О. Пятецкая, канд. физ.-мат. наук

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ДИССИПАТИВНОГО РАЗОГРЕВА НА ПОКАЗАТЕЛИ СЕНСОРА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ ПЛАСТИН

Рассмотрена задача о влиянии температуры диссипативного разогрева на эффективность работы сенсоров при вынужденных гармонических колебаниях пассивных пластин. Представлены основные соотношения для исследования влияния размеров сенсоров и температуры диссипативного разогрева на работоспособность сенсоров. На основе вариационных принципов предложен метод исследования диссипативного разогрева на эффективность работы сенсоров.

O. Pyatetska, PhD

INVESTIGATION OF INFLUENCE A TEMPERATURE OF DISSIPATIVE HEATING ON SENSOR'S FACTORS BY HARMONIC THERMO-MECHANICAL VIBRATIONS OF PLATES

The problem of influence a temperature of dissipative heating on efficiency sensors work by forced harmonic vibrations of passive plates is considered. The basic relations for investigation influence of the sensor dimensions and temperature of dissipative heating on sensors operability are presented. Based on the variation principles, the method to investigate the influence of dissipative heating on efficiency sensors work is proposed.

УДК 532.529: 532.517.4

Б. Рохман, д-р. техн. наук., В. Каліон, канд. фіз.-мат. наук., А. Худащов, студ.
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ
Email: kalion@univ.kiev.ua, Lena56@mail.ru

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ МАСИ, ІМПУЛЬСУ Й ЕНЕРГІЇ У ВИСХІДНОМУ ПОЛІДИСПЕРСНОМУ ПОТОЦІ З ВРАХУВАННЯМ ОБЕРТАННЯ ДИСПЕРСНОЇ ФАЗИ Й ВЗАЄМОДІЇ ЧАСТИНОК МІЖ СОБОЮ

Побудовано замкнену систему рівнянь, що описує рух й фізико-хімічні процеси у висхідному полідисперсному потоці, з урахуванням обертання дисперсної фази, сил аеродинамічного опору, ваги та Магнуса, взаємодії частинок між собою та зі стінкою реактора. Замикання рівнянь руху й теплопереносу твердої фази здійснюється на рівні рівнянь для других моментів пульсацій. Пульсаційні характеристики несучого середовища обчислюються із рівняння для турбулентної енергії газу. Отримані результати порівнюються із результатами інших авторів.

ВСТУП. Математичному моделюванню аеродинаміки, тепло-масообміну й горінню полідисперсного ансамблю коксозольних частинок з метою одержання детальної інформації про розподіл швидкісних, концентраційних і температурних полів фаз, що необхідна для конструювання енергетичних установок, приділяється значна увага. Найбільше поширення одержали моделі, що включають рівняння переносу других моментів пульсацій швидкості і температури частинок. Однак у цих рівняннях не повною мірою враховані ефекти, що пов'язані з взаємодією частинок між собою (псевдотурбулентні ефекти), полідисперсністю, обертанням дисперсної фази і дією сили Магнуса [1, 4, 5].

У даній роботі для розрахунку аеродинаміки, теплових й фізико-хімічних процесів у рамках “дворідинної моделі” (ейлереве наближення) побудовано математичну модель, що враховує перенос других моментів пульсацій швидкості (лінійної та кутової), температуру частинок, променистий й конвективний теплообмін, гетерогенність реакцій, сили взаємодії фаз (аеродинамічний опір та силу Магнуса), а також сили взаємодії частинок між собою, турбулентні та псевдотурбулентні ефекти, полідисперсність та обертання частинок.

При побудові методики розрахунку приймаються наступні припущення : 1) процес стаціонарний; 2) стехіометрина схема реакцій містить у собі гетерогенну реакцію $C+O_2=CO_2$, що протікає на зовнішній поверхні непроникних кулястих частинок; 3) зміна тиску газу в поперечному перерізі потоку не враховується; 4) розглядається двофазове гетерогенне середовище, що складається з несучого середовища (азоту, кисню, вуглекислого газу) й твердої фази, що представлена у вигляді двох ансамблів (кокс + зола), кожний з яких складається із кінцевого числа монодисперсних фракцій M_C та M_{ash} (тут M − кількість фракцій; індекси нижні : C − вуглець, ash − зола); 5) вектор кутової швидкості частинок спрямовано уздовж трансверсальної осі; 6) використовується наближення примежевого шару: $v << u, u' << u, v' \sim v, \partial / \partial z << \partial / \partial r$.

ОСНОВНІ РІВНЯННЯ. Система рівнянь, що описує рух, тепломасообмін й хімічне реагування висхідного полідисперсного потоку коксозольних частинок в осесиметричному каналі, має вигляд

$$\frac{\partial(C_{O_2}u_g)}{\partial z}+\frac{\partial[r(C_{O_2}v_g+<C'_{O_2}v'_g>)]}{r\partial r}=-6\sum_{j=1}^{M_C}\frac{L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(C_{CO_2}u_g)}{\partial z}+\frac{\partial[r(C_{CO_2}v_g+<C'_{CO_2}v'_g>)]}{r\partial r}=6\sum_{j=1}^{M_C}\frac{L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(C_{N_2}u_g)}{\partial z}+\frac{\partial[r(C_{N_2}v_g+<C'_{N_2}v'_g>)]}{r\partial r}=0, \quad \frac{\partial(\rho_gu_g)}{\partial z}+\frac{\partial[r(\rho_gv_g+<\rho'_gv'_g>)]}{r\partial r}=6\sum_{j=1}^{M_C}\frac{(\mu_{CO_2}-\mu_{O_2})L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\beta_ju_{pj})}{\partial z}+\frac{\partial[r\left(\beta_jv_{pj}+<\beta'_jv'_{pj}>\right)]}{r\partial r}=-\frac{6\,\mu_C\,L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j\rho_C}, \quad \frac{\partial(n_ju_{pj})}{\partial z}+\frac{\partial[r(n_jv_{pj}+<n'_jv'_{pj}>)]}{r\partial r}=0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\beta_lu_{pl})}{\partial z}+\frac{\partial[r(\beta_lv_{pl}+<\beta'_lv'_{pl}>)]}{r\partial r}=0, \quad \rho_gu_g\frac{\partial u_g}{\partial z}+(\rho_gv_g+<\rho'_gv'_g>)\frac{\partial u_g}{\partial r}=\frac{\partial}{r\partial r}\left[r\rho_g(\eta_g\frac{\partial u_g}{\partial r}-<u'_gv'_g>)\right]-$$

