УДК 517.9+531.19+530.145

Ж. Цвір, асп.

КЛАСТЕРНІ РОЗКЛАДИ В ТЕОРІЇ КВАНТОВИХ КІНЕТИЧНИХ РІВНЯНЬ

Доведено існування маргінальних функціоналів, які виникають при побудові квантових кінетичних рівнянь. Сформульовано кінетичні кластерні розклади кумулянтів груп операторів рівнянь фон Неймана та на їх основі побудовано оператори розсіяння, якими визначається кожний член розкладів маргінальних функціоналів.

We prove the existence of kinetic functionals that arise under construction of quantum kinetic equations. The kinetic cluster expansions of cumulants of groups of the von Neumann equations are formulated and on its base the scattering operators which define every term of kinetic functional expansions are constructed.

1. Вступ

В останні роки спостерігається значний прогрес у розвитку математичної теорії квантових кінетичних рівнянь [1],[5], [8], [10-11]. Один з прикладів – строге обґрунтування квантових кінетичних рівнянь, що описують Бозе конденсат [2-4], [7], [9], [12].

Серед проблем, що виникають при виводі кінетичних рівнянь з динаміки систем частинок, одна з основних полягає в доведенні існування розкладів для кінетичних (маргінальних) функціоналів, які вперше на основі теорії збурень сформулював М.М. Боголюбов [1]. В роботі запропоновано альтернативний підхід до побудови таких функціоналів – метод кінетичних кластерних розкладів.

Мета роботи полягає в побудові явного вигляду зазначених маргінальних функціоналів на основі кінетичних кластерних розкладів та встановленні умов збіжності рядів, якими вони визначаються.

Розглянемо квантову систему нефіксованої (довільної, але скінченної) кількості тотожних безспінових частинок одиничної маси в просторі $\mathbb{R}^{\nu}$, $\nu \geq 1$. Гамільтоніан такої системи – це самоспряжений оператор, який в підпросторі нескінченно диференційовних функцій з компактними носіями $\psi_n \in L_0^2(\mathbb{R}^{\nu n}) \subset L^2(\mathbb{R}^{\nu n})$ діє за формулою

$$H_n\psi_n = -\frac{\hbar^2}{2}\sum_{i=1}^{n}\Delta_{q_i}\psi_n + \sum_{i_1<i_2=1}^{n}\Phi(q_{i_1},q_{i_2})\psi_n, \tag{1}$$

де Φ – парний потенціал взаємодії, що задовольняє умовам Като [10], $h = 2\pi\hbar$ – стала Планка.

Введемо деякі означення. Будемо розглядати стани системи, які належать простіру $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_n)$ ядерних операторів з нормою

$$\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_n)} = \mathrm{Tr}_{1,\ldots,n}\,|\,f_n(1,\ldots,n)\,|,$$

де $\mathrm{Tr}_{1,\ldots,n}$ – частинний слід по $1,\ldots,n$ координатам.

Введемо группу операторів, якою визначається розв'язок рівнянь фон Неймана

$$\mathcal{G}_n(-t)f_n := e^{-\frac{i}{\hbar}tH_n}\,f_n\,e^{\frac{i}{\hbar}tH_n}. \tag{2}$$

В просторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_n)$ відображення (2): $t \to \mathcal{G}_n(-t)f_n$ – сильно неперервна група ізометричних операторів [10].

Еволюція станів описується послідовністю маргінальних операторів густини, що задовольняють квантову ієрархію рівнянь ББГКІ:

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}F_s(t,Y) = -\mathcal{N}_s(Y)F_s(t,Y) + \sum_{i=1}^{s}\mathrm{Tr}_{s+1}(-\mathcal{N}_{\mathrm{int}})(i,s+1)F_{s+1}(t,Y,s+1),\\ &F_s(t)\,|_{t=0} = F_s(0), \quad s \geq 1,\end{aligned} \tag{3}$$

де $Y \equiv (1,\ldots,s)$, оператори $\mathcal{N}_s$ та $\mathcal{N}_{\mathrm{int}}$ визначаються в підпросторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_s) \subset \mathfrak{L}_0^1(\mathcal{H}_s)$ такими формулами

$$\mathcal{N}_s f_s := -\frac{i}{\hbar}(f_s H_s - H_s f_s),$$

$$\mathcal{N}_{\mathrm{int}}(i,j)f_s := -\frac{i}{\hbar}(f_s\,\Phi(i,j) - \Phi(i,j)\,f_s).$$

Розглядаємо початкові дані, які задовольняють умові "хаосу", тобто в початковий момент в системі відсутні кореляції. Для системи тотожних частинок, що задовольняють статистиці Максвелла-Больцмана, маємо

$$F(0) = (I, F_1(0,1),\ldots,\prod_{i=1}^{n}F_1(0,i),\ldots). \tag{4}$$

Початкові данні (4) – типовий приклад стану при кінетичному описі багаточастинкових систем, оскільки в цьому випадку стан характеризується одночастинковим оператором густини.

