

Зазначимо, що: 1) зауваження 1-4 поширюються на випадок розглянутої температурної задачі; 2) параметри $p_j, h_j, j = 1, 2$, дають можливість виділяти із формул (50) розв'язки початково-крайових задач у випадках задання на поверхнях $x = 0, x = a, y = 0, y = b$ крайових умов 1-го роду й 2-го роду та їх можливих комбінацій; 3) аналіз розв'язку (50) в залежності від аналітичного вигляду функцій $f_j(t, x, y, z), g_j(x, y, z), \phi_j^s(t, y, z), \phi_{sj}(t, x, z)$, $j = \overline{1, n+1}, s = 1, 2$, $g_0(t, x, y)$ та $g_1(t, x, y)$ проводиться безпосередньо.

4. Висновки

За загальних припущень у межах феноменологічної теорії теплопровідності побудовано інтегральні зображення точних аналітических розв'язків нестационарних задач в обмежених багатошарових просторових середовищах. Одержані розв'язки носять алгоритмічний характер, неперервно залежать від параметрів і даних задач й можуть бути використані як у теоретичних дослідженнях, так і в інженерних розрахунках.

1. Болі Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. – М., 1964.
2. Громик А.П., Конет И.М. Нестационарные задачи теплопроводности в неограниченных двослоистых просторовых областях // Краевые задачи для дифференциальных уравнений: Зб. науч. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2007. – Вип.15. – С. 67–82.
3. Громик А.П., Конет И.М. Поступательно-краевые задачи теплопроводности в неограниченных двослоистых просторовых областях // Краевые задачи для дифференциальных уравнений: Зб. науч. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2008. – Вип.16. – С. 100–118.
4. Громик А.П., Конет И.М. Математическое моделирование нестационарных процессов теплопроводности в наплавленных багатошарових просторовых середовищах // Математические и компьютерные моделирования. Серия: Технические науки: Зб. наук. пр. Ин-та кибернетики им. В.М.Глушкова НАН України та Кам'янець-Подільського нац. ун-ту. 2008. – Вип. 1. – С. 26–41.
5. Громик А.П., Конет И.М. Интегральные зображения решений задач теплопроводности в обмежених кусково-однорідних просторових середовищах // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2009. – Вип. 22. – С. 10–17.
6. Громик А.П., Конет И.М. Интегральные зображения решений задач теплопроводности в наплавленных багатошарових просторовых середовищах // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2010. – Вип. 23–24. – С. 4–11.
8. Дейнека В.С., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения. К., 1998.
9. Карслуп Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М., 1964.
10. Коляко Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – К., 1992.
11. Конет И.М. Стационарные и нестационарные температурные поля в ортотропных сферических областях. – К., 1998.
12. Конет И.М. Интегральные зображения решений задач теплопроводности в наплавленных кусково-однорідних просторових середовищах // Вісник Кам'янець-Подільського національного університету. Фізико-математичні науки. 2008. – Вип. 1. – С. 48–56.
13. Конет И.М. Интегральные зображения решений задач теплопроводности в наплавленных багатошарових просторовых середовищах // Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. 2009. – Вип. 2. – С. 29–37.
14. Конет И.М., Ленюк М.П. Стационарные и нестационарные температурные поля в цилиндрических областях. – Чернівці, 2001.
15. Конет И.М., Ленюк М.П. Температурные поля в кусково-однорідных циліндрических областях. – Чернівці, 2004.
16. Конет И.М., Ленюк М.П. Нестационарные задачи теплопроводности в неограниченных тришаровых просторовых областях // Краевые задачи для дифференциальных уравнений: Зб. науч. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2008. – Вип.16. – С. 118–134.
17. Ленюк М.П. Температурные поля в плоских кусково-однорідних ортотропных областях. – К., 1997.
18. Ленюк М.П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Ханкеля). – К., 1983. – (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.4).
19. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость теплой неоднородной структуры. – М., 1984. – 368 с. 20. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – К., 1991.
21. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М., 1972.
22. Шварц Л. Математические методы для физических наук. – М., 1965.

