УДК 534 +531.7+53.082.5

Л. Яровой, канд. техн. наук

ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ ЛАЗЕРНОГО ДОППЛЕРІВСЬКОГО ВІБРОМЕТРА З ТРИХВИЛЕВИМ ФОТОЗМІШУВАНЯМ В НАНОМЕТРОВОМУ ДІАПАЗОНІ

Досліджується можливість значного підвищення чутливості до слабких акустичних сигналів в лазерному допплерівському віброметрі (ЛДВ) шляхом залучення в процес фотодетектування третьої когерентної хвиля, в доданок до опорної та зондувальної хвиль. Встановлено, що це призводить до значного підвищення амплітуди вихідного сигналу ЛДВ для коливань з амплітудою меншою за половину довжини лазерної хвилі. Умовами аномального підвищення чутливості є наближеність фазової різниці $\Delta \phi$ другої та третьої хвиль до π та близькість їх амплітуд. В експерименті з доопрацьованим ЛДВ отримано 20 дБ підвищення чутливості віброметра до миттєвої швидкості коливання амплітудою 6 пт.

The laser Doppler vibrometer with additional probing beam is studied for vibration in the range of nanometer and less. We show theoretically and experimentally that extraordinal gain the output LDV signal occurs at the proper condition between powers and phases of interfering probing waves. The phenomenon was studied and confirmed experimentally.

1. Вступ

Лазерні допплерівські віброметри (ЛДВ) вимірюють частоту допплерівського зсуву зондувального лазерного променя, яка свідчить про миттєву швидкість об'єкту, що коливається. Якщо в ЛДВ в додаток до зондувального та опорного лазерних променів в фотодетектуванні приймає участь третя когерентна хвиля, то це призводить до появи хвилястості або гребінки піків на сигналі миттєвої частоти при умові, що амплітуда коливань досліджуваного об'єкту перевищує половину довжини хвилі лазера [7].

Поява додаткової хвилі викликана відбиттям зондувального променя від перешкод, таких як скляні вікна, елементи конструкції віброметра або досліджуваного об'єкту, пил або краплі вологи в повітрі. Оскільки явище трихвильового фотозмішування в загальному випадку спотворює сигнал віброметра [1] та призводить до значної похибки, використовуються спеціальні засоби для уникнення зайвої хвилі або методи компенсації завад [4, 5].

У випадку, коли амплітуда коливання менша за довжину хвилі, специфічна хвилястість зникає у вихідному сигналі, але форма та, головне, амплітуда сигналу віброметра набувають значної залежності від співвідношення між фазами та амплітудами оптичних хвиль, що інтерферують на фотодетекторі віброметра [6].

Нами розроблений метод [3], який дозволяє використати, при певних умовах, негативний вплив трихвильового фотозмішування (ТХФ) на користь для суттєвого підвищення апаратної чутливості до слабих акустичних коливань. Це стосується в тому числі і диференційних вимірювань, коли необхідно дослідити різницю в переміщені, або швидкості в двох точках об'єкту.

2. Аналіз сигналів лазерного віброметра при трихвилевому фотозмішуванні

У випадку, коли існує трихвильове фотозмішування, на поверхні фотодетектору інтерферують три когерентні хвилі: $e_0 = E_0 \exp\left(-i \cdot (\omega_{opt}t + \Phi_0)\right)$ – опорна хвиля, $e_1 = E_1 \exp\left(-i \cdot (\omega_{opt}t + \Phi_1)\right)$ – зондувальна хвиля, а також, третя хвиля $e_2 = E_2 \exp\left(-i \cdot (\omega_{opt}t + \Phi_2)\right)$, де Φ_0, Φ_1, Φ_2 – початкові фази, ω_{opt} – кругова оптична частота. Лазерні віброметри побудовані за гетеродинною схемою. Це означає, що опорна хвиля має зсув по частоті гетеродина f_0 , а фаза Φ_0 – додатковий член $2\pi f_0 t$. Нехай досліджується об'єкт, що коливається за гармонічним законом $x_1(t) = X_1 \cos(\Omega t)$, де X_1 – амплітуда, Ω – частота акустичних коливань. Будемо вважати, що коливання направлене вздовж лазерного променя ЛДВ, тоді фаза зондувальної становить $\Phi_1 = 2kX_1\cos(\Omega t)$, а фаза третьої хвиль (назвемо її другою зондувальною) нехай становить $\Phi_2 = \Delta \phi$, $\Delta \phi$ – стала величина, що залежить від різниці почат-кових оптичних шляхів.

