Теорема 2. Якщо виконуються умови 1), 2), 4), (15), то система (1) має єдиний T -періодичний розв'язок, для якого на відрізку $[0;T]$ вірною є асимптотична за параметром ε ($0<\varepsilon\le\varepsilon_0$) формула (19).

6. Висновки

Таким чином здобуті результати дають змогу будувати асимптотичні наближення періодичних розв'язків у некритичному випадку як за наявності простих коренів характеристичного рівняння так і у випадку наявності кратного кореня, якому відповідають прості елементарні дільники.

1. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 576с. 2. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.П. Еругин, И.З. Штокало, П.С. Бондаренко и др., за ред. И.З. Штокало. – К.: Вища школа, 472с. 3. *Хейл Дж.* Колебания в нелинейных системах. – М.: Мир, 232 с. 4. *Шкіль М.І.* Асимптотичні методи в диференціальних рівняннях. – К.: Вища школа, 228с. 5. *Якубович В.А., Старжинский В.М.* Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. – М.: Наука, 720с.

Надійшла до редколегії 18.02.10

УДК 517.9

І. Романенко, канд. фіз.-мат. наук, доц.

РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ЗАДАЧІ ДІРІХЛЕ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ В ОБЛАСТІ З КУТОВОЮ ТОЧКОЮ

Досліджено існування та єдиність розв'язку лінійної еліптичної крайової задачі з неперервними коефіцієнтами у двовимірній нескінченній кутовій області. Уточнено апріорну оцінку розв'язку такої задачі та характер залежності сталої в апріорній оцінці від даних задачі.

The existence and uniqueness of solution of linear elliptic boundary value problem with continuous coefficients in 2-dimentional unbounded angular domain are investigated. An a priori estimate for such a problem solution is obtained and the character of a priori constant dependence of the problem data has been investigated.

1. Короткий огляд літератури та визначення основного напрямку досліджень

Крайові задачі з кутовими точками протягом тривалого часу є об'єктом дослідження ряду фахівців. Фундаментальною у цьому напрямку є, безумовно, робота [3], в якій отримано фундаментальні результати, важливі для дослідження задач з конічними та кутовими точками. Важливі результати отримано і в роботах інших дослідників, наприклад, [1,4,5].

Для подальшого застосування отриманих в працях інших дослідників результатів до випадку нелінійних задач потрібно знати залежність сталих в апріорних оцінках розв'язків задач від даних задачі. На жаль, в попередніх роботах характер такої залежності не було досліджено. Крім того, у більшості робіт розв'язність досліджуваних задач формулюють у термінах особливих точок похідної еліптичної задачі з комплексним параметром. Це суттєво звужує діапазон застосування таких результатів. Таку ваду має, наприклад, робота [2].

Саме тому основним напрямком дослідження у даній роботі стало уточнення характеру залежності сталих в апріорних оцінках розв'язку від даних еліптичної крайової задачі в області з кутовою точкою, а також отримання теорем про розв'язність у термінах лише даних вихідної задачі для випадку задач зі змінними коефіцієнтами.

2. Постановка задачі

Нехай $\alpha,\gamma\in[0,2\pi)$, $\gamma\ne 0,\pi$. Позначимо $K_{\alpha,\gamma}=\{(x,y)\in R^2:\alpha<\arg(x,y)<\alpha+\gamma\}$. Будемо розглядати простір Соболєва з вагою $V_{2,\delta}^{(m)}(K_{\alpha,\gamma})$, що складається з функцій, які мають узагальнені похідні до порядку m , та скінченну норму

$$\|u\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(m)}=\left(\sum_{|\beta|\le m}\int_{K_{\alpha,\gamma}} r^{\delta-2(m-|\beta|)}\,|D^\beta u|^2\,dxdy\right)^{1/2} .$$

Позначимо за допомогою $V_{2,\delta}^{m-\frac{1}{2}}(\partial K_{\alpha,\gamma})$ простір граничних значень на $\partial K_{\alpha,\gamma}$ функцій з $V_{2,\delta}^{(m)}(K_{\alpha,\gamma})$ з нормою $\|v\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{\left(m-\frac{1}{2}\right)}=\inf\left\{\|u\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(m)}:u\in V_{2,\delta}^{(m)}(K_{\alpha,\gamma}),u\big|_{\partial K_{\alpha,\gamma}}=v\right\}$. Простори $V_{2,\delta}^{(m)}(K_{\alpha,\gamma})$, $V_{2,\delta}^{m-\frac{1}{2}}(\partial K_{\alpha,\gamma})$ введено, зокрема, у роботі [3].