Надійшла до редколегії 14.06.11

UDC 519.634

E. Azizbayov, c.p.-m.s., Y. Mehraliyev, c.p.-m.s.,
e-mail: azel_azerbaijan@mail.ru, Baku State University

A TIME-NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR EQUATION OF HOMOGENEOUS BAR MOTION

Classical solution of boundary value problem for the equation of motion of a homogeneous bar is studied. By using the Fourier method the problem is reduced to integral equation. By means of contracting mappings principle the local existence and uniqueness of classical solution for the given boundary value problem is proved.

У роботі досліджується класичний розв'язок однієї краєвої задачі для рівнянь руху однорідної балки. За допомогою метода Фур'є задачу зведено до інтегрального рівняння. Далі, за принципом стискаючих відображень доведені існування та єдиність класичного розв'язку.

Introduction. Non-local problems are problems wherein instead of giving values of solution or its derivatives on fixed part of boundary, the relation of these values with values of the same functions on another inner or boundary manifolds is given. Theory of non-local boundary value problems is important in itself as a part of general theory of boundary value problems for partial equations and it is important as a field of mathematics that has numerous applications in mechanics, physics, biology and other natural science disciplines.

The most general time non-local conditions were considered by A.A.Kerefov, J.Chabrowsky [10], V.V.Shelukhin [9], G.M.Liberman [6], A.I.Kozhanov [4]. Yu.A.Mitropolsky, B.I.Moiseenkov [7], J.M.T.Thompson, H.B.Stewart [11], B.S.Bardin, S.D.Furta [1], D.V.Kostin [5] and others have situated oscillation and wave motions of an elastic bar on an elastic foundation.

Problem statement and its reduction to an integral equation. In domain $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ we consider equation [5]

$$u_{tt}(x, t) + u_{xxxx}(x, t) + \beta u_{xx}(x, t) + \alpha u(x, t) + u^3(x, t) = 0 \quad (1)$$

under local boundary conditions

$$u(0, t) = u(1, t) = u_{xx}(0, t) = u_{xx}(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

and non-local boundary conditions

$$u(x, 0) + \delta u(x, T) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) + \delta u_t(x, T) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (3)$$

where $\beta > 0$, $\alpha > 0$, δ are given numbers, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ are given functions and $u(x, t)$ is an unknown function.

Note that the similar equation arises in the theory of crystals [2].

Definition. Function $u(x, t)$ is called a classic solution of the problem (1) – (3) if it is continuous in closed domain D_T together with all its derivatives contained in equation (1), and satisfies boundary conditions (2), (3) in the ordinary sense.

Since system $\{\sin \lambda_k x, \lambda_k = k\pi\}_{k=1}^{\infty}$ forms basis in space $L_2(0,1)$, then it is obvious that classical solution $u(x, t)$ of the problem (1) – (3) can be represented as follows:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin \lambda_k x, \quad \lambda_k = k\pi, \quad (4)$$

where

$$u_k(t) = 2 \int_0^1 u(x, t) \sin \lambda_k x dx. \quad (5)$$

Applying the Fourier formal method for determining $u_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots$), from (1), (3) we find:

$$u_k''(t) + (\lambda_k^4 - \beta \lambda_k^2 + \alpha) u_k(t) = F_k(t; u), \quad 0 \leq t \leq T; \quad k = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

$$u_k(0) + \delta u_k(T) = \varphi_k, \quad u'_k(0) + \delta u'_k(T) = \psi_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

$$\text{where } F_k(t; u) = -2 \int_0^1 u^3(x, t) \sin \lambda_k x dx, \quad \varphi_k = 2 \int_0^1 \varphi(x) \sin \lambda_k x dx, \quad \psi_k = 2 \int_0^1 \psi(x) \sin \lambda_k x dx.$$

