

Никитченко Н. С., д-р физ.-мат. наук, проф.  
Шкільняк С. С., д-р физ.-мат. наук, проф.  
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

## ИСЧИСЛЕНИЯ СЕКВЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА ДЛЯ ПРОВЕРКИ ВЫПОЛНИМОСТИ В ЛОГИКАХ КВАЗИАРНЫХ ПРЕДИКАТОВ

Построены специальные исчисления для проверки выполнимости множеств формул в чистых первогопорядковых логиках квазиарных предикатов – исчисления выполнимых множеств. Проанализированы применимость традиционных секвенциальных исчислений и исчислений выполнимых множеств. Для предложенных исчислений доказаны теоремы корректности и полноты.

**Ключевые слова:** логика, предикат, исчисление, выполнимость, корректность и полнота

Nikitchenko M.S., Dr. Sci. Phys. Math., Professor  
Shkilniak S.S., Dr. Sci. Phys. Math., Professor  
Taras Shevchenko National University of Kyiv

## SEQUENT TYPE CALCULI FOR CHECKING SATISFIABILITY IN LOGICS OF QUASI-ARY PREDICATES

Special sequent calculi to check satisfiability of sets of formulas in pure first-order logics of quasiary predicates are constructed. They are called calculi of satisfiable sets. Axioms of the proposed calculi are closed (inconsistent) sets of formulas; inferences rules are forms of decomposition. Applicability of such calculi and traditional sequent calculi are analyzed. In logics of non-deterministic predicates the traditional notion of satisfiability becomes trivial therefore calculi of satisfiable sets are used only for logics of deterministic predicates. Moreover, sequent calculi are built for different relations of logical consequence both for deterministic and total and partial non-deterministic predicates. For the proposed calculi closedness conditions of sets of formulas and forms of decomposition are described. Soundness and completeness theorems are proved for the proposed calculi.

**Key words:** logic, predicate, calculus, satisfiability, validity and completeness

УДК 519.925

В. М. Петрович, канд. техн. наук, наук. співроб.,  
Н. М. Требіна, пров. інж.-математик, К. В. Двірничук, наук. співроб.  
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

## ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ З НЕПОВНО ВИЗНАЧЕНИМ КРАЙОВИМ СТАНОМ

Сформульовано та розв'язано задачу побудови інтегрального за Лапласом зображення функції стану довільної неповно за крайовими умовами спостережуваної одновимірної розподіленої динамічної системи за умов повної інформації про її початковий стан. Виконана оцінка точності отриманого розв'язку та сформульовані умови його однозначності.

**Ключові слова:** лінійно розподілені просторово-часові системи, функції Гріна, динамічний процес.

**Вступ.** Започаткована в [1] та розвинена в [2, 3] методика математичного моделювання впливу початково-крайових збурень на стан лінійно розподіленої просторово-часової системи дозволяє [2, 3] успішно розв'язувати прямі та обернені задачі динаміки таких систем за умов неповноти інформації про їх початково-крайовий стан. Обов'язковим елементом цієї методики є наявність функції Гріна досліджуваного процесу в необмеженій просторово-часовій області. Особливості побудови [4] цієї функції вимагають повторного контурного інтегрування в комплексно визначеній області, що супроводжується певними математичними труднощами. Нижче дається використання методики [4] побудови згаданої функції для неповноспостережуваного за крайовими умовами динамічного процесу, розподіленого в одновимірній просторовій області, за наявності повної інформації про його початковий стан. Розв'язуються задачі математичного моделювання функції стану процесу за неповноти інформації про його крайові умови.