© Рохман Б., Каліон В., Худащов А., 2013

$$-\frac{\partial P}{\partial z}-\sum_{i=1}^{M_C+M_{ash}}(F_{aiz}+F_{Miz})+6\sum_{j=1}^{M_C}\frac{(\mu_{CO_2}-\mu_{O_2})L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}(u_{pj}-u_g)\,, \tag{5}$$

$$\rho_{pi}\left[\beta_i u_{pi}\frac{\partial u_{pi}}{\partial z}+\left(\beta_i v_{pi}+<\beta_i' v_{pi}'>\right)\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\right]=-\frac{\rho_{pi}}{r}\frac{\partial(\beta_i r<u_{pi}'v_{pi}'>)}{\partial r}+F_{aiz}+F_{Miz}+F_{coliz}-\rho_{pi}\beta_i g\,, \tag{6}$$

$$\rho_{pi}\left[\beta_i u_{pi}\frac{\partial v_{pi}}{\partial z}+\left(\beta_i v_{pi}+<\beta_i' v_{pi}'>\right)\frac{\partial v_{pi}}{\partial r}\right]=-\frac{\rho_{pi}}{r}\frac{\partial[r(v_{pi}<\beta_i' v_{pi}'>+\beta_i<v_{pi}'^{\,2}>)]}{\partial r}+$$

$$+F_{air}+F_{Mir}+F_{colir}+\rho_{pi}\beta_i<w_{pi}'^{\,2}>/r\,, \tag{7}$$

$$\beta_i u_{pi}\frac{\partial\omega_{\varphi i}}{\partial z}+\left(\beta_i v_{pi}+<\beta_i' v_{pi}'>\right)\frac{\partial\omega_{\varphi i}}{\partial r}=-\frac{\partial(r\beta_i<\omega_{\varphi i}'v_{pi}'>)}{r\partial r}-\frac{\beta_i<\omega_{ri}'w_{pi}'>}{r}-\gamma_i\beta_i\left(\omega_{\varphi i}+\frac{\partial u_g}{2\partial r}\right), \tag{8}$$

$$\rho_g u_g\frac{\partial k_g}{\partial z}+(\rho_g v_g+<\rho_g' v_g'>)\frac{\partial k_g}{\partial r}=\frac{\partial}{r\partial r}\left[r\rho_g\left(\frac{\eta_{t,g}}{\sigma_k}+\eta_g\right)\frac{\partial k_g}{\partial r}\right]+\rho_g\eta_{t,g}\left(\frac{\partial u_g}{\partial r}\right)^2-$$

$$-\rho_g(\varepsilon_g+\varepsilon_p)+G_g-6\sum_{j=1}^{M_C}\frac{(\mu_{CO_2}-\mu_{O_2})L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}(2k_g-<u_{pj}'u_g'>-<v_{pj}'v_g'>-<w_{pj}'w_g'>)\,, \tag{9}$$

$$c_g\rho_g u_g\frac{\partial t_g}{\partial z}+c_g(\rho_g v_g+<\rho_g' v_g'>)\frac{\partial t_g}{\partial r}=\frac{\partial}{r\partial r}\left[rc_g\rho_g\left(\frac{\eta_g}{\mathrm{Pr}_g}\frac{\partial t_g}{\partial r}-<t_g'v_g'>\right)\right]+10^{-3}\{u_g\frac{\partial P}{\partial z}+\sum_{i=1}^{M_C+M_{ash}}(F_{aiz}+F_{Miz})(u_g-u_{pi})\}+$$

$$+\sum_{i=1}^{M_C+M_{ash}}\alpha_{\Sigma i}(t_{pi}-t_g)\frac{6\beta_i}{\delta_i}+6\sum_{j=1}^{M_C}\frac{(\mu_{CO_2}-\mu_{O_2})L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}\left[c_{pj}t_{pj}-c_gt_g+\frac{0.5(u_g-u_{pj})^2}{10^3}\right]+10^{-3}\rho_g\eta_{t,g}\left(\frac{\partial u_g}{\partial r}\right)^2 \tag{10}$$

$$c_{pi}\beta_i u_{pi}\frac{\partial t_{pi}}{\partial z}+c_{pi}(\beta_i v_{pi}+<\beta_i' v_{pi}'>)\frac{\partial t_{pi}}{\partial r}=-\frac{\partial(r\beta_i c_{pi}<t_{pi}'v_{pi}'>)}{r\partial r}-\alpha_{\Sigma i}(t_{pi}-t_g)\frac{6\beta_i}{\delta_i\rho_{pi}}+\frac{6\theta_iL_iS_i\beta_iC_{O_2}Q_i}{(L_i+S_i)\delta_i\rho_{pi}}\,, \tag{11}$$

$$\frac{dB_g}{dz}=12\pi\int_0^R\sum_{j=1}^{M_C}\frac{(\mu_{CO_2}-\mu_{O_2})L_jS_j\beta_jC_{O_2}}{(L_j+S_j)\delta_j}rdr\;;\;\;\rho_g=\frac{10^{-3}P}{(t_g+273)H\sum_{\chi=1}^{3}\frac{Z_\chi}{\mu_\chi}}\,,\;\delta_j=\sqrt[3]{6\beta_j/\pi n_j} \tag{12}$$

