F. Asrorov, PhD
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

NONLINEAR SYSTEMS WITH IMPULSIVE ACTIONS

The paper deals with the properties of integral set of system of differential equations that undergo impulsive actions at fixed moments of time.

УДК 517.947

А. Громик, канд. тех. наук
Подільський державний аграрно-технічний університет, Кам'янець-Подільський,
І. Конет, д-р фіз.-мат. наук
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, Кам'янець-Подільський

ГІПЕРБОЛІЧНА КРАЙОВА ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ В ОБМЕЖЕНОМУ КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ПРОСТОРОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Методом головних розв'язків (функцій впливу та функції Гріна) у поєднанні з методом інтегральних перетворень побудовано точний аналітичний розв'язок алгоритмічного характеру гіперболічної крайової задачі математичної фізики в обмеженому кусково-однорідному просторовому середовищі.

ВСТУП

Теорія крайових і мішаних задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними, зокрема рівнянь математичної фізики, – важливий розділ сучасної теорії диференціальних рівнянь, який в теперішній час інтенсивно розвивається. Її актуальність обумовлена як значимістю її результатів для розвитку багатьох розділів математики, так і численними застосуваннями її досягнень при дослідженні різноманітних математичних моделей різних процесів і явищ фізики, механіки, біології, медицини, економіки та техніки [2, 5, 19, 25, 26].

Добре відомо, що складність досліджуваних крайових задач суттєво залежить від коефіцієнтів рівнянь (різні види вироджeностей і особливостей) та геометрії області (гладкість її межі, наявність кутових точок, тощо), в якій розглядається задача. На цей час досить детально вивчено властивості розв'язків крайових задач для лінійних, квазілінійних та певних класів нелінійних рівнянь в однозв'язних областях (однорідних середовищах), які обумовлені згаданими вище властивостями коефіцієнтів рівнянь і геометрії області, та побудовано функціональні простори коректності задач для тих чи інших областей [7, 18, 20, 21, 24,].

Зокрема, вагомі результати з теорії задачі Коші та крайових задач для гіперболічних рівнянь одержано у працях Ж. Адамара [1], Л. Гордінга [6], Ю. Митропольського, Г. Хоми, М. Громяка [27], А. Самойленка, Б. Ткача [29], М. Смирнова [31], В. Чернятика [33] та ін.

Водночас багато важливих прикладних задач теплофізики, термомеханіки, теорії пружності, теорії електричних кіл, теорії коливань приводять до крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними не тільки в однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівнянь є неперервними, але й в неоднорідних та кусково-однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівняння є кусково-неперервними чи, зокрема, кусково-сталими.

Деякі класи подібних крайових і мішаних задач розглядалися в працях Б. Болі, Дж. Уейнера [3], В. Дейнеки, І. Сергієнка, В. Скопецького [9, 30], Ю. Коляно [11], Я. Підстригача, В. Ломакіна, Ю.М.Коляно [28], Г.Ф.Шиліна [34], в яких досліджувалися низка важливих математичних моделей механіки суцільного середовища, механіки деформівного твердого тіла, термомеханіки, тощо. При цьому використовувалися методи чисельного аналізу або ж метод зведення задач в кусково-однорідному середовищі до відповідних задач для диференціальних рівнянь з коефіцієнтами у вигляді узагальнених функцій (δ -функції та її похідних) в однорідному середовищі, точний розв'язок яких побудувати неможливо.

Окрім методу відокремлення змінних та його узагальнень [32, 10] одним з важливих і ефективних методів вивчення крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними є метод інтегральних перетворень, який дає можливість будувати в аналітичному вигляді розв'язки тих чи інших лінійних крайових задач через їх інтегральне зображення. Варто також зауважити, що для досить широкого класу задач (в кусково-однорідних середовищах) ефективним виявився метод **гібридних інтегральних перетворень**, які породженні гібридними диференціальними операторами, коли на кожній компоненті зв'язності кусково-однорідного середовища розглядаються або ж різні диференціальні оператори, або ж диференціальні оператори того ж самого вигляду але з різними наборами коефіцієнтів [8, 15-17, 23].

У цій статті ми пропонуємо побудований методом інтегральних перетворень розв'язок гіперболічної крайової задачі математичної фізики в обмеженому за аплікатною змінною кусково-однорідному просторовому середовищі, яке описується декартовою системою координат.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо задачу побудови обмеженого на множині

$$D_3 = \left\{ (t,x,y,z);\, t>0;\, (x,y)\in\Omega_2 = \langle a;b\rangle \times \langle c;d\rangle;\; z\in K_n^+ = \bigcup_{j=1}^{n+1} \mathrm{I}_j \equiv \bigcup_{j=1}^{n+1} (l_{j-1};l_j),\, l_0\ge 0;\, l_{j-1}<l_j;\, l_{n+1}=l<+\infty \right\}$$

розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу [32]

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} - \left[a_{xj}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{yj}^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{zj}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] u_j + \chi_j^2 u_j = f_j(t,x,y,z);\, z\in \mathrm{I}_j;\; j=\overline{1,n+1} \tag{1}$$