1. Розглянемо динаміку розподіленого в області  $S_0^T = \{s = (x, t) : x_0 < x < x_1, 0 \leq t \leq T\}$  процесу, функція  $y(x, t)$  стану якого визначається співвідношеннями

$$L(\partial_x, \partial_t)y(x, t) = u(x, t), \quad (1)$$

$$L_r^0(\partial_t)y(x, t)|_{t=0} = Y_r^0(x) \quad (r = \overline{1, R_0}) \quad x \in [x_0, x_1], \quad (2)$$

$$L_p^\Gamma(\partial_x)y(x, t)|_{x=X^\Gamma} = Y_p^\Gamma(x, t) \quad (p = \overline{1, R_\Gamma}) \quad x \in X^\Gamma, \quad (3)$$

в яких  $L(\cdot)$ ,  $L_r^0(\cdot)$  ( $r = \overline{1, R_0}$ ),  $L_p^\Gamma(\cdot)$  ( $p = \overline{1, R_\Gamma}$ ) – лінійні диференціальні оператори, а  $X^\Gamma = \{x_0, x_1\}$ . Розглянемо той випадок, коли кількість  $R_0$  початкових співвідношень (2) узгоджена з порядком диференціального оператора  $L(\cdot)$  за змінною  $t$ . На кількість  $R_\Gamma$  крайових співвідношень (3) особливих обмежень не накладатимемо.

Зважаючи на те, що побудова точного розв'язку сформульованої вище задачі по знаходженню функції  $y(x, t)$  за відомих  $u(x, t)$ ,  $Y_r^0(x)$  ( $r = \overline{1, R_0}$ ) та  $Y_p^\Gamma(x, t)$  ( $p = \overline{1, R_\Gamma}$ ) є проблематичною, знайдемо  $y(x, t)$ , яке б, точно задовольняючи співвідношення (1), (2), з крайовими умовами (3) узгоджувалося за середньоквадратичним критерієм незалежно від кількості останніх. А це означає, що мусять виконуватися умови

$$\sum_{r=0}^1 \sum_{p=10}^{R_\Gamma} \int_0^T \int_{x_0}^{x_1} (L_p^\Gamma(\partial_x)y(x, t)|_{x=X^\Gamma} - Y_p^\Gamma(x, t))^2 dt \rightarrow \min_{y(x, t)} \quad (4)$$

при  $x \in X^\Gamma$ .

Зауважимо, що запропонована нижче методика розв'язання задачі (1)–(4) може бути успішно використана і у випадку, коли крайові спостереження за процесом, визначені нами в точках  $x_0, x_1$ , доповнюються спостереженнями в довільних точках  $x_i \in [x_0, x_1]$ .

Задача (1)–(4) розв'язувалася нами в [2, 3, 6]. При цьому покладалося, що

$$y(x, t) = y_\infty(x, t) + y_0(x, t) + y_\Gamma(x, t),$$

де

$$y_\infty(x, t) = \int_{S_0^\Gamma} G(x - x', t - t') u(x', t') dx' dt',$$

а

$$y_0(x, t) = \int_{S^0} G(x - x', t - t') u_0(x', t') dx' dt',$$

$$y_\Gamma(x, t) = \int_{S^\Gamma} G(x - x', t - t') u_\Gamma(x', t') dx' dt'$$

або

$$y_0(x, t) = \sum_{m=1}^{M_0} G(x - x_m^0, t - t_m^0) u_{0m},$$

$$y_\Gamma(x, t) = \sum_{m=1}^{M_\Gamma} G(x - x_m^\Gamma, t - t_m^\Gamma) u_{\Gamma m} \quad (5)$$

при  $S^0 = [x_0, x_1] \times (-\infty, 0]$ ,  $S^\Gamma = ((-\infty, x_0] \cup [x_1, \infty)) \times [0, T]$ ,  $x_m^0 \in S^0$ ,  $x_m^\Gamma \in S^\Gamma$ . Методика побудови моделюючих функцій  $u_0(x, t)$ ,  $u_\Gamma(x, t)$ , їх значень  $u_{0m} = u_0(x_m^0, t_m^0)$  ( $m = \overline{1, M_0}$ ),  $u_{\Gamma m} = u_\Gamma(x_m^\Gamma, t_m^\Gamma)$  ( $m = \overline{1, M_\Gamma}$ ) та функції  $G(x - x', t - t')$  викладена нами в [2, 3, 6]. Буде показано, що функція  $y(x, t)$ , яка визначена згідно (5), задовольняє рівнянню (1) точно для довільних  $u_0(x, t)$  та  $u_\Gamma(x, t)$ .