Розв'язок квантової ієрархії ББГКІ з початковими даними (4) для $s \geq 1$ визначається такими розкладами [5]

$$F_s(t,1,\ldots,s) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\mathrm{Tr}_{s+1,\ldots,s+n}\mathfrak{A}_{1+n}(t)\prod_{i=1}^{s+n}F_1(0,i), \tag{5}$$

де $\mathfrak{A}_{1+n}(t) = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{n!}{k!(n-k)!}\mathcal{G}_{s+n-k}(-t,1,\ldots,s+n-k)$ – редукований кумулянт [8] груп операторів (2).

Для $F_1(0) \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ ряд (5) збігається по нормі цього простору і справедлива така оцінка:

$$\|F_s(t)\| \le \|F_1(0)\|^s \exp\left(2\|F_1(0)\|\right), \quad s \ge 1. \tag{6}$$

Оскільки початкові дані (4) задані через одночастинковий оператор густини $F_1(0)$, то задача Коші для квантової ієрархії ББГКІ (3), (4) не є цілком визначеною початковою задачею, тому що початкові дані для кожного невідомого оператора густини $F_s(t,1,\ldots,s), \quad s \ge 1$, в ієрархії рівнянь (3) не є незалежними. Природно виникає можливість переформулювання початкової задачі (3), (4) як нової задачі Коші для оператора густини $F_1(t)$ з незалежними початковими данними $F_1(0)$ та послідовності маргінальних функціоналів $F_s(t,1,\ldots,s \mid F_1(t)), \quad s \ge 2.$ Для знаходження цих функціоналів потрібно визначити $F_1(0)$ через $F_1(t)$ з розкладу (5) і виключити їх з виразу (5) для $s \ge 2$.

2. Існування маргінальних функціоналів

Розглянемо ряд (5) для $s = 1$ як рівняння в просторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ відносно оператора $F_1(0)$ з заданим оператором $F_1(t,1) \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$. Визначимо в просторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ нелінійне відображення A, яке для довільного $t \in \mathbb{R}^1$ діє на елементи $f \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ згідно з формулою

$$(A(f))(1) := F_1^0 - \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{G}_1(t,1) \frac{1}{n!} \mathrm{Tr}_{2,..,n+1} \mathfrak{A}_{n+1}(t) \prod_{i=1}^{n+1} f(i), \tag{7}$$

де $\mathcal{G}_1(t,1) F_1(t,1) \equiv F_1^0$. Таким чином в просторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}) \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ маємо таке нелінійне рівняння

$$f = A(f). \tag{8}$$

В банаховому просторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ визначимо область $\mathbb{S}(F_1^0; R)$, яка є кулею довільного радіусу $R < \infty$ з центром в точці $F_1^0 = \mathcal{G}_1(t,1) F_1(t,1)$

$$\mathbb{S}(F_1^0; R) \equiv \{ f \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H}) : \left\| f - F_1^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \le R \}.$$

Тоді для рівняння (8) справедливе таке твердження

Лема. *Якщо виконується умова*

$$\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} < \min(x(R), y_1(R)). \tag{9}$$

де $x(R)$, $y_1(R)$, $y_0(R)$ *є розв'язками рівнянь* $x(e^{2x} - 1) = R$, $y_1 e^{2y_1} = y_0(R)$, $e^{2y_0}(2y_0 + 2R + 1) = 2e^{-2R}$ *відповідно, то в області* $\mathbb{S}(F_1^0, R) \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ *існує єдиний розв'язок рівняння (8).*

Доведення. Покажемо, що нелінійний оператор (7) відображає область $\mathbb{S}(F_1^0; R)$ в себе і є стискуючим відображенням. Дійсно, оскільки згідно оцінці (6) справедлива нерівність

$$\left\| A(f) - F_1^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})}^{n+1} = \|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} (e^{2\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})}} - 1).$$

Тоді нелінійний оператор (7) відображає область $\mathbb{S}(F_1^0; R)$ в себе, якщо виконується умова

$$\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \le x(R),$$

де $x(R)$ – розв'язок рівняння $x(e^{2x} - 1) = R$.