Як показано в [2] сигнал на виході лазерного допплерівського віброметра має вигляд:

$$\omega'(t) = -kX_1 \Omega \cdot \left[1 + \frac{\left(\eta^2 - 1\right)}{2\eta \cdot \cos\left(2k \cdot X_1 \cdot \cos\left(\Omega t\right) + \Delta \phi\right) + \eta^2 + 1} \right] \sin(\Omega t) , \qquad (1)$$

де через $\eta = E_1 / E_2$ позначено відношення амплітуд зондувальної та другої опорної хвиль.

Формула (1) свідчить, що на відміну від класичного ЛДВ, сигнал якого пропорційний миттєвій швидкості в точці вимірювання, тобто $\omega_1(t) = -2kX_1\Omega\sin(\Omega t)$ (*k* – хвилевий вектор зондувального лазерного випромінювання), сигнал віброметра з ТХФ (1) має додатковий член, що нелінійно залежить від амплітуди коливання X_1 , різниці фаз $\Delta \phi$ і параметра η . У випадку $X_1 > \lambda/2$ у вихідному сигналі віброметра присутня хвилястість [7], амплітуда якої при наближенні η до одиниці зростає і в результаті утворюються гігантські сплески [1], що суттєво спотворює сигнал.

При $X_1 < \lambda/2$ сплески відсутні, але амплітуда та форма сигналу також залежать від η та $\Delta \phi$. На рис. 1 наведено розрахунок вихідного сигналу ЛДВ з ТХФ для коливань з амплітудою $X_1 = 6.2 nm$ для $\eta = 1.1$ та двох різних значень фази $\Delta \phi$.

При коливаннях малої амплітуди $X_2 << \lambda$ та $\Delta \phi = \pi$ формула (1) спрощується:

$$\omega'(t) = -kX_1 \Omega \cdot \left[1 + \frac{\left(\eta^2 - 1\right)}{4\eta \cdot \left(kX_1 \cos\left(\Omega t\right)\right)^2 + \left(\eta - 1\right)^2} \right] \sin(\Omega t)$$
(2)

Результати моделювання сигналів віброметра з ТХФ для амплітуди $X_1 = 0.62 nm$, $\lambda = 0.63 mkm$, $\Omega = 2 kHz \times 2\pi$ і $\Delta \phi = \pi$ наведено на рис. 2 для двох значень $\eta = 1.1$ та $\eta = 1.2$. Як можна бачити при малих амплітудах коливань форма сигналу ЛДВ втрачає асиметрію та стає подібною до форми досліджуваного коливання, як його відтворює класичний ЛДВ при $E_2 = 0$. При цьому амплітуда сигналу ЛДВ з ТХФ значно більша, ніж амплітуда сигналу класичного віброметра за інших рівних умовах. А саме, при $\eta = 1.1$ сигнал віброметра з ТХФ більш ніж в десять разів перевищує сигнал класичного ЛДВ. Таким чином, з'являється можливість апаратного підсилення слабких сигналів при належному виборі параметрів оптичної схеми.