2. Зважаючи на проблематичність [4] побудови двохаргументної функції  $G(x, t)$  та враховуючи повну визначеність розглядуваної задачі за початковим станом, побудуємо часову координату у співвідношеннях (1)–(3), переводячи їх в клас інтегральних зображень Лапласа [5] за змінною  $t$ . Для спрощення викладок обмежимося випадком, коли

$$L(\partial_x, \partial_t) = L_x(\partial_x) + L_t(\partial_t),$$

де

$$L_x(\partial_x) = \sum_{j=1}^n a_j \partial_x^j \quad (6)$$

$$L_t(\partial_t) = \sum_{j=1}^m b_j \partial_t^j$$

лінійні диференціальні оператори степені  $n$  та  $m$  відповідно, а

$$L_t^0(\partial_t) = \partial_t^{r-1}.$$

Позначивши через

$$Y(x, p) = \int_0^\infty e^{pt} y(x, t) dt,$$

$$U(x, p) = \int_0^\infty e^{pt} u(x, t) dt$$

інтегральні зображення функцій  $y(x, t)$  та  $u(x, t)$  за змінною  $t$ , а також враховуючи, що [5]

$$\partial_t^k y(x, t) = p^k Y(x, p) - \sum_{j=1}^k p^{k-j} \partial_t^{j-1} y(x, t) \Big|_{t=0},$$

на базі рівнянь (1), (2) маємо

$$(L_x(\partial_x) + L_t(p)) Y(x, p) = \bar{U}(x, p), \quad (7)$$

де

$$\bar{U}(x, p) = U(x, p) + \sum_{k=1}^m b_k \sum_{r=1}^k p^{k-r} Y_r^0(x). \quad (8)$$

Співвідношення ж (3) при цьому запишуться у вигляді

$$L_p^\Gamma(\partial_x) Y(x, p) \Big|_{x=x_i \in X^\Gamma} = Y_p(x_i, p), \quad (p = \overline{1, R_\Gamma}), \quad (9)$$

де  $Y_p(x, p)$  – інтегральне зображення функції  $Y_p^\Gamma(x, t)$ . Співвідношення (2) при цьому будуть враховані. Тому моделююча функція  $u_0(x, t)$ , а отже і складова  $y_0(x, t)$  в (5) втрачають сенс. А це означає, що початково сформульована задача (1)–(3) зведеться до розв'язання звичайного диференціального рівняння (7) з крайовими умовами (9).

3. Побудуємо розв'язок задачі (7), (9) маючи на увазі, що в загальному випадку кількість  $R_\Gamma$  крайових співвідношень (9) не узгоджена з порядком диференціального оператора  $L_x(\partial_x)$ . За цих умов знайдемо розв'язок рівняння (7) такий, щоб

$$Y(x, p) = \arg \min_{Y(x, p)} \sum_{i=0}^1 \sum_{\rho=1}^{R_\Gamma} (L_p^\Gamma(\partial_x) Y(x, p) \Big|_{x=x_i} - Y_\rho(x_i, p))^2 \tag{10}$$

при

$$Y_\rho(x, p) = \int_0^{+\infty} e^{pt} Y_\rho^\Gamma(x, t) dt.$$

Будемо виходити з того, що розв'язком (7), побудованим без врахування (9), є [2, 3] функція

$$Y_\infty(x, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_x(x - x', p) \bar{U}(x', p) dx', \tag{11}$$

в якій

$$G_x(x - x', p) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{e^{q(x-x')}}{L_x(q) + L_t(p)} dq \tag{12}$$