Знайдемо умову, при якій нелінійне відображення (7) є стискуючим. Нехай f_1, f_2 довільні елементи з області $\mathbb{S}(F_1^0; R)$, тобто якщо $f \in \mathbb{S}(F_1^0; R)$, то $\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \le \left\| F_1^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} + R$. Тоді згідно означення (7) отримаємо:

$$\|A(f_1) - A(f_2)\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} (n+1) (\left\| F_1^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} + R)^n \|f_1 - f_2\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} =$$

$$= (e^{2(\|F_1^0\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} + R)} (2(\| F_1^0 \|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} + R) + 1) - 1) \|f_1 - f_2\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})}.$$

Отже, відображення A є стискуючим, якщо виконується умова

$$e^{2(\|F_1^0\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} + R)} (2(\left\| F_1^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} + R) + 1) < 2.$$

Згідно оцінки (6) для $s = 1$ в просторі $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$ маємо

$$\left\| F_1^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \le \|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} \exp(2\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})}),$$

тому можна переписати

$$\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})}\exp(2\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})}) < y_0(R),$$

де $y_0(R)$ – розв'язок рівняння $e^{2y_0}(2y_0+2R+1)=2e^{-2R}$.

Остаточно маємо, що відображення (7) є стискуючим, якщо виконується така умова

$$\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} < y_1(R),$$

де $y_1(R)$ – розв'язок рівняння $y_1\exp^{2y_1}=y_0(R)$.

Таким чином, якщо виконується умова: $\|f\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})} < \min(x(R), y_1(R))$, то існує єдиний розв'язок нелінійного рівняння (8). Цей розв'язок визначається як рівномірна границя $\lim\limits_{n\to\infty} f^n$ послідовних наближень $f^{(n)}=A(f^{(n-1)})$ з $f^{(1)}=F_1^0=\mathcal{G}_1(t,1)F_1(t,1)$ в якості першого наближення. Це дає можливість для $s\ge 2$ розв'язок ієрархії ББГКІ вигляду (5) переписати в термінах функціоналів відносно добутків одночастинких операторів густини $F_1(t)$.

3. Кінетичні кластерні розклади

В попередньому розділі ми довели, що маргінальні функціонали $F_s(t,1,\ldots,s\,|\,F_1(t))$, $s\ge 2$, існують, якщо виконується умова (9). Для побудови явного вигляду маргінальних функціоналів $F_s(t,1,\ldots,s\,|\,F_1(t))$, $s\ge 2$, сформулюємо метод кінетичних кластерних розкладів.

Представимо маргінальні функціонали $F_s(t,1,\ldots,s\,|\,F_1(t))$, $s\ge 2$, у вигляді розкладів за добутками одночастинкового оператора густини $F_1(t)$

$$F_s(t,1,\ldots,s\,|\,F_1(t)) := \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\mathrm{Tr}_{s+1,\ldots,s+n}\mathfrak{V}_{1+n}(t)\prod_{i=1}^{s+n}F_1(t,i), \tag{10}$$

де $\mathfrak{V}_{1+n}(t)$, $n\ge 0$, еволюційні оператори, які визначаються з умови, що ці розклади повинні збігатися почленно з розв'язком (5) початкової задачі для квантової ієрархії ББГКІ.

Нехай $\widehat{\mathfrak{A}}_{1+n}(t)$ – редукований кумулянт $(1+n)$-го порядку

$$\widehat{\mathfrak{A}}_{1+n}(t)=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{n!}{k!(n-k)!}\widehat{\mathcal{G}}_{s+n-k}(-t,1,\ldots,s+n-k),$$

операторів розсіяння

$$\widehat{\mathcal{G}}_n(t,1,\ldots,n)=\mathcal{G}_n(-t,1,\ldots,n)\prod_{i=1}^{n}\mathcal{G}_1(t,i). \tag{11}$$

Для $s\ge 2$ функціонал (10) та оператор густини $F_s(t)$ вигляду (5) почленно співпадають, якщо еволюційні оператори $\mathfrak{V}_{1+n}(t)$, $n\ge 0$, є розв'язками таких рекурентних співвідношень

$$\begin{aligned}&\widehat{\mathfrak{A}}_{1+n}(t,Y_1,s+1,\ldots,s+n)=\mathfrak{V}_{1+n}(t,Y_1,s+1,\ldots,s+n)+\\&+\sum_{n_1=1}^{n}\frac{n!}{(n-n_1)!}\mathfrak{V}_{1+n-n_1}(t,Y_1,s+1,\ldots,s+n-n_1)\sum_{\mathrm{P}:\mathrm{Z}=\bigcup_k X_k}\frac{1}{|\mathrm{P}|!}\sum_{i_1\ne i_2\ne,\ldots,\ne i_k=1}^{s+n-n_1}\prod_{k=1}^{|\mathrm{P}|}\frac{1}{|X_k|!}\widehat{\mathfrak{A}}_{1+|X_k|}(t,i_k,X_k),\end{aligned} \tag{12}$$

де $\sum_{\mathrm{P}:\mathrm{Z}=\bigcup_k X_k}$ – сума за всіма можливими перетинами P лінійно впорядкованої множини $\mathrm{Z}=(s+n-n_1+1,\ldots,s+n)$.