Розглянемо крайову задачу

$$Lu=a(x,y)u_{xx}+b(x,y)u_{xy}+c(x,y)u_{yy}=f(x,y)\,,\ (x,y)\in K_{\alpha,\gamma} \tag{1}$$

$$Bu=\begin{cases} u\big|_{\arg(x,y)=\alpha}=g_\alpha(x,y)\\ u\big|_{\arg(x,y)=\alpha+\gamma}=g_{\alpha+\gamma}(x,y). \end{cases} \tag{2}$$

Розв'язок задачі (1), (2) будемо розглядати у просторі $V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\alpha,\gamma})$, де k – невід'ємне ціле. Припустимо, що коефіцієнти рівняння (1) задовольняють умови диференційованості та еліптичності:

$$a,b,c \in C^{(k)}(\overline{K}_{\alpha,\gamma}) \tag{3}$$

$$a(x,y)>0,\ 4a(x,y)c(x,y)-b^2(x,y)>0\ ,\ (x,y)\in \overline{K}_{\alpha,\gamma}\ , \tag{4}$$

а для функцій правих частин справедливі включення:

$$f \in V_{2,\delta}^{(k)}(K_{\alpha,\gamma})\ ,\ g \in V_{2,\delta}^{\left(\frac{3}{2}+k\right)}(\partial K_{\alpha,\gamma})\ , \tag{5}$$

де $g(x,y)=\begin{cases} g_\alpha(x,y), & \arg(x,y)=\alpha, \\ g_{\alpha+\gamma}(x,y), & \arg(x,y)=\alpha+\gamma. \end{cases}$

3. Теорема існування розв'язку

Нехай $a_0=a(0,0)$, $b_0=b(0,0)$, $c_0=c(0,0)$. Розглянемо допоміжну задачу:

$$\tilde{L}u = a_0 u_{xx} + b_0 u_{xy} + c_0 u_{yy} = f(x,y)\ ,\ (x,y)\in K_{\alpha,\gamma} \tag{6}$$

$$Bu=\begin{cases} u\big|_{\arg(x,y)=\alpha} = g_\alpha(x,y) \\ u\big|_{\arg(x,y)=\alpha+\gamma} = g_{\alpha+\gamma}(x,y). \end{cases} \tag{7}$$

Позначимо

$$\psi=\begin{cases} \dfrac{1}{2}\operatorname{arcctg}\dfrac{c_0-a_0}{b_0},\ b_0\neq 0, \\ 0,\ b_0=0, \end{cases} \tag{8}$$

$$d=\begin{cases} \sqrt{\dfrac{a_0+c_0+\operatorname{sign} b_0\sqrt{b_0^2+(a_0-c_0)^2}}{a_0+c_0-\operatorname{sign} b_0\sqrt{b_0^2+(a_0-c_0)^2}}},\ b_0\neq 0, \\ \sqrt{\dfrac{c_0}{a_0}},\ b_0=0, \end{cases}\ , \tag{9}$$

$$\tilde{\gamma}=\operatorname{arcctg}\left(\frac{d^2\operatorname{ctg}(\alpha+\psi+\gamma)\operatorname{ctg}(\alpha+\psi)+1}{d(\operatorname{ctg}(\alpha+\psi)-\operatorname{ctg}(\alpha+\psi+\gamma))}\right)+\pi\left[\frac{\gamma}{\pi}\right]. \tag{10}$$

Нехай числа k , δ , $\tilde{\gamma}$ задовольняють умову

$$\mu = k-\frac{\delta}{2}+1\neq \frac{l\pi}{\tilde{\gamma}},\ l\in Z\ . \tag{11}$$

За виконання умов (3) – (5), (11) задача (6), (7) буде мати єдиний розв'язок u_0 у просторі $V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\alpha,\gamma})$, причому функція u_0 задовольнятиме нерівність

$$\|u_0\|_{2,\delta,K(\alpha,\alpha+\gamma)}^{(2+k)} \le \frac{C_{(0)}}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|}\left(\|f\|_{2,\delta,K(\alpha,\alpha+\gamma)}^{(k)}+\|g\|_{2,\delta,\partial K(\alpha,\alpha+\gamma)}^{\left(\frac{3}{2}+k\right)}\right), \tag{12}$$

де стала $C_{(0)}$ залежить від a_0 , b_0 , c_0 , k , δ , γ , але не залежить від функцій правих частин. Доведення цього факту буде наведено у ході доведення теореми:

Теорема (про розв'язність задачі (1), (2))

Нехай коефіцієнти a , b , c задачі (1), (2) задовольняють умови (3), (4), (8) – (11), а праві частини – включення (5).