(тут  $i$  – уявна одиниця). Розв'язком же задачі (7)–(10) буде функція

$$Y(x, p) = Y_\infty(x, p) + Y_\Gamma(x, p), \tag{13}$$

в якій

$$Y_\Gamma(x, p) = \int_S G(x - x', p) U_\Gamma(x', p) dx' \tag{14}$$

при  $S = (-\infty, x_0) \cup (x_1, \infty)$  та  $U_\Gamma(x, p)$  такому, щоб

$$\sum_{i=0}^1 \sum_{\rho=1}^{R_\Gamma} (L_p^\Gamma(\partial_x) Y(x, p) \Big|_{x=x_i} - Y_\rho(x_i, p))^2 \rightarrow \min_{U_\Gamma(x, p)}. \tag{15}$$

З врахуванням визначення (6) оператора  $L_x(\partial_x)$  зауважимо, що подана в (12) функція

$$G(x - x', p) = \sum_{k=1}^n \text{Res} \left[ \frac{e^{q(x-x')}}{L_x(q) + L_t(p)}, q_k \right],$$

де  $\text{Res} \left[ \frac{e^{q(x-x')}}{L_x(q) + L_t(p)}, q_k \right]$  – інтегральний лишок, який визначається [5] співвідношенням

$$\text{Res} \left[ \frac{e^{q(x-x')}}{L_x(q) + L_t(p)}, q_k \right] = \frac{e^{q_k(x-x')}}{\partial_q L_x(q) \Big|_{q=q_k}},$$

якщо  $q_k$  – простий корінь рівняння

$$L_x(q) + L_t(p) = 0 \tag{16}$$

за змінною  $q$ , або

$$\begin{aligned} \text{Res} \left[ \frac{e^{q(x-x')}}{L_x(q) + L_t(p)}, q_k \right] &= \\ &= \frac{1}{(m_k - 1)!} \lim_{q \rightarrow q_k} \left\{ \frac{d^{m_k-1}}{dq^{m_k-1}} [(q - q_k)^{m_k} \frac{e^{q(x-x')}}{L_x(q) + L_t(p)}] \right\}, \end{aligned}$$

якщо  $q_k - m_k$  – кратний корінь рівняння, уже може бути легко побудована [3] з врахуванням умов її неперервності, затухання та наявності особливості при  $x' = x$ .

Функцію  $U_\Gamma(x, p)$ , визначену згідно (15), знайдемо середньоквадратично обертаючи рівняння

$$\int_S A(x', p) U_\Gamma(x', p) dx' = \bar{Y}(p), \tag{17}$$

в якому

$$\begin{aligned} A(x', p) &= \text{col}((L_p^\Gamma(\partial_x) G_x(x - x', p) \Big|_{x=x_i}), i = \overline{0, 1}, \rho = \overline{1, R_\Gamma}), \\ \bar{Y}(p) &= \text{col}(Y_\rho(x_i, p) - L_p^\Gamma(\partial_x) Y_\infty(x, p) \Big|_{x=x_i}), i = \overline{0, 1}, \rho = \overline{1, R_\Gamma}). \end{aligned}$$

Згідно [2, 3] знаходимо, що

$$\begin{aligned} U_\Gamma(x, p) &= \arg \min_{U_\Gamma(x, p)} \left\| \int_S A(x, p) u_\Gamma(x, p) dx - \bar{Y}(p) \right\|^2 = \\ &= A^T(x, p) P_1^+(p) \bar{Y}(p) + v(x, p) - A^T(x, p) P_1^+(p) A_v(p), \end{aligned} \tag{18}$$

де знаком "+" позначена операція псевдообернення матриці

$$P_1(p) = \int_S A(x, p) A^T(x, p) dx,$$

$$A_v(p) = \int_S A(x, p) v(x, p) dx$$

за довільної інтегровної в  $S$  функції  $v(x, p)$  такої, що  $v(x, p) \equiv 0$ , якщо