It is obvious that $\lambda_k^4 - \beta \lambda_k^2 + \alpha = \left(\lambda_k^2 - \frac{\beta}{2}\right)^2 + \alpha - \frac{\beta^2}{4}$. Let assume $\beta^2 < 4\alpha$. Then, by solving problem (6), (7) we find:

$$u_k(t) = \frac{1}{\beta_k \rho_k(T)} \left\{ \beta_k (\cos \beta_k t + \delta \cos \beta_k(T-t)) \varphi_k + (\sin \beta_k t - \delta \sin \beta_k(T-t)) \psi_k - \right. \\ \left. - \delta \int_0^T F_k(\tau; u) (\sin \beta_k(T+t-\tau) + \delta \sin \beta_k(t-\tau)) d\tau \right\} + \frac{1}{\beta_k} \int_0^t F_k(\tau; u) \sin \beta_k(t-\tau) d\tau, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

where $\beta_k = \sqrt{\lambda_k^4 - \beta \lambda_k^2 + \alpha}$, $\rho_k(T) = 1 + 2\delta \cos \beta_k T + \delta^2$. It is obvious that

$$u'_k(t) = \frac{1}{\rho_k(T)} \left\{ \beta_k (-\sin \beta_k t + \delta \sin \beta_k(T-t)) \varphi_k + (\cos \beta_k t + \delta \cos \beta_k(T-t)) \psi_k - \right. \\ \left. - \delta \int_0^T F_k(\tau; u) (\cos \beta_k(T+t-\tau) + \delta \cos \beta_k(t-\tau)) d\tau \right\} + \frac{1}{\beta_k} \int_0^t F_k(\tau; u) \cos \beta_k(t-\tau) d\tau, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

$$u''_k(t) = F_k(t; u) - \frac{\beta_k}{\rho_k(T)} \left\{ \beta_k (\cos \beta_k t + \delta \sin \beta_k(T-t)) \varphi_k + (\sin \beta_k t - \right. \\ \left. - \delta \sin \beta_k(T-t)) \psi_k - \delta \int_0^T F_k(\tau; u) (\sin \beta_k(T+t-\tau) + \delta \sin \beta_k(t-\tau)) d\tau \right\} - \beta_k \int_0^t F_k(\tau; u) \sin \beta_k(t-\tau) d\tau, \quad k = 1, 2, \dots. \quad (10)$$

After substitution of expression $u_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots$) from (8) into (4), we obtain:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\beta_k \rho_k(T)} \left[\beta_k (\cos \beta_k t + \delta \cos \beta_k(T-t)) \varphi_k + (\sin \beta_k t + \delta \sin \beta_k(T-t)) \psi_k - \right. \right. \\ \left. \left. - \delta \int_0^T F_k(\tau; u) (\sin \beta_k(T+t-\tau) + \delta \sin \beta_k(t-\tau)) d\tau \right] + \frac{1}{\beta_k} \int_0^t F_k(\tau; u) \sin \beta_k(t-\tau) d\tau \right\} \sin \lambda_k x. \quad (11)$$

Thus, problems (1) – (3) is reduced to the integral equation (11) for unknown function $u(x, t)$.

The following lemma is important for studying the uniqueness of solution of the problem (1) – (3).

Lemma. If $u(x, t)$ is a classical solution of the problem (1) – (3) then functions

$$u_k(t) = 2 \int_0^1 u(x, t) \sin \lambda_k x dx, \quad k = 1, 2, \dots,$$

determined by relation (5), satisfy on $[0, T]$ system (8).

Proof. Let $u(x, t)$ be any classic solution of problem (1) – (3). Multiplying the both hand sides of equations (1) by functions $2 \sin \lambda_k x$, integrating the obtained equality with respect to x from 0 to 1 and using the relations

$$2 \int_0^1 u_{tt}(x, t) \sin \lambda_k x dx = \frac{d^2}{dt^2} \left(2 \int_0^1 u(x, t) \sin \lambda_k x dx \right) = u''_k(t),$$

$$2 \int_0^1 u_{xx}(x, t) \sin \lambda_k x dx = -\lambda_k^2 \left(2 \int_0^1 u(x, t) \sin \lambda_k x dx \right) = -\lambda_k^2 u_k(t),$$

$$2 \int_0^1 u_{xxxx}(x, t) \sin \lambda_k x dx = \lambda_k^4 \left(2 \int_0^1 u(x, t) \sin \lambda_k x dx \right) = \lambda_k^4 u_k(t),$$

we get:

$$u''_k(t) + (\lambda_k^4 - \beta \lambda_k^2 + \alpha) u_k(t) = F_k(t; u), \quad 0 \leq t \leq T; \quad k = 1, 2, \dots,$$