Припустимо, що з деякою сталою M на множині $K_{\alpha,\gamma}$ справедливі нерівності

$$r^{|\beta|}\,|D^\beta(a(x,y)-a_0)|\le M\ ,\ |\beta|\le k\ , \tag{13}$$

$$r^{|\beta|}\,|D^\beta(b(x,y)-b_0)|\le M\ ,\ |\beta|\le k\ , \tag{14}$$

$$r^{|\beta|}\,|D^\beta(c(x,y)-c_0)|\le M\ ,\ |\beta|\le k\ . \tag{15}$$

а для чисел a_0 , c_0 , M , k , $C_{(0)}$, μ , $\tilde{\gamma}$ справедлива нерівність

$$3M\,C_{(0)}(k+2)<|\sin\mu\tilde{\gamma}|\,. \tag{16}$$

Тоді задача (1), (2) у просторі $V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\alpha,\gamma})$ має єдиний розв'язок, для якого справедлива апріорна оцінка:

$$\|u\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(2+k)} \le C\left(\|f\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)} + \|g\|_{2,\delta,\partial K_{\alpha,\gamma}}^{\left(\frac{3}{2}+k\right)}\right), \tag{17}$$

де стала C залежить лише від a_0, b_0, c_0, k, δ, γ, M.

***Доведення**:* Аналогічно до доведення у роботі [3], можемо ввести оператори

$$Au = (\tilde{L}u, Bu),\ A_1u = ((L-\tilde{L})u, 0).$$

Тоді задача (1), (2) в операторному записі набуває вигляду

$$Au = (f, g) - A_1u,\ u \in V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\alpha,\gamma}) \tag{18}$$

Нескладно отримати, що за умов існування операторів $(E + A^{-1}A_1)^{-1}$ та A^{-1} розв'язок рівняння (18) можна знайти за формулою

$$u = (E + A^{-1}A_1)^{-1}A^{-1}(f, g). \tag{19}$$

Доведемо, що за виконання умов теореми такі оператори будуть існувати.

Оператор A відповідає задачі зі сталими коефіцієнтами (6), (7). Зробимо у задачі (6), (7) заміну

$$\xi = x\cos\psi - y\sin\psi,\ \eta = x\sin\psi + y\cos\psi, \tag{20}$$

в якій кут ψ визначений з рівності (8). Це, разом з діленням на коефіцієнт при $u_{\xi\xi}$, зводить задачу (6), (7) до задачі

$$u_{\xi\xi} + d^2u_{\eta\eta} = F(\xi,\eta),\ \alpha+\psi < \arg(\xi,\eta) < \alpha+\psi+\gamma, \tag{21}$$

$$u\big|_{\arg(\xi,\eta)=\alpha+\psi} = G_{\alpha+\psi}(\xi,\eta),\ u\big|_{\arg(\xi,\eta)=\alpha+\psi+\gamma} = G_{\alpha+\psi+\gamma}(\xi,\eta), \tag{22}$$

в якій стала d визначена з рівності (9), а $F(\xi,\eta)$, $G_{\alpha+\psi}(\xi,\eta)$, $G_{\alpha+\psi+\gamma}(\xi,\eta)$ – функції, які виникають відповідно з функцій $f(x,y)$, $g_\alpha(x,y)$, $g_{\alpha+\gamma}(x,y)$ внаслідок виконання заміни (20) та ділення на коефіцієнт при $u_{\xi\xi}$.

Виконання у задачі (21) – (22) заміни

$$\tilde{\xi} = \xi,\ \tilde{\eta} = \frac{\eta}{d} \tag{23}$$

дозволяє перейти до задачі

$$u_{\tilde{\xi}\tilde{\xi}} + u_{\tilde{\eta}\tilde{\eta}} = \tilde{F}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}),\ \tilde{\alpha}+\tilde{\psi} < \arg(\xi,\eta) < \tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}, \tag{24}$$

$$u\big|_{\arg(\tilde{\xi},\tilde{\eta})=\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}} = \tilde{G}_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}),\ u\big|_{\arg(\tilde{\xi},\tilde{\eta})=\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}} = \tilde{G}_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}), \tag{25}$$

де $\arg(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = \tilde{\alpha}+\tilde{\psi}$, $\arg(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = \tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}$ – промені, що виникають відповідно з променів $\arg(\xi,\eta) = \alpha+\psi$, $\arg(\xi,\eta) = \alpha+\psi+\gamma$ після виконання заміни (23), $\tilde{F}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = F(\tilde{\xi}, d\tilde{\eta})$, $\tilde{G}_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = G_{\alpha+\psi}(\tilde{\xi}, d\tilde{\eta})$, $\tilde{G}_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = G_{\alpha+\psi+\gamma}(\tilde{\xi}, d\tilde{\eta})$. Нескладно також встановити справедливість формули (10).