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \det[A^T(x_i, p) A(x_j, p)]_{i, j=1}^N > 0.$$

Зауважимо, що точність розв'язання задачі (7)–(10) визначатиметься точністю псевдообернення рівняння (17), або, що еквівалентно, величиною

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(p) &= \min_{Y(x,p)} \sum_{i=0}^{R_1} \sum_{p=1}^{R_2} (L_p^\Gamma(\partial_x)Y(x,p)|_{x=x_i} - Y_p(x_i,p))^2 = \\ &= \min_{U_\Gamma(x,p)} \left\| \int_S A(x,p)U_\Gamma(x,p)dx - \bar{Y}(p) \right\|^2 = \bar{Y}^T(p)\bar{Y}(p) - \bar{Y}^T(p)P_1(p)P_1^+(p)\bar{Y}^T(p). \end{aligned} \quad (19)$$

4. Розглянемо задачу побудови функції стану  $y(x,t)$  для випадку, коли її складова  $y_\Gamma(x,t)$  співвідношенням (5) визначається через вектор

$$\bar{u}_\Gamma = \text{col}(u_{m^\Gamma}, p), m = \overline{1, M_\Gamma}$$

значень  $u_{m^\Gamma}$  моделюючої функції  $u_\Gamma(x,t)$ .

Вектор

$$\bar{U}_\Gamma(p) = \text{col}(U_{\Gamma_m}(x_{m^\Gamma}, p)), m = \overline{1, M_\Gamma}$$

значень зображення  $\bar{U}_\Gamma(x,p)$  функції  $u_\Gamma(x,t)$  в точках  $x_{m^\Gamma}$  ( $m = \overline{1, M_\Gamma}$ ), визначений згідно (4), аналогічно розглянутому вище знайдено шляхом середньоквадратичного обернення лінійного алгебраїчного рівняння

$$AU_\Gamma(p) = \bar{Y}(p),$$

в якому  $\bar{Y}(p)$  визначено вище, а

$$A = \text{colstr}((L_p^\Gamma(\partial_x)G_x(x - x_{m^\Gamma}, p)|_{x=x_i}), i = \overline{0, 1}, p = \overline{1, R_\Gamma}), m = \overline{1, M_\Gamma}. \quad (20)$$

Розв'язком же (20) таким, що

$$\|AU_\Gamma(p) - \bar{Y}(p)\|^2 \rightarrow \min_{U_\Gamma(p)},$$

буде [2, 3]

$$\bar{U}_\Gamma(p) = A^+\bar{Y}(p) + v(p) - A^+Av(p), \quad (21)$$

де  $A^+ = A^T(AA^T)^{-1} = (A^T A)^{-1}A^T$ , а довільна  $M_\Gamma$  – вимірна вектор-функція  $v(p) \equiv 0$ , якщо  $\det A^T A > 0$ .

Визначена в (19) точність  $\varepsilon^2(p)$  виконання умови (9) при цьому буде визначатися співвідношенням

$$\varepsilon^2(p) = \min_{U_\Gamma(p)} \|AU_\Gamma(p) - \bar{Y}(p)\|^2 = \bar{Y}^T(p)\bar{Y}(p) - \bar{Y}^T(p)AA^+\bar{Y}(p).$$

Знайдений згідно (21) вектор  $\bar{U}_\Gamma(p)$  значень зображення  $U_\Gamma(x,p)$  моделюючої функції  $u_\Gamma(x,t)$  з врахуванням того, що

$$\sum_{m=1}^{M_\Gamma} G_x(x - x_{m^\Gamma}, p - t_{m^\Gamma}^\Gamma) \bar{U}_\Gamma(x,p) = \bar{Y}_\Gamma(x,p),$$

співвідношенням (13) визначатиметься і зображення  $Y(x,p)$  функції  $y(x,t)$  стану досліджуваного процесу.