де $$F_{Mir}=-\lambda_{\omega i}\beta_i\rho_{pi}(u_g-u_{pi})\left(\omega_{\varphi i}+\frac{1}{2}\frac{\partial u_g}{\partial r}\right),\;<t_g'v_g'>=-\frac{\eta_{t,g}}{\mathrm{Pr}_{t,g}}\frac{\partial t_g}{\partial r}\,,\;\;<n_j'v_{pj}'>=-J_{pj}\frac{\partial n_j}{\partial r}\,,$$

$$F_{Miz}=\lambda_{\omega i}\beta_i\rho_{pi}\left[<\omega_{ri}'w_{pi}'>-<\omega_{\varphi i}'v_{pi}'>+(v_g-v_{pi})(\omega_{\varphi i}+\frac{1}{2}\frac{\partial u_g}{\partial r})\right],$$

$$<C_\chi'v_g'>=-J_g\frac{\partial C_\chi}{\partial r}\,,\;<\beta_i'v_{pi}'>=-J_{pi}\frac{\partial\beta_i}{\partial r}\,,\;<u_{pi}'v_{pi}'>=-\eta_{t,pi}\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\,,\;\lambda_{\omega i}=\frac{3\rho_g}{4\rho_{pi}}\,,\;<\rho_g'v_g'>=-J_g\frac{\partial\rho_g}{\partial r}\,,$$

$$<u_g'v_g'>=-\eta_{t,g}\frac{\partial u_g}{\partial r}\,,\;\gamma_i=\frac{60\rho_g\eta_g}{\rho_{pi}\delta_i^2}\,,\;F_{air}=\frac{\rho_{pi}\beta_i}{\tau_i}(v_g-v_{pi})\,,\;F_{aiz}=\frac{\rho_{pi}\beta_i}{\tau_i}(u_g-u_{pi})\,,$$

Тут B – витрата, кг/с; C – концентрація, кмоль/м^3; c – теплоємність, кДж/(кг·К); F – сила, кг/(с^2·м^2); g – прискорення вільного падіння, м/с^2; H – універсальна газова константа, кДж/(кмоль·К); J – коефіцієнт турбулентної дифузії, м^2/с; k – кінетична пульсаційна енергія, м^2/с^2; L – константа швидкості реакції, м/с; n – злічена концентрація частинок; P – тиск газу, Н/м^2; Pr – число Прандтля; Q – тепловий ефект реакції $C+O_2=CO_2$, кДж/кмоль; R – радіус каналу, м; r,z – радіальна й поздовжня координати, м; S – коефіцієнт масообміну, м/с; t – температура, °С; u,v,w – осереднені складові вектора швидкості, м/с; Z – масова доля компоненти газової суміші; α – коефіцієнт теплообміну (променистий + конвективний) між газом й частинкою, кДж/(с·м^2·К); β – істинна об'ємна концентрація частинок; γ – коефіцієнт, с$^{-1}$; δ – діаметр частинки, м; μ – молекулярна маса, кг/кмоль; ε – дисипація пульсаційної енергії, м^2/с^3; η – коефіцієнт кінематичної в'язкісті, м^2/с; θ,λ – коефіцієнти; ρ – густина, кг/м^3; σ – емпірична стала; τ – час динамічної релаксації, с. Індекси нижні : a – сила аеродинамічного опору частинки; CO_2 – вуглекислий газ; col – співударіння; g – газ; $i=j,l: j=1\div M_C; l=1\div M_{ash}$; k – кінетична пульсаційна енергія газу; M – сила Магнуса; N_2 – азот; O_2 – кисень; t – пульсації; φ – трансверсальна координата; $\chi=1\div3$ відносяться до O_2, CO_2, N_2; ω – кутова швидкість частинки; Σ – сума. Індекси верхні: l – пульсаційна складова при осередненні за часом; $<>$ – осереднення за часом (по простору). Подвійні кореляції пульсацій швидкостей газу й частинок $<u_{pj}'u_g'>$, $<v_{pj}'v_g'>$, $<w_{pj}'w_g'>$ визначаються згідно [3]. Праві частини рівнянь нерозривності фаз (1)–(4) врахову-

ють вплив гетерогенної реакції $C+O_2=CO_2$. У рівнянні руху газу (5) фігурують в'язкі й рейнольдсові напруги, градієнт тиску, сили аеродинамічного опору та Магнуса. Останній член рівняння враховує перехід згорілого вуглецю у газову фазу (тобто, його розгін від швидкості частинок *j* до швидкості газу). Рівняння (6), (7) містять у собі турбулентні напруги, сили тяжіння, взаємодії фаз та частинок між собою F_{coli} [2], а також відцентрову силу, що виникає за рахунок трансверсальних пульсацій швидкості частинок. У правій частині рівняння (9) перший член описує молекулярний й турбулентний перенос пульсаційної енергії, другий − її генерацію за рахунок енергії осередненого руху, третій − її дисипацію, що обумовлена в'язкістю газової фази й присутніх у ній частинок, четвертий – генерацію турбулентної енергії в слідах за частинками, останній – витрати пульсаційної енергії газу, що пов'язані з новою речовиною. У рівнянні (10) враховується молекулярний й турбулентний перенос газового потоку, робота рейнольдсових напруг, сил тиску й взаємодії фаз, променистий й конвективний теплообмін між газом та частинками, а також надлишок ентальпії й нестача кінетичної енергії тієї частини речовини частинок коксу, що переходить у газ за рахунок гетерогенної реакції. У рівнянні (11) фігурують члени, що враховують пульсаційний теплоперенос у твердій фазі, теплообмін між несучим середовищем й дисперсною фазою, тепловиділення за рахунок гетерогенної хімічної реакції.