Where $F_k(t;u) = -2 \int_0^1 u^3(x,t) \sin \lambda_k x dx$,

From condition (3) we have

$$u_k(0) + \delta u_k(T) = \varphi_k, \quad u'_k(0) + \delta u'_k(T) = \psi_k, \quad k = 1, 2, \dots,$$

$$\varphi_k = 2 \int_0^1 \varphi(x) \sin \lambda_k x dx, \quad \psi_k = 2 \int_0^1 \psi(x) \sin \lambda_k x dx.$$

Thus, $u_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots$) satisfy equation (6), (7). Hence, as it was noted above, it directly follows before obtaining system (8), that functions $u_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots$) satisfy on $[0, T]$ system (8). The lemma is proved.

From the lemma it follows that if $u_k(t) = 2 \int_0^1 u(x,t) \sin \lambda_k x dx$, $k = 1, 2, \dots$, is solution of system (8), the function

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin \lambda_k x$$

is the solution of (11).

The following corollary follows from the lemma.

Corollary. Suppose that equation (11) has a unique solution. Then problem (1) – (3) may have at most one solution, i.e. solution of the problem (1) – (3) exists and is unique.

Existence and uniqueness of classical solution. Denote by $B_{2,T}^5$ [10] the set of all functions in D_T of the form

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin \lambda_k x \quad (\lambda_k = k\pi),$$

where every function $u_k(t)$ is continuous on $[0, T]$ and

$$J(u) = \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^5 \|u_k(t)\|_{C[0,T]}^2)^2 \right)^{1/2} < +\infty.$$

We define norm in this set as follows:

$$\|u(x,t)\|_{B_{2,T}^5} = J(u).$$

It is known that $B_{2,T}^5$ is a Banach space.

Let consider in $B_{2,T}^5$ operator $\Phi(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(t,u) \sin \lambda_k x$, where

$$\Phi_k(t,u) = \frac{1}{\beta_k \rho_k(T)} \{ \beta_k (\cos \beta_k t + \delta \cos \beta_k (T-t)) \phi_k + (\sin \beta_k t - \delta \sin \beta_k (T-t)) \psi_k - \delta \int_0^T F_k(\tau;u) (\sin \beta_k (T+t-\tau) + \delta \sin \beta_k (t-\tau)) d\tau \} + \frac{1}{\beta_k} \int_0^t F_k(\tau;u) \sin \beta_k (t-\tau) d\tau \quad (k = 1, 2, \dots).$$

We have:

$$(\lambda_k^5 \|\Phi_k(t,u)\|_{C[0,T]}^2)^2 \leq 3(\rho(T)(1+|\delta|) \lambda_k^5 |\phi_k|)^2 + 3(\rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon \lambda_k^3 |\psi_k|)^2 + 3T((1+|\delta|) \rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon)^2 \int_0^T (\lambda_k^3 |F_k(\tau;u)|)^2 d\tau$$

or

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^5 \|\Phi_k(t,u)\|_{C[0,T]}^2)^2 \right)^{1/2} &\leq \sqrt{3} \rho(T)(1+|\delta|) \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^5 |\phi_k|)^2 \right)^{1/2} + \\ &+ \sqrt{3} \rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |\psi_k|)^2 \right)^{1/2} + \sqrt{3T} (1+|\delta|) \rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon \left(\int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |F_k(\tau;u)|)^2 d\tau \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (12)$$

where

$$\rho(T) \equiv \sup_k \rho_k^{-1}(T) \leq 1/(1+\delta^2 - 2|\delta|), \quad \sup_k \left(\frac{\lambda_k^2}{\sqrt{\lambda_k^4 - \beta \lambda_k^2 + \alpha}} \right) = \frac{1}{\varepsilon}.$$

Suppose that the data of the problem (1) – (3) satisfy the following conditions:

1. $\varphi(x) \in C^4[0,1]$, $\varphi^{(5)}(x) \in L_2(0,1)$, $\varphi(0) = \varphi(1) = \varphi''(0) = \varphi''(1) = \varphi^{(4)}(0) = \varphi^{(4)}(1) = 0$;

2. $\psi(x) \in C^2[0,1]$, $\psi'''(x) \in L_2(0,1)$, $\psi(0) = \psi(1) = \psi''(0) = \psi''(1) = 0$.