Рекурентні співвідношення (12) мають вигляд специфічних кластерних розкладів кумулянтів операторів розсіяння (11). Кластерні розклади вигляду (12) будемо називати кінетичними кластерними розкладами.

Наведемо приклади кінетичних кластерних розкладів (12):

$$\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,Y_1)=\mathfrak{V}_1(t,Y_1),$$

$$\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,Y_1,s+1)=\mathfrak{V}_2(t,Y_1,s+1)+\mathfrak{V}_1(t,Y_1)\sum_{i=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,i,s+1),$$

$$\widehat{\mathfrak{A}}_3(t,Y_1,s+1,s+2)=\mathfrak{V}_3(t,Y_1,s+1,s+2)+2!\mathfrak{V}_2(t,Y_1,s+1)\sum_{i=1}^{s+1}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,i,s+2)+$$

$$+\mathfrak{V}_1(t,Y_1)\sum_{i=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_3(t,i,s+1,s+2)+\mathfrak{V}_1(t,Y_1)\sum_{j\ne i=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,i,s+1)\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,j,s+2).$$

Для побудови розв'язку кінетичних кластерних розкладів знайдемо еволюційні оператори $\mathfrak{V}_{1+n}(t)$, $n\ge 0$, нижчих порядків і підставимо їх у рекурентне співвідношення (12) для фіксованого значення n. Розв'язок рекурентних співвідношень (12) має такий вигляд:

$$\mathfrak{V}_{1+n}(t,Y_1,s+1,...,s+n)=\widehat{\mathfrak{A}}_{1+n}(t,Y_1,s+1,...,s+n)+\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\prod_{j=1}^{k}\sum_{n_j=1}^{n-n_1-...-n_{j-1}}\frac{n!}{(n-n_1-...-n_j)!}\times$$
$$\times\widehat{\mathfrak{A}}_{1+n-n_1-...-n_j}(t,Y_1,s+1,...,s+n-n_1-...-n_j)\sum_{\mathrm{P}:\mathrm{Z}=\bigcup_k X_k}\frac{1}{|\mathrm{P}|!}\sum_{i_1\neq i_2\neq,..,\neq i_k=1}^{s+n-n_1-...-n_j}\prod_{k=1}^{|\mathrm{P}|}\frac{1}{|X_k|!}\widehat{\mathfrak{A}}_{1+|X_k|}(t,i_k,X_k), \quad (13)$$

де $\sum_{\mathrm{P}:\mathrm{Z}=\bigcup_k X_k}$ – сума за всіма можливими перетинами P лінійно впорядкованої множини індексів $\mathrm{Z}=(s+n-n_1-...-n_j+1,...,s+n-n_1-...-n_{j-1})$.

Наведемо приклади еволюційних операторів $\mathfrak{V}_{1+n}(t),\quad n\geq 0,$ найнижчих порядків:

$$\mathfrak{V}_1(t,Y_1)=\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,Y_1),$$

$$\mathfrak{V}_2(t,Y_1,s+1)=\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,Y_1,s+1)-\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,Y_1)\sum_{j=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,j,s+1),$$

$$\mathfrak{V}_3(t,Y_1,s+1,s+2)=\widehat{\mathfrak{A}}_3(t,Y_1,s+1,s+2)-2!(\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,Y_1,s+1)-\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,Y_1)\sum_{i=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,i,s+1))\times$$
$$\times\sum_{j=1}^{s+1}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,j,s+2)-\widehat{\mathfrak{A}}_1(t,Y_1)(\sum_{i=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_3(t,i,s+1,s+2)+\sum_{i\neq j=1}^{s}\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,i,s+1)\widehat{\mathfrak{A}}_2(t,j,s+2)).$$