Для замикання системи рівнянь (1)−(12) необхідно визначити невідомі другі моменти $<v'^2_{pi}>$, $<w'^2_{pi}>$, $<t'_{pi}v'_{pi}>$, $<\omega'_{\varphi i}v'_{pi}>$, $<\omega'_{ri}w'_{pi}>$, які, у свою чергу, залежать від рейнольдсових напруг $<w'_{pi}v'_{pi}>$, $<u'^2_{pi}>$, $<t'_{pi}w'_{pi}>$, $<t'_{pi}\omega'_{ri}>$, $<t'_{pi}\omega'_{\varphi i}>$, $<\omega'_{\varphi i}\omega'_{ri}>$, $<\omega'^2_{\varphi i}>$, $<\omega'^2_{ri}>$, $<\omega'_{ri}v'_{pi}>$, $<\omega'_{\varphi i}w'_{pi}>$ й $<u'_{pi}\omega'_{\varphi i}>$ (див. нижче). Для обчислення зазначених змінних використовувалася спеціально розроблена методика розрахунку, що базується на побудові рівнянь переносу шуканих кореляцій [2]. На підставі цієї методики, у наближенні вузького каналу отримано систему рівнянь, що описує рух й теплоперенос дисперсної фази на рівні рівнянь для других моментів пульсацій швидкості (поступальної та кутової) й температури частинок. Отримана система рівнянь дуже громіздка, тому її винесено у Додаток, який можна отримати у авторів статті за вказанною вище електронною адресою.

Мішані моменти $<v'_{pi}v'_g>$, $<w'_{pi}w'_g>$, $<v'_gw'_{pi}>$, $<v'_{pi}w'_g>$, $<u'_{pi}u'_g>$, $<t'_gv'_{pi}>$, $<t'_{pi}v'_g>$, $<t'_{pi}w'_g>$ та $<t'_gw'_{pi}>$, що присутні у цих рівняннях, визначаються через кореляції газу в локально-однорідному наближенні згідно із рекомендаціями [3]. Однак ця система рівнянь не є замкненою, бо в ній фігурують додаткові члени нетурбулентного походження, що описують генерацію G_{pqi} й дисипацію D_{qi} псевдотурбулентності, й які обумовлені взаємодією моно- та полідисперсних частинок при їх хаотичному русі. Для визначення величин G_{pqi} й D_{qi} використовувалася спеціально розроблена методика розрахунку, що базується на аналізі динаміки процесу зіткнень [2] .

Члени, що відповідають за <u>генерацію псевдотурбулентності</u> мають наступний вигляд:

$$G_{pqi}=\frac{\beta_i(1-K_\tau)}{21\delta_i}\left\{\frac{(1-K_\tau)s_{qi}\delta_i^2\omega_{\varphi i}^2}{14}-\frac{a_{qi}\left[\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right]\delta_m^2}{144\beta_m^2}\left(\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\right)^2\right\}N_{\Sigma i,i}+\frac{4(1-K_\tau)}{21}\times$$

$$\times\sum_{\substack{i=1\\y\neq i}}^{M_C+M_{ash}}\frac{\beta_i m_y^2 N_{\Sigma y,i}}{(m_y+m_i)^2\delta_i}\left\{\frac{(1-K_\tau)(\delta_i\omega_{\varphi i}+\delta_y\omega_{\varphi y})^2 s_{qi}}{56}-a_{qi}\left[1-K_n-\frac{2(1-K_\tau)}{7}\right](u_{py}-u_{pi})^2\right\},$$

де $q=1,2$ відносяться до $<\omega'_{ri}w'_{pi}>,<\omega'_{\varphi i}v'_{pi}>$; $s_{1i}=0, s_{2i}=1; a_{1i}=-1, a_{2i}=1; K_n<0,$

$$G_{pqi}=\frac{\beta_i(1-K_\tau)^2}{s_{qi}\delta_i^2}\left[\frac{\delta_m^2}{a_{qi}\beta_m^2}\left(\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\right)^2+\delta_i^2\omega_{\varphi i}^2\right]N_{\Sigma i,i}+\sum_{\substack{i=1\\y\neq i}}^{M_C+M_{ash}}\frac{(1-K_\tau)^2 m_y^2\beta_i N_{\Sigma y,i}}{3.92(m_y+m_i)^2\delta_i^2}\times$$

$$\times\left[(u_{py}-u_{pi})^2+(\delta_i\omega_{\varphi i}+\delta_y\omega_{\varphi y})^2\Big/f_{qi}\right],$$

де $q=3,4$ відносяться до $<\omega'^2_{ri}>,<\omega'^2_{\varphi i}>$; $s_{3i}=94.08, s_{4i}=62.72; a_{3i}=48, a_{4i}=72; f_{3i}=24, f_{4i}=16,$

$$G_{p5i}=-\frac{(1-K_\tau)\omega_{\varphi i}\delta_m}{806.4\sqrt{2}\beta_m}\left(\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\right)\left[1-K_n+\frac{5(1-K_\tau)}{3.5}\right]\beta_i N_{\Sigma i,i}-$$

$$-\frac{(1-K_\tau)}{1.4}\sum_{\substack{i=1\\y\neq i}}^{M_C+M_{ash}}\frac{m_y^2\beta_i N_{\Sigma y,i}(u_{py}-u_{pi})(\delta_i\omega_{\varphi i}+\delta_y\omega_{\varphi y})}{\delta_i(m_y+m_i)^2}\left[\frac{1-K_n}{24}+\frac{5(1-K_\tau)}{84}\right],$$

$$G_{pqi}=\left\{\frac{\left[\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right]^2\delta_m^2}{6912\beta_m^2}\left(\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\right)^2+\frac{s_{qi}\delta_i^2(1-K_\tau)^2\omega_{\varphi i}^2}{a_{qi}}\right\}\beta_i N_{\Sigma i,i}+\sum_{\substack{i=1\\y\neq i}}^{M_C+M_{ash}}\frac{m_y^2\beta_i N_{\Sigma y,i}}{(m_y+m_i)^2}\times$$

$$\times\left\{\left[1-K_n-\frac{2(1-K_\tau)}{7}\right]^2(u_{py}-u_{pi})^2\Big/24+s_{qi}(1-K_\tau)^2(\delta_i\omega_{\varphi i}+\delta_y\omega_{\varphi y})^2\Big/a_{qi}\right\}, \quad (13)$$

де $q=6,7,8$ відносяться до $<v'^2_{pi}>,<w'^2_{pi}>,<u'^2_{pi}>$; $s_{6i}=1$, $s_{7i}=0$, $s_{8i}=1$; $a_{6i}=1764$, $a_{7i}=0$, $a_{8i}=392$.