Задача (24) – (25) добре досліджена. До неї можна застосувати стандартну методику зведення еліптичних задач до крайових задач для диференціальних рівнянь з комплексним параметром, викладену у роботі [3]. Виконання такого зведення ([3, ст. 276-277]) та безпосередній аналіз розв'язку отриманої задачі з комплексним параметром дозволяє стверджувати, що за виконання умови (11) розв'язок задачі (24) – (25) буде існувати у просторі $V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}})$ та задовольнятиме апріорну оцінку

$$\|u\|_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)} \le \frac{C_1}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|}\left(\|\tilde{F}\|_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(k)} + \|\tilde{G}\|_{2,\delta,\partial K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{\left(\frac{3}{2}+k\right)}\right), \tag{26}$$

в якій стала C_1 залежить неперервним чином від $\tilde{\gamma}$, μ, а $\tilde{G}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = \begin{cases} \tilde{G}_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}), & \arg(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = \tilde{\alpha}+\tilde{\psi}, \\ \tilde{G}_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}}(\tilde{\xi},\tilde{\eta}), & \arg(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = \tilde{\alpha}+\tilde{\psi}+\tilde{\gamma}. \end{cases}$.

При виконанні заміни $\tilde{\xi} = \xi$, $\tilde{\eta} = \dfrac{\eta}{d}$ стандартний простір з вагою $V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\alpha+\psi,\gamma})$ у координатах ξ, η переходить у координатах $\tilde{\xi}$, $\tilde{\eta}$ у простір $\tilde{V}_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}})$, норму $\widetilde{\|\ \|}_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)}$ в якому можна знайти за формулою

$$\widetilde{\|u\|}_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)} = \left(d\sum_{i_1+i_2\le 2+k}\ \int\limits_{K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}(\tilde{\xi}^2 + d^2\tilde{\eta}^2)^{\frac{\delta}{2}-2-k+i_1+i_2}\left|\frac{1}{d^{i_2}}\frac{\partial^{i_1+i_2}u}{\partial\tilde{\xi}^{i_1}\partial\tilde{\eta}^{i_2}}\right|^2 d\tilde{\xi}d\tilde{\eta}\right)^{1/2}.$$

З очевидної нерівності $\min\{1;d^2\}\cdot(\tilde{\xi}^2+\tilde{\eta}^2)\le\tilde{\xi}^2+d^2\tilde{\eta}^2\le\max\{1;d^2\}\cdot(\tilde{\xi}^2+\tilde{\eta}^2)$ нескладно встановити, що норма простору $\tilde{V}_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}})$ буде еквівалентною до норми простору $V_{2,\delta}^{(2+k)}(K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}})$, тобто будуть справедливими нерівності

$$C_2\|u\|_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)}\le\widetilde{\|u\|}_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)}\le C_3\|u\|_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)}, \tag{27}$$

де додатні сталі C_2, C_3 залежать лише від d, k, δ, причому залежність від $d\in(0,+\infty)$ є неперервною. Можна також встановити оцінки, аналогічні до (27), для функцій $\tilde{F}$ та $\tilde{G}$.

З (26), (27) випливає справедливість нерівності

$$\widetilde{\|u\|}_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(2+k)}\le\frac{C_4}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|}\left(\widetilde{\|\tilde{F}\|}_{2,\delta,K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{(k)}+\widetilde{\|\tilde{G}\|}_{2,\delta,\partial K_{\tilde{\alpha}+\tilde{\psi},\tilde{\gamma}}}^{\left(\frac{3}{2}+k\right)}\right), \tag{28}$$

стала C_4 в якій залежить неперервним чином від $\tilde{\gamma}$, μ, d, k, δ. З нерівності (28), застосовуючи в оберненому порядку, повертаючись до змінних x, y, можемо отримати нерівність для розв'язку задачі (6), (7):

$$\|u\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(2+k)}=\left\|A^{-1}(f,g)\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(2+k)}\le\frac{C_{(0)}}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|}\left(\|f\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}+\|g\|_{2,\delta,\partial K_{\alpha,\gamma}}^{\left(\frac{3}{2}+k\right)}\right), \tag{29}$$

де стала $C_{(0)}$ залежить лише від a_0, b_0, c_0, k, δ, γ.