В термінах операторів розсіяння (11) наведені перші два приклади еволюційніх операторів (13) мають вигляд

$$\mathfrak{V}_1(t,Y_1)=\widehat{\mathcal{G}}_s(t,1,\ldots,s),$$

$$\mathfrak{V}_2(t,Y_1,s+1)=\widehat{\mathcal{G}}_{s+1}(t,1,\ldots,s+1)-\widehat{\mathcal{G}}_s(t,1,\ldots,s)\sum_{i=1}^{s}\widehat{\mathcal{G}}_2(t,i,s+1)+(s-1)\widehat{\mathcal{G}}_s(t,1,\ldots,s).$$

4. Висновки

В роботі встановлено умову (9), при якій маргінальні функціонали $F_s(t,1,\ldots,s\,|\,F_1(t)),\ s\geq 2$, представляються збіжними по нормі простору ядерних операторів рядами (10). Сформульовано метод кінетичних кластерних розкладів (12), що дозволив встановити явний вигляд еволюційних операторів (13), якими визначаються маргінальні функціонали (10).

Зазначимо, що маргінальні функціонали описують квантові кореляції при кінетичному описі багаточастинкових систем і на основі теорії збурень були вперше побудовані в роботі Боголюбова [5-6]. Маргінальні функціонали (10) при певних додаткових умовах формально співпадають з функціоналами побудованими Боголюбовим, якщо представити еволюційні оператори (13) у формі аналогів рівнянь Дюамеля.

1. *Боголюбов М. М.* Лекції з квантової статистики. Проблеми статистичної механіки квантових систем // Київ: Рад. школа -1949. – 112-135 с. 2. *Adami R., Golse F., Teta A.* Rigorous Derivation of the Cubic NLS in Dimension One // J. Stat. Phys.-2007.-127, P. 1193-1220. 3. *Arnold A.* Mathematical properties of quantum evolution equations // Lect. Notes in Math. – 2008. – 1946, P. 45-109. 4. *Bardos C., Golse F., Gottlieb A., Mauser N.* Accuracy of the Time-Dependent Hartree Fock Approximation for Uncorrelated Initial States // J. Stat. Phys.-2004.-115, P. 1037. 5. *Cercignani C., Gerasimenko V.I., Petrina D.Ya.* Many-Particle Dynamics and Kinetic Equations // Dordrecht: Kluwer Acad. Publ.-1997., P. 252. 6. *Cohen E.G.D.* Bogolyubov and Kinetic Theory: the Bogolyubov Equations // Ukrainain J. Phys.-2009.- 8-9, P. 847-861. 7. *Erdos L., Schlein B., Yau H.-T.* Derivation of the cubic non-linear Schrodinger equation from quantum dynamics of many-body systems // Invent. Math.-2007.-167, P. 515-614. 8. *Gerasimenko V.I., Shtyk V.O.* Evolution of correlations of quantum many-particle system // J. Stat. Mech.-2008.- 3, P03007. 9. *Michelangeli A.* Bose-Einstein condensation: analysis of problems and rigorous results // s.i.s.s.a. preprint 70/2007/mp 2007. 10. *Petrina D.Ya.* Mathematical Foundations of Quantum Statistical Mechanics. Continuous Systems // Amsterdam: Kluwer Acad. Publ.-1995. P. 624. 11. *Petrina D.Ya.* On solutions of Bogolyubov kinetic equations.Quantum statistics // Theor. and Math. Phys.-1972.-13, P. 391-405. 12. *Spohn H.* Kinetic equations for quantum many-particle systems // arXiv:0706.0807v1, 2007.

Надійшла до редколегії 16.11.09

УДК 519.21

І. Боднарчук, асп.

М'ЯКИЙ РОЗВ'ЯЗОК ХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ ІЗ ЗАГАЛЬНОЮ ВИПАДКОВОЮ МІРОЮ

Доведено існування та єдиність розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння, керованого загальною випадковою мірою. Встановлено ліпшицевість розв'язку за часовою змінною та гельдеровість за просторовою. Показано неперервну залежність розв'язку від даних задачі.

Existence and uniqueness of the solution of Cauchy problem for wave equation driven by general stochastic measure are proved. Lipschitz regularity of the solution in time variable and Hölder regularity in space variable are established. Solution continuous dependence of problem data is showed.

1. Вступ

Нехай $B(R)$ – борелева σ-алгебра підмножин евклідового простору R; $L_0(\Omega,F,\mathrm{P})$ − множина дійснозначних випадкових величин, заданих на повному ймовірнісному просторі (Ω,F,P); μ − це загальна випадкова міра на $B(R)$, тобто, σ-адитивне за ймовірністю відображення $\mu:B(R)\to L_0(\Omega,F,\mathrm{P})$. Для зручності надалі будемо говорити про