Члени, що відповідають за дисипацію псевдотурбулентності мають наступний вигляд:

$$D_{qi}=U_q\sum_{i=1}^{M_C+M_{ash}}\beta_i N_{\Sigma y,i}\left\{\frac{2(1-K_\tau)^2<\omega'^2_{\Sigma y,i}>m_y^2A_{qi}}{73.5\delta_i(m_y+m_i)^2}-\frac{X_{qi}(1-K_\tau)\sqrt{<\Omega'^2_i><\omega'^2_{\Sigma y,i}>}\cos\vartheta_{y,i}m_y}{21(m_y+m_i)}-\right.$$

$$\left.-W_{qi}(1-K_\tau)\left[1-K_n-\frac{2(1-K_\tau)}{7}\right]m_y^2<V'^2_{py,i}>\Big/\left(5.25\delta_i(m_y+m_i)^2\right)\right\},$$

де $q=1,2$ відносяться до $<\omega'_{ri}w'_{pi}>,<\omega'_{\varphi i}v'_{pi}>$; $A_{1i}=1$, $A_{2i}=-1$; $X_{1i}=1$, $X_{2i}=-1$; $W_{1i}=1$, $W_{2i}=-1$,

$$D_{qi}=U_q\sum_{i=1}^{M_C+M_{ash}}\beta_i N_{\Sigma y,i}\left\{\frac{3(1-K_\tau)\sqrt{<\Omega'^2_i><\omega'^2_{\Sigma y,i}>}\cos\vartheta_{y,i}m_y}{5.6\delta_i(m_y+m_i)}-\frac{(1-K_\tau)^2m_y^2}{1.96(m_y+m_i)^2\delta_i^2}\times\left[\frac{<\omega'^2_{\Sigma y,i}>}{3}+<V'^2_{py,i}>\right]\right\},$$

де $q=3,4$ відносяться до $<\omega'^2_{ri}>$, $<\omega'^2_{\varphi i}>$, $D_{5i}=0$,

$$D_{qi}=U_q\sum_{i=1}^{M_C+M_{ash}}\frac{m_y^2\beta_i N_{\Sigma y,i}}{(m_y+m_i)^2}\left\{\left[1-\left(\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right)^2\right]<V'^2_{py,i}>\Big/3-\frac{(1-K_\tau)^2<\omega'^2_{\Sigma y,i}>}{196}\right\},$$

де $q=6,7,8$ відносяться до $<v'^2_{pi}>$, $<w'^2_{pi}>$, $<u'^2_{pi}>$, (14)

$$<\Omega'^2_i>^{0.5}=\sqrt{<\omega'^2_{\varphi i}>+<\omega'^2_{ri}>},\ <\omega'^2_{\Sigma y,i}>^{0.5}=\frac{2}{\pi}(\delta_i<\Omega'^2_i>^{0.5}+\delta_y<\Omega'^2_y>^{0.5})E_{y,i},$$

$$\cos\vartheta_{y,i}=\frac{<\omega'^2_{\Sigma y,i}>+\delta_i^2<\Omega'^2_i>-\delta_y^2<\Omega'^2_y>}{2<\omega'^2_{\Sigma y,i}>^{0.5}\delta_i<\Omega'^2_i>^{0.5}}.$$

Тут A,X,W,a,s,f – коефіцієнти; E – повний еліптичний інтеграл; K − коефіцієнт встановлення швидкості при ударі; m − маса частинки, кг; $N_{\Sigma i,i}$, $N_{\Sigma y,i}$ − сумарні частоти співударянь моно- й полідисперсних частинок, які включають співударяння за рахунок різниці осереднених аксіальних швидкостей частинок та їх хаотичного руху [2]; U − емпірична стала; $<V'^2_{py,i}>$ − квадрат середньої відносної швидкості частинок y та i при хаотичному русі [2]; V − вектор поступальної швидкості частинки; ϑ − кут; ω − сума векторів кутових швидкостей частинок; Ω − вектор кутової швидкості частинки. Індекси нижні: m – середнє значення; n – нормальний; p – частинка;

$q=1\div8$: 1 − $<\omega'_{ri}w'_{pi}>$, 2 − $<\omega'_{\varphi i}v'_{pi}>$, 3 − $<\omega'^2_{ri}>$, 4 − $<\omega'^2_{\varphi i}>$, 5 − $<u'_p\omega'_\varphi>$, 6 − $<v'^2_{pi}>$, 7 − $<w'^2_{pi}>$,

8 − $<u'^2_{pi}>$; $y=1\div M_C+M_{ash}$; m − тангенційний.

