и выигрыши игроков распределяются как $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$) и с дополнительной вероятностью приходит ко 2-му или 3-му исходу (и выигрыши распределяются как (1;0)).

Если второму игроку становится известно, что исход первого игрока – 3, то выбор наилучшего или наихудшего элемента являются для него одинаково благоприятными и обеспечивают выигрыш и таким образом он применяет свою стратегию выбора с параметром $\alpha = 1$. При этом он придет к исходу 1 или 2 с вероятностью 1/2 (и выигрыш распределится как (0;1)) или к исходу 3 с вероятностью 1/2 (и выигрыш распределится как (0;0)).

Если второму игроку становится известно, что исход первого игрока- 2, то в случае выбора наилучшего элемента он получит 1, а в случае выбора наихудшего – 1/2, поэтому он применяет свою стратегию выбора с $\alpha = 1/2$.

Найдем оптимальное поведение первого игрока в предположении, что второй игрок ведет себя оптимальным образом.

Пусть исход первого игрока- 1. Об этом узнает второй игрок и применяет стратегию выбора с $\alpha = 0$ и ему с вероятностью 1/e удастся забрать у первого игрока половину выигрыша. С дополнительной вероятностью первый игрок получит единичный выигрыш целиком, и таким образом, ценность выбора наилучшего элемента для первого игрока составляет $\frac{1}{e}\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{e}\right)\cdot 1 = 1 - \frac{e}{2} \approx 0.816$

Пусть исход первого игрока – 2. Об этом узнает второй игрок и Тогда он выбирает свою оптимальную стратегию выбора с $\alpha = 1/2$, что порождает такое вероятностное распределение исходов выбора:

$$\left(\pi_1(1/2), \pi_2(1/2), \pi_3(1/2)\right) = \left(\frac{5}{9}e^{-1/2}; \frac{2}{9}e^{-1/2}; 1 - \frac{7}{9}e^{-1/2}\right) \approx \left(0.337;\, 0.135;\, 0.528\right).$$

Тогда первый игрок с вероятностью $1 - \frac{7}{9}e^{-1/2}$ получит единичный выигрыш, а с вероятностью $\frac{2}{9}e^{-1/2}$ получит только половину, разделив выигрыш со вторым игроком и ожидаемый выигрыш первого игрока равен

$$1 - \frac{7}{9}e^{-1/2} + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{9}e^{-1/2}\right) = 1 - \frac{2}{3}e^{-1/2} \approx 0.596\,.$$

Таким, образом, отношение ценности наихудшего элемента к ценности наилучшего для первого игрока составляет $\alpha_1 = \frac{0.596}{0.816} \approx 0.730$. Стратегия выбора первого игрока с таким параметром приведет к такому вероятностному распределению исходов:

$$\left(\pi_1(0.73), \pi_2(0.73), 1 - \pi_1(0.73) - \pi_2(0.73)\right) = \left(0.305; 0.186\,; 0.508\right).$$

При этом значения порогов в оптимальной стратегии выбора составляют: $t_1(0.73, t_2(0.73)) \approx \left(0.441, 0.578\right)$.

В случае оптимального поведения обоих игроков ожидаемый выигрыш первого игрока составит 0.305·0.816+0.186·0.596≈0.360, а выигрыш второго-

$$0.305\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{e}\right) + 0.186\cdot\left(\frac{5}{9}e^{-1/2} + \frac{2}{9}e^{-1/2}\frac{1}{2}\right) + 0.508\cdot\frac{1}{2} \approx 0.385$$

Найдем цену анархии (т.е. отношение суммарного выигрыша в случае корпоративного поведения к суммарному выигрышу в равновесной ситуации в случае эгоистического поведения игроков).

При корпоративном поведении игроки должны минимизировать вероятность ситуации, когда каждый из них ничего не получает (т.е. исход просмотра обоих игроков- 3. В противном случае они каким-то образом делят единичный выигрыш, и для них не важно, как именно. Тогда каждый из игроков должен осуществлять свой выбор с $\alpha = 1$. При этом каждый из игроков приходит независимо от другого к третьему исходу с вероятностью 1/2, и таким образом их ожидаемый суммарный выигрыш составит 3/4, и цена анархии равна $\frac{0.75}{0.36 + 0.385} \approx 1.007$.

Найдем теперь равновесную ситуацию для симметричной игры, когда игрокам ничего не известно об исходах выбора друг друга.

Равновесную ситуацию будем искать в симметричном виде, т.е. оба игрока должны осуществить оптимальную стратегию поиска с одинаковым параметром α.

Предположим, что при некотором значении α достигается равновесие по Нэшу. Пусть один из игроков незначительно отклонился от равновесной стратегии и применил стратегию выбора с параметром α+dα. Тогда прирост вероятности выбора наилучшего элемента составит $d\pi_1(\alpha) = \pi_1'(\alpha)d\alpha$, что обеспечит ему прирост выигрыша $\pi_1'\left[\frac{1}{2}\pi_1 + (1-\pi_1)\right]d\alpha$, а прирост вероятности выбора наихудшего – $d\pi_2(\alpha) = \pi_2'(\alpha)d\alpha$, что обеспечит прирост выигрыша

$\pi_2'\left[(1-\pi_1-\pi_2)+\frac{1}{2}\pi_2\right]d\alpha$, и таким образом суммарное значение прироста выигрыша составляет

$$dw(\alpha)=\left[\pi_1'\left(1-\frac{1}{2}\pi_1\right)+\pi_2'\left(1-\pi_1-\frac{1}{2}\pi_2\right)\right]d\alpha .$$

Исходя из определения равновесия по Нэшу, игроку не выгодно отклоняться от выбранной стратегии, поэтому $dw(\alpha)\le 0$. Поскольку отклонение dα может быть как положительным, так и отрицательным, то выражение, стоящее в квадратных скобках должно быть рано нулю. После элементарных преобразований это условие сводится к уравнению

$$-\alpha\left(1-\frac{1}{2}\frac{1+\alpha-\alpha^2}{(1+\alpha)^2}e^{\alpha-1}\right)+\left(1-\frac{1+(3/2)\alpha-\alpha^2}{(1+\alpha)^2}e^{\alpha-1}\right)=0$$

Левая часть данного уравнения монотонно убывает на интервале [0;1], и данное уравнение имеет единственный корень, примерно равный 0.71.