Then from (12) we have:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^5 \|\Phi_k(t,u)\|_{C[0,T]}^2)^2 \right)^{1/2} &\leq \sqrt{3} \rho(T)(1+|\delta|) \|\varphi^{(5)}(x)\|_{L_2(0,1)} + \sqrt{3} \rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon \|\psi'''(x)\|_{L_2(0,1)} + \\ &+ \sqrt{3T} (1+|\delta|) \rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon \left\| 6u_x^3 + 18u \cdot u_x \cdot u_{xx} + 3u^2 \cdot u_{xxx} \right\|_{L_2(D_T)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Denote

$$A(T) = \sqrt{3} \rho(T)(1+|\delta|) \|\varphi^{(5)}(x)\|_{L_2(0,1)} + \sqrt{3} \rho(T)(1+|\delta|) \varepsilon \|\psi'''(x)\|_{L_2(0,1)}$$

and rewrite (13) in the form:

$$\|\Phi u\|_{B_{2,T}^5} \leq A(T) + \sqrt{3T}(1+|\delta|)\rho(T)(1+|\delta|)\varepsilon \|6u_x^3 + 18u \cdot u_x \cdot u_{xx} + 3u^2 \cdot u_{xxx}\|_{L_2(D_T)}. \quad (14)$$

Theorem. Let conditions 1-2, $\delta \neq \pm 1$, $\beta^2 < 4\alpha$ be fulfilled. Then for rather small values of T the problem (1) – (3) has unique classical solution in the ball $K = K_R (\|u\|_{B_{2,T}^5} \leq A(T) + 1)$ of the space $B_{2,T}^5$.

Proof. Let consider in space $B_{2,T}^5$ equation

$$u = \Phi u, \quad (15)$$

where operator Φ is defined by the right side of equation (11). We consider operator Φ in the ball $K = K_R (\|u\|_{B_{2,T}^5} \leq R = A(T) + 1)$ from $B_{2,T}^5$.

From (14) we find that for any $u, u_1, u_2 \in K_R$ the following estimates are valid:

$$\|\Phi u\|_{B_{2,T}^5} \leq A(T) + 27\sqrt{3T}(1+|\delta|)\rho(T)(1+|\delta|)\varepsilon R^3, \quad (16)$$

$$\|\Phi u_1 - \Phi u_2\|_{B_{2,T}^5} \leq 81(1+|\delta|)\rho(T)(1+|\delta|)\varepsilon R^2\sqrt{T}\|u_1(x,t) - u_2(x,t)\|_{B_{2,T}^3}. \quad (17)$$

It follows from estimates (16), (17) that for rather small values of T the operator Φ acts in the ball $K = K_R$ and is contractive, therefore in the ball $K = K_R$ it has unique fixed point $\{u\}$, that is a unique solution of equation (15). Consequently, integral equation (11) has a unique solution belonging to the ball $K = K_R$. As an element of the space $B_{2,T}^5$, the function $u(x,t)$ has continuous derivatives $u_x(x,t), u_{xx}(x,t), u_{xxx}(x,t), u_{xxxx}(x,t)$ in D_T .

Now show that $u_{tt}(x,t)$ is continuous in D_T . Allowing for (8), from (6) we have:

$$u_k''(t) = \frac{1}{\beta_k \rho_k(T)} \left\{ \beta_k (\cos \beta_k t + \delta \cos \beta_k(T-t))\varphi_k + (\sin \beta_k t - \delta \sin \beta_k(T-t))\psi_k - \right. \\ \left. - \delta \int_0^T F_k(\tau;u)(\sin \beta_k(T+t-\tau) + \delta \sin \beta_k(t-\tau))d\tau \right\} + \frac{1}{\beta_k} \int_0^t F_k(\tau;u) \sin \beta_k(t-\tau)d\tau + F_k(t;u), \quad k = 1, 2, \dots$$