Крайові умови на осі потоку для рівнянь (1)−(12) й виразів (13)−(14) задаються із міркувань симетрії ($r=0$) :

$$\partial C_\chi/\partial r=\partial u_g/\partial r=\partial k_g/\partial r=\partial\beta_i/\partial r=\partial n_j/\partial r=v_g=v_{pi}=\partial<t'_{pi}\omega'_{ri}>/\partial r=\partial<t'_{pi}\omega'_{\varphi i}>/\partial r=0,$$

$$\partial u_{pi}/\partial r=\partial<v'_{pi}v'_{pi}>/\partial r=\partial<w'_{pi}w'_{pi}>/\partial r=\partial<u'_{pi}u'_{pi}>/\partial r=\partial<w'_{pi}v'_{pi}>/\partial r=0,$$

$$\partial<\omega'_{\varphi i}\omega'_{ri}>/\partial r=\partial<\omega'_{ri}v'_{pi}>/\partial r=\partial<\omega'_{\varphi i}w'_{pi}>/\partial r=\partial<\omega'_{ri}w'_{pi}>/\partial r=0,$$

$$\omega_{\varphi i}=\partial<\omega'^2_{\varphi i}>/\partial r=\partial<\omega'^2_{ri}>/\partial r=\partial<\omega'_{\varphi i}v'_{pi}>/\partial r=\partial<u'_{pi}\omega'_{\varphi i}>/\partial r=0,$$

$$\partial t_g/\partial r=\partial t_{pi}/\partial r=\partial<t'_{pi}v'_{pi}>/\partial r=\partial<t'_{pi}w'_{pi}>/\partial r=0, \quad (15)$$

а на стінці реактору ($r=R$) – відношеннями:

$$v_{p,wi}=u_{g,w}=k_{g,w}=(\partial\beta_i/\partial r)_w=(\partial n_j/\partial r)_w=(\partial C_\chi/\partial r)_w=(\partial t_{pi}/\partial r)_w=0,\quad t_g=t_w,$$

$$(\partial<t'_{pi}v'_{pi}>/\partial r)_w=(\partial<t'_{pi}w'_{pi}>/\partial r)_w=(\partial<t'_{pi}\omega'_{ri}>/\partial r)_w=(\partial<t'_{pi}\omega'_{\varphi i}>/\partial r)_w=0,$$

$$u_{pi,w}=\frac{\delta_{iw}}{24\sqrt{2}\beta_{iw}(1-K_\tau)}\left(\frac{\partial u_{pi}}{\partial r}\right)_w(7K_n-2K_\tau-5)+\delta\omega_{\varphi i,w}/2,\ <\omega'^2_{\varphi i}>_w=\frac{\left[K_n-(2+5K_\tau)^2/49\right]\delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}\left[1-(2+5K_\tau)^2/49\right]}\left(\frac{\partial<\omega'^2_{\varphi i}>}{\partial r}\right)_w,$$

$$<v'_{pi}v'_{pi}>_w=\frac{K_n\delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}(1+K_n)}\left(\frac{\partial<v'_{pi}v'_{pi}>}{\partial r}\right)_w,\ <w'_{pi}w'_{pi}>_w=\frac{\left[K_n-(5+2K_\tau)^2/49\right]\delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}\left[1-(5+2K_\tau)^2/49\right]}\left(\frac{\partial<w'_{pi}w'_{pi}>}{\partial r}\right)_w,$$

$$< \omega'_{ri} w'_{pi} >_w = \frac{(2K_\tau - 7K_n + 5)\delta_{iw}}{24\sqrt{2}\beta_{iw}(K_\tau - 1)} \left(\frac{\partial < \omega'_{ri} w'_{pi} >}{\partial r} \right)_w , \quad < \omega'_{\varphi i} \omega'_{ri} >_w = \frac{(5K_\tau - 7K_n + 2)\delta_{iw}}{60\sqrt{2}\beta_{iw}(K_\tau - 1)} \left(\frac{\partial < \omega'_{\varphi i} \omega'_{ri} >}{\partial r} \right)_w ,$$

$$< \omega'_{\varphi i} v'_{pi} >_w = \frac{(9 + 5K_\tau)K_n \delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}\left[7 + K_n(2 + 5K_\tau)\right]} \left(\frac{\partial < \omega'_{\varphi i} v'_{pi} >}{\partial r} \right)_w , \quad < \omega'_{ri} v'_{pi} >_w = \frac{K_n \delta_{iw}}{6\sqrt{2}\beta_{iw}(1 + K_n)} \left(\frac{\partial < \omega'_{ri} v'_{pi} >}{\partial r} \right)_w ,$$

$$< w'_{pi} v'_{pi} >_w = \frac{K_n(6 + K_\tau)\delta_{iw}}{6\sqrt{2}\beta_{iw}\left[7 + K_n(5 + 2K_\tau)\right]} \left(\frac{\partial < w'_{pi} v'_{pi} >}{\partial r} \right)_w , \quad \omega_{\varphi i,w} = \frac{(7K_n - 5K_\tau - 2)\delta_{iw}}{60\sqrt{2}\beta_{iw}(1 - K_\tau)} \left(\frac{\partial \omega_{\varphi i}}{\partial r} \right)_w + \frac{2u_{pi,w}}{\delta_i} ,$$

$$< u'_{pi} u'_{pi} >_w = \frac{\left[(5 + 2K_\tau)^2 / 49 - K_n\right]\delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}\left[(5 + 2K_\tau)^2 / 49 - 1\right]} \left(\frac{\partial < u'_{pi} u'_{pi} >}{\partial r} \right)_w , \quad (\partial < \omega'^2_{ri} > / \partial r)_w = 0 ,$$

$$< \omega'_{\varphi i} w'_{pi} >_w = \frac{\left[(2 + 5K_\tau)(5 + 2K_\tau) - 49K_n\right]\delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}\left[(2 + 5K_\tau)(5 + 2K_\tau) - 49\right]} \times \left(\frac{\partial < \omega'_{\varphi i} w'_{pi} >}{\partial r} \right)_w ,$$

$$< u'_{pi} \omega'_{\varphi i} >_w = \frac{\left[(2 + 5K_\tau)(5 + 2K_\tau) - 49K_n\right]\delta_{iw}}{12\sqrt{2}\beta_{iw}\left[(2 + 5K_\tau)(5 + 2K_\tau) - 49\right]} \times \left(\frac{\partial < u'_{pi} \omega'_{\varphi i} >}{\partial r} \right)_w , \qquad (16)$$