Це "підсилення" виникає завдяки другому нелінійному члену в (2). Для того, що спростити аналіз "підсилення" співвідношення (1) розкладемо у ряд від X1

$$\omega = \omega(X_1)\Big|_{X_1=0} + X_1 \frac{d\omega(X_1)}{dX_1}\Big|_{X_1=0} + \frac{1}{2}X_1^2 \frac{d^2\omega(X_1)}{dX_1^2}\Big|_{X_1=0} + \frac{1}{6}X_1^3 \frac{d^3\omega(X_1)}{dX_1^3}\Big|_{X_1=0} + \dots,$$
(3)

де: $\frac{d\omega(X_1)}{dX_1}\Big|_{X_{1=0}} = D1 \cdot D2 \cdot (\eta - \cos(\delta\phi)),$

$$\frac{d^2\omega(X_1)}{dX_1^2}\bigg|_{X_1=0} = -2D1 \cdot D2^2 \cdot \cos\left(\Omega t\right) \sin\left(\delta\phi\right) \cdot \left(1-\eta^2\right),\tag{4}$$

$$\frac{d^{3}\omega(X_{1})}{dX_{1}^{3}}\Big|_{X_{1}=0} = -3D1 \cdot D2^{3}\cos(\Omega t)^{2} \cdot (1-\eta^{2}) \cdot \left[4\eta - \cos(\delta\phi) \cdot (\eta^{2} + 2\eta\cos(\delta\phi) + 1)\right],$$

$$\omega(X_{1})\Big|_{X_{1}=0} = 0, D1 = -\Omega \cdot \eta \cdot \sin(\Omega t), D2 = \frac{2k}{\eta^{2} - 2\eta\cos(\delta\phi) + 1}, \delta\phi = \pi - \Delta\phi.$$

Однією з умов появи додаткового "підсилення" є наближеність фазової різниці Δφ оптичних зондувальних каналів до π. При цьому другий член розкладу зникає, інші спрощуються, а формула для демодульованого сигналу набуває вигляду:

$$\omega = -2D1 \frac{kX_1}{(\eta - 1)} + 4D1 \cos^2(\Omega t) (\eta + 1) \left[\frac{kX_1}{(\eta - 1)}\right]^3.$$
(5)

$$\omega'_{amp} = kX_1 \Omega \cdot \left[1 + \frac{(\eta + 1)}{(\eta - 1)} \right].$$
(6)

Визначимо апаратну чутливість ЛДВ до вимірювань амплітуди коливання, як похідну $rac{dig(\omega_{amp} ig(X_1 ig) ig)}{dX_1}$. Тоді за до-

помогою співвідношення $\alpha(\eta) = d(\omega'_{amp})/d(\omega_{amp})$ можна порівняти чутливість інструментів віброметра з ТХФ та класичного віброметра, де $\omega_{amp}(t) = 2kX_1$. В результаті отримаємо: $\alpha(\eta) = \eta/(\eta-1)$.

Рис. З зображує залежність функції $\alpha(\eta)$ від аргументу $\eta = [1.05...1.3]$. Наприклад, при $\eta = 1.1$ відношення чутливостей дорівнює $\alpha = 10$, при $\eta = 1.05$ сягає $\alpha = 20$, а при наближені $\eta \rightarrow 1$ – ще більше!

В той же час, при зростанні такого апаратного "підсилення" відбувається деформація вихідного сигналу, як це показано на рис. 1. Оцінити спотворення сигналу поблизу точки $\Delta \phi = \pi$ можна розрахувавши відношення $\zeta(\eta)$ третьої та першої гармонік сигналу, оскільки в цьому випадку функція $\omega'(t)$ парна і друга гармоніка дорівнює нулю. Результат розрахунку, який представлений на рис. 3 переривчастими лініями, показує, що нелінійні спотворення зростають з ростом підсилення. Але в той же час величина нелінійних спотворень зменшується при зменшенні амплітуди коливань. Таким чином, "підсилення" слабких коливань відбувається майже без спотворень в порівнянні з таким же "підсиленням" сигналів з більшою амплітудою. Наведений розрахунок свідчить, що, наприклад, при $\eta \approx 1.02$ підсилення сягає $\alpha \approx 50$, а величина нелінійних спотворень становить $\zeta = 1.0$ для амплітуди $X_1 = 4.0$ nm і тільки $\zeta = 0.1$ для $X_1 = 0.4$ nm.