З нерівності (29) можемо стверджувати, що

$$\|A\|^{-1}\le\frac{C_{(0)}}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|}. \tag{30}$$

Оцінимо норму оператора A_1. Справедлива нерівність

$$\begin{aligned}\|A_1u\|&=\left\|(L-\tilde{L})u\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}=\left\|(a(x,y)-a_0)u_{xx}+(b(x,y)-b_0)u_{xy}+(c(x,y)-c_0)u_{yy}\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}\le\\&\le\left\|(a(x,y)-a_0)u_{xx}\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}+\left\|(b(x,y)-b_0)u_{xy}\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}+\left\|(c(x,y)-c_0)u_{yy}\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}.\end{aligned} \tag{31}$$

Нехай $v\in V_{2,\delta}^{(k)}(K_{\alpha,\gamma})$. Використовуючи умови (13) – (15) та схему доведення, аналогічну доведенню леми 2.1 з роботи [3], з аналізом кількості доданків при кожній похідній, можемо встановити оцінку

$$\left\|(a(x,y)-a_0)v\right\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}\le M(k+2)\|v\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(k)}. \tag{32}$$

Очевидно, що аналогічні до (32) нерівності можна отримати і для випадку коефіцієнтів $(b(x,y)-b_0)$, $(c(x,y)-c_0)$.

З нерівностей (31), (32) отримуємо $\|A_1u\|\le 3M(k+2)\|u\|_{2,\delta,K_{\alpha,\gamma}}^{(2+k)}$, звідки $\|A_1\|\le 3M(k+2)$.

З виконання останньої нерівності, також нерівностей (16), (30) випливає, що $\|A_1\|<\|A\|$, $\left\|A^{-1}A_1\right\|<1$,. Тоді оператор $E+A^{-1}A_1$ має обмежений обернений оператор. Оскільки $\left\|A^{-1}A_1\right\|\le\frac{3MC_{(0)}(k+2)}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|}<1$, то $\left\|\left(E+A^{-1}A_1\right)^{-1}\right\|\le\frac{1}{1-\left\|A^{-1}A_1\right\|}$ і $\left\|(E+A^{-1}A_1)^{-1}A^{-1}\right\|<\frac{C_{(0)}}{|\sin\mu\tilde{\gamma}|-3MC_{(0)}(k+2)}$, звідки випливає нерівність (17). Це завершує доведення теореми.

4. Висновки

Результат, отриманий у роботі, уточнює характер залежності сталої в апріорній оцінці розв'язку для випадку лінійної еліптичної крайової задачі зі змінними коефіцієнтами в області з кутовою точкою. З'ясування характеру залежності сталої в апріорній оцінці розв'язку від даних вихідної задачі дозволяє говорити про можливість застосування отриманої нерівності до дослідження нелінійних еліптичних задач у кутових областях.

Теорему існування розв'язку, доведену у роботі, сформульовано у термінах лише даних вихідної задачі, без використання переходу до еліптичної крайової задачі з комплексним параметром.

1. *Джафаров Р.М.* Весовые априорные оценки решения квазилинейной задачи Дирихле в области с конической точкой // Труды ИПММ НАН Украины. – 1998. – Т.2. – С. 55-63. 2. *Коваленко О.В.* Апріорна оцінка розв'язку лінійної еліптичної крайової задачі в області з конічною точкою // Вісн. Київ. ун-ту. Математика. Механіка. – 2005. – Вип. 13 – 14. – С. 25 – 29. 3. *Кондратьев В.А.* Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими и угловыми точками // Труды Моск. мат. о-ва. -1967. – Т. 16. – с. 209 – 292. 4. *Мазья В.Г.* Оценки L_p – средних и асимптотика решений эллиптических краевых задач в конусе. II. Операторы с переменными коэффициентами // Mathematische. Nachrichten. – 1988. – Bd 137. – S. 113 – 139. 5. *Мазья В.Г., Пламеневский Б.А.* Об асимптотике фундаментальных решений эллиптических краевых задач в областях с коническими точками // Проблемы матем. анализа. – 1979. – Вып. 7. – с. 100 – 145.

Надійшла до редколегії 07.12.2009