де нижній індекс w відноситься до стінки каналу. Повна система рівнянь (1)–(12), з врахуванням виразів (13)–(14) й крайових умов (15)–(16), містить рівняння трьох типів. Параболічні й гіперболічні рівняння інтегрувалися маршовим методом у напрямку вздовж осі каналу. При цьому при розв'язання рівнянь другого порядку використовувався неявний метод із прямою й зворотною прогонкою на нерівномірній сітці, що згущується біля стінки каналу, та із лінеаризацією нелінійних членів за методом ітерацій. Рівняння першого порядку розв'язувалися явним маршовим методом без застосування ітерацій. Рівняння нерозривності несучого середовища апроксимувалося за неявною чотириточковою схемою. Відповідно до описаного алгоритму розроблено програму для числового розрахунку.

ДЕЯКІ РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВИХ РОЗРАХУНКІВ. Розглянемо результати розрахунків горіння полідисперсного ансамблю коксозольних часток антрацитового штибу в осесиметричному каналі при наступних вхідних даних:

$$Z_{O_2 0} = 0.12;\ R = 0.1\,m;\ \delta_{CO1} = 0.3 \cdot 10^{-3}\,m,\ \delta_{CO2} = 0.2 \cdot 10^{-3}\,m,$$

$\delta_{CO3} = 0.15 \cdot 10^{-3}\,m$, $\delta_{ash1} = 0.2 \cdot 10^{-3}\,m$, $\delta_{ash2} = 0.35 \cdot 10^{-3}\,m$, $\delta_{ash3} = 0.26 \cdot 10^{-3}\,m$, $\beta_{CO1} = \beta_{CO2} = \beta_{CO3} = 0.0001$, $\beta_{ash1} = \beta_{ash2} = \beta_{ash3} = 0.0002$, B_{g0} = 359 кг/год, ρ_C = 1000 кг/м^3, ρ_{ash} = 1800 кг/м^3, $t_{pi0} = t_{g0}$ = 900 °C, t_w = 800 °C, $u_{g,m0}$ = 10 м/с.

На Рис. 1 показано профілі радіальних швидкостей полідисперсного ансамблю коксозольних частинок. Очевидно, що в значній частині поперечного перерізу реактора (за винятком зони поблизу стінки) $v_{pi} < 0$, внаслідок чого на осі потоку маємо максимум функції $\beta_i(r)$, а в периферійній зоні мінімум (Рис. 2). Таке поводження кривої $\beta_i(r)$ приводить до того, що сила аеродинамічного опору в зоні біля осі $F_{aiz} \sim \beta_i(u_g - u_{pi})$ (див. (13)) стає більшою, ніж у периферійній. Тому швидкість газу біля осі зменшується, а в області поблизу стінки − зростає (Рис. 3, крива *1*). З Рис.3 випливає, що криві *1*, *2* й *3* подібні, а залежності *1* й *7* відрізняються одна від одної. Це пов'язано з тим, що дрібні коксові частинки, на відміну від великих інерційних золових частинок, добре втягуються у пульсаційний рух несучого середовища.

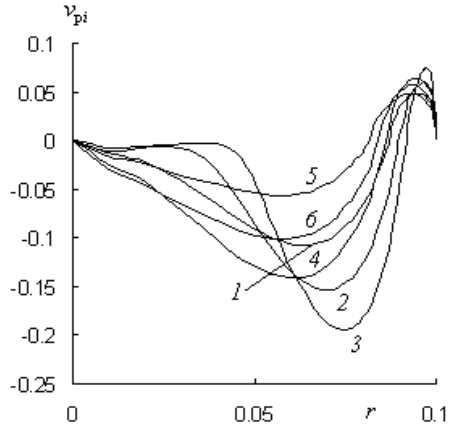

Рис. 1. Розподіл осереднених радіальних швидкостей частинок коксу діаметром δ_{CO} :
1 − 0.3·10^{-3} м, *2* − 0.2·10^{-3} м, *3* − 0.15·10^{-3} м і золи δ_{ash} :
4 **− 0.2·10^{-3} м, *5* − 0.35·10^{-3} м, *6* − 0.26·10^{-3} м**
при поперечному перерізі реактора на мітці *z* = 6 м

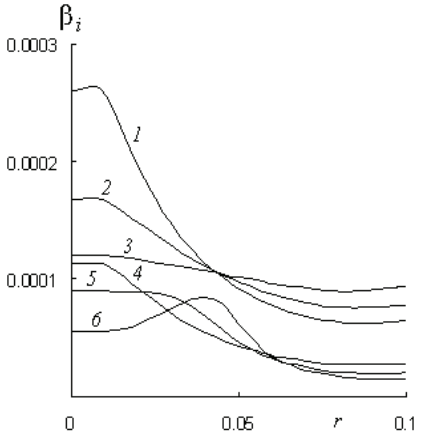

Рис. 2. Розподіл об'ємних концентрацій частинок при поперечному перерізі реактора на мітці *z* = 6 м:
1 **−** β_{ash1} **,** ***2*** **−** β_{ash3} **,** ***3*** **−** β_{ash2} **,** ***4*** **−** β_{CO1} **,** ***5*** **−** β_{CO2} **,** ***6*** **−** β_{CO3}

На Рис. 4 показані розподіли складових пульсаційної енергії поступального руху дисперсної фази й турбулентної енергії несучого середовища. Очевидно, що енергія хаотичного руху частинок $0.5(< v'^{2}_{pi} > + < w'^{2}_{pi} > + < u'^{2}_{pi} >)$ істотно перевищує величину k_g. Це свідчить про переважаючий внесок псевдо-турбулентного механізму переносу у механіку руху полідисперсних висококонцентрованих потоків.