У випадку $\Delta \phi = \pi$ нелінійні спотворення форми сигналу можуть бути прийнятними, якщо $\frac{d\omega(X_1)}{dX_1}X_1 > \frac{d^3\omega(X_1)}{dX_1^3}X_1^2$. Розрахунок приводить до умови $X_1 < X_{nl}$, що накладається на критичну амплітуду:

$$X_{nl} = 0.2 \cdot \frac{\eta - 1}{k} \,. \tag{7}$$

Наприклад при λ =0.63 μ та η =1.1 для відтворення форми сигналу без спотворення амплітуда X_1 не повинна перевищувати 2 *nm*. Коливання з амплітудою $X_1 = 6.2 nm$ (епюра 1 на рис. 1) не відповідає цій вимозі, та коли амплітуда зменшується до $X_1 = 0.62 nm$ (епюра 1 на рис. 2) коливання отримує симетричну близьку до косинуса форму.

Доречно додати, що викладені результати також стосуються диференціальних вимірювань, коли третій промінь направляють на іншу точку досліджуваного об'єкту, що коливається з амплітудою X_2 . У цьому випадку амплітуда вихідного сигналу ЛДВ пропорційна різниці $\delta X = X_1 - X_2$, для якої також залишаються вірними основні принципи, що викладені вище.

3. Експериментальні дослідження

Експериментальна перевірка результатів математичного моделювання трихвилевого методу виконана на установці, блок-схема якої зображена на рис. 4. В експериментах використовувався серійний лазерний віброметр CLV-S 1 фірми POLYTEC GmbH, котрий був оснащений додатковим інтерферометром 2 задля здійснення трихвилевого фотозмішування. Лазер віброметра генерує червоне випромінювання He-Ne лазера з λ=0,63 мкм.

Додатковий інтерферометр 2 складається з світлоподільного елементу 3, який розділяє зондувальний промінь на два у відношенні приблизно нарівно за інтенсивністю, та системи допоміжних дзеркал і світлоподілювачів. Перший зондувальний промінь спрямовується на досліджуваний елемент 4, що коливається з частотою Ω . Вздовж променя також розміщено керований фільтр нейтральної щільності 5. Другий зондувальний промінь спрямовується на фазомодулюючий елемент 6, котрий вкритий спеціальною відбиваючою фольгою.

Після відбиття мішенями назад випромінювання знов приймається оптичною системою віброметра 1, змішується його оптичною схемою з опорним променем (на рис. 4 не показано) та потрапляє на фотодетектор віброметра. Високочастотний сигнал детектора і_{det} потрапляє до контролера системи CLV, де виконується обробка допплерівської сигналу. Сигнал (напруга) на виході контролера пропорційний величині миттєвої швидкості об'єкту, яка пов'язана

співвідношенням $v = \frac{\omega_{Dop}}{2k}$ з допплерівським зсувом. З контролера також отримується сигнал, що пропорційний ло-

гарифму амплітуди високочастотної складової фотоструму. Обидва ці сигнали досліджуються цифровим осцилоскопом 7 або за допомогою комп'ютера.

Для того, щоби контролювати параметр η , частина випромінювання, що повертається в обох зондувальних каналах до віброметра, відгалужується на фотоприймачі 8. Останні, в свою чергу, пов'язані зі схемою керування 9 щільністю фільтра 5. Генератор 10 збуджує дифузор, а генератор 11 змінює фазу одного з зондувальних променів.

Осцилограми на рис.5 демонструють форми сигналів на виході віброметра при наявності ТХФ з фазовими різницями $\Delta \phi = \pi$ (рис.5 A) та $\Delta \phi \approx 0.9\pi$ (рис.5 B). Об'єкт коливається за гармонічним законом з амплітудою X1= 60 nm та частотою $\Omega/2\pi = 120 Hz$. Як можна вирахувати з рис.5А (нижній трек), збільшення амплітуди складає $\alpha = 8.3$. <u>~ BI</u>

Однак форма сигналу має спотворену форму далеку від гармонічної функції тому, що умова $X_1 < X_{nl}$ не виконується. Дійсно, в цьому експерименті η ≈ 1.1 і критична амплітуда (7) $X_{nl} \approx 2 nm << X_1$. Експериментальна точка ($\alpha = 8.3$, $\eta = 1.1$), котра нанесена на розрахункову криву рис.3 під номером №1, в межах похибки співпадає з розрахункам. Як і передбачається розрахунками, зміщення фази від точки π (рис.5 В) призводить до появи другої гармоніки у спектрі сигналу та несиметричній деформації його форми з загальним зменшенням амплітуди (рис.1).