Таким образом, при отсутствии информации об исходе выбора друг друга, игроки должны придерживаться оптимальной стратегии выбора с параметром $\alpha\approx 0.71$. При этом значения порогов в оптимальной стратегии выбора составляют: $t_1(0.71,t_2(0.71))\approx(0.438,\,0.585)$.

Найдем цену анархии. В найденной равновесной ситуации оба игрока не получат выигрыша с вероятностью $(1-\pi_1(0.71)-\pi_2(0.71)))^2\approx 0.260$, значит, с дополнительной вероятностью, равной 0.74 игроки разделят каким-то образом единичный выигрыш между собой. Таким образом, цена анархии составляет $\frac{0.75}{0.74}\approx 1.014$.

Выводы. Были рассмотрены два варианта игры- симметричный и несимметричный. В несимметричной игре выигрыш второго игрока превосходит выигрыш первого вследствие того, что он более информирован. В симметричной игре оба игрока находятся в одинаковых условиях, и их выигрыши равны. Однако, такое установление справедливости порождает и большее значение анархии.

Список использованных источников

1. Е.Б.Дынкин, А.А.Юшкевич. Теоремы и задачи о процессах Маркова. Москва, изд-во "Наука", с. 91-102.
2. С. М. Гусейн-Заде. Задача выбора и оптимальное правило остановки последовательности независимых испытаний, ТВП, 11:3 (1966), с. 534–537.
3. В.В.Мазалов. Математическая теория игр и приложения. Изд-во "Лань", СПБ., 2010. 446 с.
4. В.В.Мазалов. Игровые моменты остановки. Изд-во "Наука", Новосибирск, 1987. 191 с.
5. С.Доценко. Задача выбора наилучшего объекта как игра двух лиц. Кибернетика и Вычислительная техника, вып. 164, 2011, с. 43-53.
6. С.Доценко. Игровые ситуации в модифицированной задаче оптимального выбора. Кибернетика и Вычислительная техника, вып. 168, 2012, с. 3-8.
7. Melissa de Carvalho, Lucas M. Chaves, Ricardo Martins. Variations of secretary problem via game theory and linear programming. Journal of computer science, vol. 7, N 3, September 2008.
8. О справедливом разделе выигрыша в одной игровой задаче оптимального выбора. Кибернетика и вычислительная техника, вып. 167, 2012, с. 87-96.

Надійшла до редколегії 18.01.13

С. Доценко, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

ІГРОВІ СИТУАЦІЇ В ЗАДАЧІ ВИБОРУ НАЙКРАЩОГО ЧИ НАЙГІРШОГО ОБ'ЄКТА

В статті розглянута ігрова модифікація задачі оптимального вибору, пов'язана з вибором найкращого або найгіршого елементу. Розглянуто модифікацію задачі, в якій кожен з гравців здійснює вибір на своїй множині елементів, а наслідок вибору одного з гравців стає відомим іншому. Рівновага за Нешем знайдено в явній формі.

Ключові слова: рівновага Неша, оптимальний вибір, гра симетрична, гра несиметрична.

S. Dotsenko, PhD. Sci. Sciences, Senior Research Fellow.
Kyiv National Taras Shevchenko University, Kyiv

GAME OF THE SITUATION IN THE PROBLEM OF THE BEST CHOICE OR OBJECT OF THE WORST

The article considers secretary problem game modification, associated with the best or the worst element choice. Each of the players makes his choice at separate set and choice outcome of one of the players became known to the other. Nash equikibrium is found at explicit form.

Ключові слова: Nash equilibrium, the optimal choice, the game is symmetric, asymmetric game.

УДК 519.9

В. Зубенко, канд. фіз.-мат. наук, доц.
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

КОМПОЗИЦІЙНА МОДЕЛЬ КОМУНІКАТИВНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Розглядається алгебрична модель комунікативних інформаційних систем.

Ключові слова: композиційна модель,комунікативна система, конструктор, правило декларації, еквітонне розширення.

В [1-3] введено поняття комунікативної платформи інформатики. Проголосивши предметом комунікативної інформатики конструктивні моделі комунікативних процесів та систем, ми хочемо піти далі і запропонувати певну алгебричну їхню модель. При такому підході суб'єкти комунікативних систем – суб'єкт-ініціатор та суб'єкт-виконавець – конкретизуються як спеціальні формалізовані композиційні $\Omega-$системи, в яких операції та предикати визначаються не тільки на кортежах, а й на даних і можуть повертати дані, а композиція суперпозиції доповнюється сукупністю інших композицій (у тому числі і логічних) для утворення похідних операцій та предикатів.

1. Нагадаємо деякі поняття, пов'язані з комунікативною платформою і насамперед центральне в ній – комунікативної системи. У *комунікативних системах (КС)* обов'язковою є наявність:

1) предметної області (ПрО) з певною сукупністю інформаційних об'єктів та співвідношень між ними;