Таким чином, сформульована вище задача (1)–(4) розв'язана нами в класі інтегральних зображень Лапласа. Інтегральне зображення функції стану  $y(x,t)$ , подане нами співвідношенням (13), буде обернене по Лапласу, якщо будуть знайдені оригінали функцій  $Y_\infty(x,p)$  та  $Y_\Gamma(x,p)$ , визначених в (11), (12), (8) та (14), (12), (18) відповідно. Зауважимо, що процедура обернення останніх не є простою, однак на нашу думку може бути реалізована для конкретно визначеного процесу (співвідношення (1)–(3)). За інших же умов задача (1)–(4), будучи некоректно сформульованою за кількістю крайових умов, є нерозв'язною.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Стоян В. А. Об одном подходе к исследованию начально-краевых задач математической физики // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №1. – С. 79–86.
2. Скопецкий В. В., Стоян В. А., Кривонос Ю. Г. Математичне моделювання прямих та обернених задач динаміки систем з розподіленими параметрами. – К.: Наук. думка, 2002. – 361 с.
3. Стоян В. А. Математичне моделювання лінійних, квазілінійних і нелінійних динамічних систем. К.: ВЦП "Київський університет", 2011. – 320 с.
4. Стоян В. А., Двірничук К. В. До інтегрального еквіваленту лінійних диференціальних моделей // Доповіді НАН України. – 2012. – №9. – С. 36–43.
5. Мартыненко В. С. Операционное исчисление. – К.: Изд-во Киев. ун-та, 1968. – 103 с.

Стаття надійшла до редколегії 21.10.15

Петрович В. Н., канд. техн. наук, научн. сотр.,

Требина Н. Н., вед. инж.-математик,

Двірничук К. В., научн. сотр.

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

### ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕПОЛНО ОПРЕДЕЛЕННЫМ КРАЕВЫМ ГРАНИЧНЫМ СОСТОЯНИЕМ

Сформульовано та розв'язано задачу побудови інтегрального за Лапласом зображення функції стану довільної неавтономної системи за крайовими умовами спостережуваної одновимірної розподіленої динамічної системи за умов повної інформації про її початковий стан. Виконана оцінка точності отриманого розв'язку та сформульовані умови його однозначності.

**Ключевые слова:** линейно распределенные системы, функции Грина, динамический процесс.

Petrovich V. N., Ph.D. in Engineering Science  
Trebina N. N., leading engineer-mathematician,  
Dvirnichuk K. V., researcher,  
Taras Shevchenko National University of Kyiv

## ABOUT ONE APPROACH TO PROBLEM SOLVING OF ONE DECISION OF TASK OF THE MATHEMATICAL PROGRAMMING OF UNIDIMENSIONAL DYNAMIC SYSTEM WITH INCOMPLETE CERTAIN BORDER STATE

*The task of construction of integral after Laplace image of function of the state of arbitrary is set forth and untied incompletely on the regional terms of the looked after unidimensional distributed dynamic system at the terms of complete information about her initial state. Executed estimation of exactness of the got decision and laid down condition his unambiguity.*

**Key words:** linear systems, Grine functional, dynamical process.

УДК 519.1 + 681.518.

В. Г. Скобелев, д-р фіз.-мат. наук, д-р техн. наук, проф.  
Институт кибернетики имени В. М. Глушкова НАН Украины, Киев

## ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА КРУПНОМАСШТАБНЫХ СЕТЕЙ (ОБЗОР)

*В настоящей работе содержится обзор состояния исследований некоторых актуальных проблем анализа и синтеза крупномасштабных информационных сетей. Подробно рассмотрены наиболее часто используемые методы выделения как непересекающихся, так и пересекающихся сообществ, основанные на анализе только топологии исследуемой сети. Охарактеризованы основные подходы, модели и методы, используемые в процессе анализа социальных сетей. Выделены некоторые актуальные проблемы, возникающие в процессе проектирования крупномасштабных информационных сетей, и кратко рассмотрены существующие подходы к их решению. Охарактеризованы основные модели и методы, применяемые для обеспечения безопасности крупномасштабных информационных сетей.*

**Ключевые слова:** крупномасштабные информационные сети, анализ, синтез, безопасность, сообщества, онлайн-социальные сети.