Рис. 4. Оптична схема експериментальної установки модифікованого віброметра з ТХВ



Верхні треки осцилограм на кожному з малюнків відповідають логарифму амплітуди високочастотного сигналу. Треба відзначити той факт, що в точці Δφ = π спостерігається подвоєння частоти цього сигналу. Зникнення основної гармоніки в спектрі сигналу амплітуди може бути використано, як свідчення умови Δφ = π.

Зменшення амплітуди вібрації покращує відповідність форми вихідного сигналу реальному процесу коливання. Результати іншого тесту приведені на рис. 6: верхня (А) осцилограма класичний сигнал ЛДВ без ТХФ (Х1= 6.5 nm з частотою $\Omega/2\pi = 1200 Hz$), нижня (В) це – вихідний сигнал віброметра того ж вібруючого об'єкту при наявності ТХФ. У цьому експерименті знов $\eta \approx 1.1$, і хоча критична амплітуда (7) $X_{nl} = 2 nm$ залишаться такою ж самою, зменшення амплітуди вібрації в десять разів призводить до більш прийнятних нелінійних спотворень (а саме, $\varsigma = -17 dB$). В цьому експерименті було досягнуто максимальне підсилення сигналу 20 дБ ($\alpha \approx 10$) при прийнятному рівні нелінійних спотворень. Експериментальна точка № 2 з координатами ($\alpha = 10$, $\eta = 1.1$) також добре накладається на розрахункову залежність $\alpha(\eta)$ на рис. 3.



Рис.6. Осцилограми сигналів ЛДВ. Амплітуда коливання об'єкта 6.5 nm, частота 1.2 кГц: А – класичний ЛДВ, В – ЛДВ з додатковим променем (ТХФ)

Для подальшого зменшення спотворень вихідного сигналу відношення оптичних амплітуд було підвищено до $\eta = 1.25$, що, в свою чергу, підвищує параметр X_{nl} до $X_{nl} = 5 nm$. На малюнку рис.7 зображена осцилограма вихідного сигналу ЛДВ при коливанні об'єкта з амплітудою $X_1 = 6 nm$ та частотою $\Omega / 2\pi = 120 Hz$. Оскільки амплітуда вібрації близька критичній амплітуді $X_1 \approx X_{nl}$, то форма сигналу, як це і видно з рис. 7, відтворюється майже без спотворень.

У попередньому експерименті (рис. 7) фазова різниця між лазерними хвилями віброметра була близькою до π . Це підтверджує верхній трек на рис. 7, який відображає амплітуду сигналу на частоті гетеродину. Подвоєння частоти цього сигналу і є свідченнями протифази хвиль, що інтерферують (порівняймо з рис. 5А).

Розрахунок амплітуди коливань по даним рис. 7 дає результат 30 nm, хоча в дійсності *X*₁ = 6 *nm*. Тобто аномальне підсилення складає α = 5. Точка №3 (α = 5 , η = 1.25), яка нанесена рис. 3, добре співпадає з результатами розрахунку.



Рис. 7. Осцилограми сигналів ЛДВ. Амплітуда коливання об'єкта 6 nm, частота 120 Гц: верхня епюра – амплітуда фотоструму, нижня епюра – частота фотоструму (вихідний сигнал ЛДВ)

4. Висновки

Встановлено, що в схемі ЛДВ з двома зондувальними променями і одним опорним при умові, коли амплітуди зондувальних променів майже рівні, а початкові фази протилежні, для сигналів з амплітудою менше ніж половина довжини зондувальної хвилі спостерігається різке зростання амплітуди вихідного сигналу віброметра. Таким чином, тільки оптичними апаратними засобами можна досягти значного "підсилення" амплітуди сигналу ЛДВ і, тим самим, підвищити чутливість до слабких акустичних сигналів.