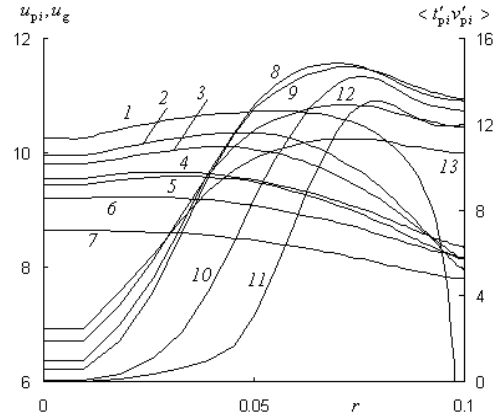

Рис. 3. Розподіл осереднених аксіальних швидкостей фаз і других моментів пульсацій температури і радіальної швидкості частинок при поперечному перерізі реактора на мітці *z* = 6 м :
1 – u_g **; 2 –** u_{C3} **, 3 –** u_{C2} **, 4 –** u_{ash1} **, 5 –** u_{C1} **, 6 –** u_{ash3} **,**
7 – u_{ash2} **, 8 –** $< t'_{C1} v'_{C1} >$ **, 9 –** $< t'_{ash1} v'_{ash1} >$ **,**
10 – $< t'_{C2} v'_{C2} >$ **, 11 –** $< t'_{C3} v'_{C3} >$ **, 12 –** $< t'_{ash3} v'_{ash3} >$ **,**
13 – $< t'_{ash2} v'_{ash2} >$

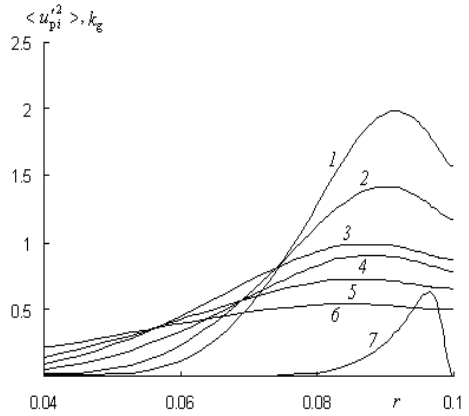

Рис. 4. Розподіл аксіальної складової пульсаційної енергії частинок коксу діаметром δ_{CO} **: 1 – 0.15·10^{-3} м, *2* – 0.2·10^{-3} м, *4* – 0.3·10^{-3} м, золи** δ_{ash} **: *3* – 0.2·10^{-3} м, *5* – 0.26·10^{-3} м, *6* – 0.35·10^{-3} м і турбулентної енергії газу *7* –** k_g **при поперечному перерізі реактора на мітці *z* = 6 м**

ВИСНОВКИ. Запропонована модель дозволяє коректно визначити аеродинамічні й фізико-хімічні характеристики коксозольного висхідного полідисперсного потоку частинок. Це дає підставу використовувати її при розробці хімічних реакторів на стадіях технічного та робочого проектування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1 Кондратьев Л. В., Шор В. В. Исследование турбулентного течения газовзвеси в трубе с учетом соударений со стенкой и вращения частиц // Изв.АН СССР. – МЖГ. – 1990. – № 1. С. 56–64. 2. Рохман Б. Б., Шрайбер А. А. Математическое моделирование аэродинамики и физико-химических процессов в надслоевом пространстве топки с циркулирующим кипящим слоем // Инженерно-физический журнал. – 1994. – 66. – № 2. – С. 159–167. 3. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газовзвеси.- К.: Наукова думка. – 1987. – 268с. 4. Zaichik L. I., Pershukov V. A., Kozelev M. V., Vinberg A. A. Modeling of Dynamics, Heat Transfer, and Combustion in Two-Phase Turbulent Flows. Isothermal Flow // Experimental Thermal and Fluid Science. – 1997. – 15. – P.291–310. 5. Zaichik L. I., Pershukov V. A., Kozelev M. V., Vinberg A. A. Modeling of Dynamics, Heat Transfer, and Combustion in Two-Phase Turbulent Flows. Flows with heat transfer and combustion // Experimental Thermal and Fluid Science. – 1997. – 15. – P. 311–322.

Надійшла до редколегії 01.11.12

Б. Рохман, д-р. техн. наук., В. Калион, канд. физ.-мат.наук., А. Худащов, студ.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА МАССЫ, ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ В ВОСХОДЯЩЕМ ПОЛИДИСПЕРСНОМ ПОТОКЕ С УЧЕТОМ ВРАЩЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ МЕЖДУ СОБОЙ

Построена замкнутая система уравнений, описывающих движение и физико-химические процессы в восходящем полидисперсном потоке с учетом вращения дисперсной фазы, сил аэродинамического сопротивления, веса и силы Магнуса, взаимодействия частиц между собой и со стенками реактора. Замыкание уравнений движения и теплопереноса твердой фазы осуществляется на уровне уравнений для вторых моментов пульсаций. Пульсационные характеристики несущей среды вычисляются из уравнения для турбулентной энергии газа. Полученные результаты сравниваются с результатами других авторов.

B. Rokhman, Full Doctor (eng), V. Kalion, PhD, A. Khudashchov, BA

MODELLING OF MASS, IMPULSE AND ENERGY TRANSFER IN ASCENDING POLYDISPERSE STREAM ACCOUNTING ROTATION OF THE DISPERSE PHASE AND PARTICLE INTERACTION

The closed system of the equations, describing motion and physical and chemical processes in ascending polydisperse stream is constructed accounting rotation of the disperse phase, aerodynamic resistance and Magnus forces, gravity, particle-particle interactions and particles interactions with the wall of a reactor. Closing of the solid phase motion and heat transfer equations is derived at a level of the equations for the second moments of fluctuations. Fluctuation characteristics of carrying environment are calculated from the equation for turbulent gas energy. The results compare with results other authors.