**Введение.** В настоящее время проникновение информационных технологий во все сферы жизнедеятельности человечества достигло "критической массы", давшей старт фундаментальным изменениям в общении людей, экономике, технике, военной деятельности, науке, медицине, образовании и т. д. Эти изменения напрямую связаны с развитием сетевых информационных технологий, где одно из центральных мест принадлежит разработке крупномасштабных информационных сетей (КИС), т. е. масштабируемых информационных сетей (ИС), покрывающих большие географические регионы, и включающих в себя ИС различных типов. Сказанное подтверждается значительными усилиями и средствами, направляемыми ведущими странами для формирования глобальной информационной инфраструктуры – GII, реализуемой на основе концепции открытых систем.

По уровню архитектуры КИС можно выделить коммуникационные ИС (т. е. системы физических каналов связи, реализующие протокол передачи данных между территориально разделенными пользователями и абонентскими системами) и информационно-вычислительные ИС, предоставляющие по запросам пользователей и систем информационные и вычислительные ресурсы и услуги. К ИС второго относятся корпоративные и военные телекоммуникационные сети, ИС управления энергетикой, авиа- и ж.д.-перевозками, транспортировкой нефти и газа, квантовыми физическими экспериментами и т. д. Свои особенности в решение проблем анализа и синтеза КИС вносит также тот фактор, что объекты исследования являются сложными взаимодействующими между собой аппаратно-программными комплексами, распределенными на значительных расстояниях.

Цель настоящего обзора состоит в том, чтобы рассмотреть существующие подходы к решению некоторых проблем, связанных с анализом и синтезом КИС.

**1. Выделение сообществ в КИС.** Известно, что до сих пор отсутствует общепринятое определение понятия "сообщество в сети" (см., напр., [1–4]), а для любого из существующих определений несложно построить контр-пример. Тем не менее, общепризнано, что для большинства КИС характерны общинные структуры. На их исследование направлены значительные усилия разработчиков КИС, государственных и коммерческих структур. Чтобы охарактеризовать методы выделения сообществ в КИС, достаточно считать, что для каждой КИС  $S$  можно построить (динамическую) сеть  $U_S$ , отражающую коммуникации ее пользователей, а под сообществом в сети  $S$  понимать ту или иную подсеть сети  $U_S$  с относительно редкими подключениями и уходом частей.

Выделение сообществ в КИС сводится к решению одной из следующих двух задач: 1) выделение сообществ только на основе топологии сети; 2) выделение и анализ сообществ пользователей (*в этом случае обычно КИС называют социальной сетью, а сообщества – социальными группами*), объединенных в группы либо явно за счет встроенных в КИС средств образования групп, либо неявно (т. е. за счет установления связей на основе общих интересов, деятельности, кругов общения и т. д.). Вторая задача намного сложнее первой, так как социальные группы, как правило, являются сильно перекрывающимися частями сообществ, выделенных только на основе топологии сети [5, 6]. Рассмотрим методы решения этих задач.

**1.1. Выделение сообществ на основе топологии КИС.** Из-за большой сложности алгоритмического решения этой задачи (*известно, что даже разбиение сети на данное число подсетей примерно равных размеров при условии минимизации числа ребер между ними является NP-трудной задачей* [7, 8]) единственным приемлемым на практике способом ее решения являются эвристические методы. Охарактеризуем эти методы (*сравнительный анализ эвристических методов построения сообществ в сетях и их реализаций содержится в* [9–11]).

**1.1.1. Выделение непересекающихся сообществ.** При решении этой задачи часто используется схема, основанная на следующих двух предположениях: 1) сеть  $U_S$  – это обычный граф; 2) число ребер внутри любого сооб-