При значному підвищенні чутливості спостерігається ріст нелінійних спотворень сигналу. Важливим результатом є те, що вразливість до нелінійних спотворень зменшується зі зменшенням амплітуди вібрації, тому запропонований метод найбільш ефективний саме для діагностики слабких акустичних сигналів.

У демонстраційному експерименті з спеціально доопрацьованим ЛДВ отримано десятикратне підвищення

чутливості віброметра до амплітуди миттєвої швидкості з рівнем нелінійних спотворень вихідного сигналу 17 dB та п'ятикратне підвищення амплітуди з рівнем нелінійних спотворень < 40 dB.

1. Яровой Л. Влияние когерентных помех на сигнал доплеровских виброметров // Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів "Пеотест-2004". – К.; Львів. – 2004. – С. 35–39. 2. Яровой Л. К. Метод дискретного виміровання малих переміщень за допомогою лазерного віброметра // Вісник Київського університету. Механіка та Математика. – 2006. – Вип. 15–16. – С. 53–57. З. Яровой Л. К. Застосування трихвильового фотозмішення для підвищення чутливості лазерного допплерівського віброметра в субнанометровому діалазоні // Акустичний симпозіум "КОНСОНАНС-2009", Київ, 29 вересня – 1 жовтня 2009 року. – К., 2009. – С. 330–336. 4. Пат. 84937 Україна МПК G 01 В 9/02 Спосіб вимірювання вібрації / Яровой Л. К.; заявник власник патенту Київ Нац. Унів. ім. Тараса Шевченка. – № 200614074; заяв. 29.12.06; друк. 10.12.08, Бюл. № 23. 5. *Dussarrat Olivier J., Clark D. F., Moir T. J.* New demodulation process to reduce cochannel interference for a laser vibrometer sensing system // Proc. SPIE. Vibration Measurements by Laser Techniques, – 1998. – Vol. 3411. – Р. 2–13. 6. *Ombeline de La Rochefoucauld, Shyam M. Khana S., Olson E.* Recording depth and signal competition in heterodyne interferometry // J. Accoust. Soc. Am. – 2005. – Vol. 117, № 3. – Р. 1267–1284. 7. *Yarovoi L., Siegmund G.* The effect of three-wave interference in laser Doppler vibrometry // Meas. Sci. Technol. – 2004. – Vol. 15. – Р. 2150–2156.

Надійшла до редколегії 29.01.2011 р.

УДК 519.254.2 + 519.254

А. Щербіна, асп.

ПОРІВНЯННЯ ОЦІНОК СЕРЕДНІХ ЗНАЧЕНЬ ДЛЯ СУМІШЕЙ ЗІ ЗМІННИМИ КОНЦЕНТРАЦІЯМИ НА МОДЕЛЬОВАНИХ ДАНИХ

Розглянуто задачу оцінювання середнього значення у моделі двокомпонентної суміші із залежними спостереженнями. Описано лінійні та адаптивні непараметричні оцінки і оцінки найбільшої вірогідності для параметричної моделі. Якість цих оцінок порівнюється на модельованих вибірках.

Estimation of the mean value in the model of two-component mixture with dependent observations is considered. Linear and adaptive nonparametric estimators and maximum likelihood estimator for parametric model are described. Quality of such estimators is compared on simulated data.

1. Вступ

Задачі дослідження сумішей зі змінними концентраціями виникають в багатьох галузях природознавства. Зокрема, модель суміші природно виникає, коли об'єкти популяції, що досліджується, належать до декількох різних класів. Нехай ми досліджуємо популяцію об'єктів, вимірюючи у них певну числову характеристику *X*. Нехай існує *M* класів об'єктів, а розподіл характеристики *X* залежить лише від класу, до якого належить об'єкт.

Якщо при обстеженні клас, якому належить об'єкт точно не відомий, то для опису розподілу характеристики *X* можна використати модель суміші:

$$P(X \in A) = w^{1}F_{1}(A) + w^{2}F_{2}(A) + \dots + w^{M}F_{M}(A),$$