Hence we obtain:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k \|u_k''(t)\|_{C[0,T]}^2)^{1/2} \right)^2 \leq 2(1+\beta+\alpha) \left[\rho(T)(1+|\delta|) \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^5 |\varphi_k|^2)^{1/2} + \varepsilon \rho(T)(1+|\delta|) \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |\psi_k|^2)^{1/2} \right)^2 \right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \sqrt{T}(1+|\delta|)\rho(T)(1+|\delta|)\varepsilon \left(\int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |F_k(\tau;u)|^2 d\tau)^{1/2} \right)^2 \right] + 2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k \|F_k(t;u)\|_{C[0,T]}^2 \right)^{1/2} \right)^2$$

or

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k \|u_k''(t)\|_{C[0,T]}^2)^{1/2} \right)^2 \leq 2(1+\beta+\alpha) \left(\rho(T)(1+|\delta|) \|\varphi^{(5)}(x)\|_{L_2(0,1)} + \rho(T)(1+|\delta|)\varepsilon \|\psi'''(x)\|_{L_2(0,1)} + \right. \\ \left. + T(1+|\delta|)\rho(T)(1+|\delta|)\varepsilon \|6u_x^3 + 18u \cdot u_x \cdot u_{xx} + 3u^2 \cdot u_{xxx}\|_{L_2(D_T)} \right) + 2 \left\| 3u^2 \cdot u_x \right\|_{C[0,T]}^2 \|u\|_{L_2(0,1)}^2.$$

The last relation means that function $u_{tt}(x,t)$ is continuous in D_T .

It is easy to verify that equation (1) and conditions (2), (3) are satisfied in the ordinary sense. So, $u(x,t)$ is solution of the problem (1) – (3) in the ball $K = K_R$ from $B_{2,T}^5$. Since equation (11) has unique solution in the ball $K = K_R$ from $B_{2,T}^5$, by the above mentioned corollary problem (1) – (3) has unique classical solution in the ball $K = K_R$ from $B_{2,T}^5$.

The theorem is proved.

Conclusion. Theorem on existence and uniqueness of solution of time-nonlocal boundary value problem for equation of motion of a homogeneous bar is proved.

1. Бардин Б.С., Фуртта С.Д., В сб.: Актуальные проблемы классической и небесной механики. М.: Эльф, 1998. с. 13-22. 2. Изюмов Ю.А., Сыромятников В.И. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. М.: Наука, 1984. 3. Керефов А.А. Нелокальныe граничные задачи для параболических уравнений. Дифференц. уравнения. 1979, Т.5, № 1, с. 74-78. 4. Кожанов А.И. Нелокальная по времени краевая задача для линейных параболических уравнений. Сибирский журнал индустриальной математики, Том VII, №1(17), 2004, с. 51-60. 5. Костин Д.В. Об одной схеме анализа двухмодовых прогибов слабо неоднородной упругой балки. Доклады Академии Наук, 2008, том 418, № 3, с. 295-299. 6. Либерман Г.М. Нелокальные задачи для квазилинейных параболических уравнений. Нелинейные задачи математической физики и смежные вопросы: В честь акад. О.А. Ладыженской. Т. 1, Новосибирск, 2002, с. 233-254. 7. Митропольский Ю.О., Моеенков Б.І. Дослідження коливань в синтезах з розподіленими параметрами (асимптотичні методи). – Київ: Видавництво Київ. ун-ту, 1961. – 123 с. 8. Худавердиев К.И., Велиев А.А. Исследование одномерной смешанной задачи для одного класса псевдогиперболических уравнений третьего порядка с нелинейной операторной правой частью. – Баку, 2010, 168 с. 9. Шелухин В.В. Нелокальные по времени задачи для уравнений гидродинамики и вариационные принципы: Дисс. д.ф.-м.н., Новосибирск, 1992. 10. Chabrowsky J. On nonlocal problems for parabolic equations // Nagoya Math. J. – 1984. – N 93. – P. 109-131. 11. Thompson J.M.T., Stewart H.B. Nonlinear dynamics and chaos. – Chichester; Singapore: Wiley, 1986.