з початковими умовами

$$u_j\Big|_{t=0} = g_j^1(x,y,z);\ \frac{\partial u_j}{\partial t}\Big|_{t=0} = g_j^2\ (x,y,z);\ z\in \mathrm{I}_j;\ j=\overline{1,n+1}\,; \tag{2}$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{11}^0\right)u_1\Big|_{z=l_0} = g_0(t,x,y);\left(\alpha_{22}^{n+1}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{22}^{n+1}\right)u_{n+1}\Big|_{z=l} = g_l(t,x,y); \tag{3}$$

умовами спряження [16]

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^k\right)u_k-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1}\right]\Big|_{z=l_k} = 0;\ j=1,2; k=\overline{1,n}\,, \tag{4}$$

та відповідними крайовими умовами на межі області Ω_2, де a_{xj}, a_{yj}, a_{zj}, χ_j, α_{js}^k, β_{js}^k – деякі невід'ємні сталі;

$$c_{jk} = \alpha_{2j}^k\beta_{1j}^k - \alpha_{1j}^k\beta_{2j}^k \neq 0;\ c_{1k}c_{2k}>0;\left|\alpha_{11}^0\right|+\left|\beta_{11}^0\right|\neq 0;\ \left|\alpha_{22}^{n+1}\right|+\left|\beta_{22}^{n+1}\right|\neq 0;\ f(t,x,y,z)$$
$$=\left\{f_1(t,x,y,z),\ f_2(t,x,y,z),\ldots,\ f_{n+1}(t,x,y,z)\right\};$$

$$g^1(x,y,z)=\left\{g_1^1(x,y,z), g_2^1(x,y,z),\ldots,g_{n+1}^1(x,y,z)\right\};\ g^2(x,y,z)=\left\{g_1^2(x,y,z), g_2^2(x,y,z),\ldots,g_{n+1}^2(x,y,z)\right\};$$

$g_0(t,x,y)$ $g_l(t,x,y)$ – задані обмежені неперервні функції; $u(t,x,y,z)=\left\{u_1(t,x,y,z),u_2(t,x,y,z),\ldots,u_{n+1}(t,x,y,z)\right\}$ – шукана функція.

Зауважимо, що: 1) у випадку $\chi_j^2\equiv 0$ рівняння (1) є класичними тривимірними неоднорідними хвильовими рівняннями (рівняннями коливань) для ортотропного середовища; 2) у випадку $\alpha_{11}^k\equiv 0,\ \beta_{11}^k=1;\ \alpha_{12}^k\equiv 0,\ \beta_{12}^k=1;$ $\alpha_{21}^k\equiv E_1^k,\ \beta_{21}^k=0;\ \alpha_{22}^k\equiv E_2^k,\ \beta_{22}^k=0,$ де $E_1^k, E_2^k,\ k=\overline{1,n}$ – модулі Юнга, умови спряження (4) є умовами ідеального механічного контакту.

Отже, у зазначених випадках, розглянута задача є математичною моделлю вимушених коливних процесів у обмеженому кусково-однорідному просторовому середовищі, яке описується декартовою системою координат.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Побудуємо розв'язок розглянутої задачі в залежності від структури області Ω_2. Зауважимо, що випадки $\Omega_2 = (-\infty;+\infty)\times(-\infty;+\infty)$, $\Omega_2=(-\infty;+\infty)\times(0;+\infty)$ розглянуто в [12], а випадки $\Omega_2=(-\infty;+\infty)\times(0;b)$; $\Omega_2=(0;+\infty)\times(0;+\infty)$ – в [13].

Розглянемо область $\Omega_2=(0;+\infty)\times(0;b)$. У цьому випадку вважаємо, що на межі області виконуються крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial x}+p\right)u_j\Big|_{x=0} = \theta_j(t,y,z);\ \frac{\partial^k u_j}{\partial x^k}\Big|_{x=+\infty} = 0; k=0,1; j=\overline{1,n+1} \tag{5}$$

щодо змінної x та крайові умови

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y}+h_1\right)u_j\Big|_{y=0} = \omega_j^1(t,x,z);\left(\frac{\partial}{\partial y}+h_2\right)u_j\Big|_{y=b} = \omega_j^2(t,x,z);\ j=\overline{1,n+1} \tag{6}$$

щодо змінної y, де $p,h_s(s=1,2)$ – деякі невід'ємні сталі; $\theta(t,y,z)=\left\{\theta_1(t,y,z),\theta_2(t,y,z),\ldots,\theta_{n+1}(t,y,z)\right\}$; $\omega^1(t,x,z)=\left\{\omega_1^1(t,x,z),\omega_2^1(t,x,z),\ldots,\omega_{n+1}^1(t,x,z)\right\}$; $\omega^2(t,x,z)=\left\{\omega_1^2(t,x,z),\omega_2^2(t,x,z),\ldots,\omega_{n+1}^2(t,x,z)\right\}$ – задані обмежені неперервні функції.

Припустимо, що розв'язок задачі (1)-(6) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [22, 23].

До задачі (1) – (6) застосуємо інтегральне перетворення Фур'є на декартовій півосі $(0;+\infty)$ щодо змінної x [22]:

$$F_{+x}\left[g(x)\right] = \int_0^{+\infty} g(x)\,K_x(x,\sigma)\,dx \equiv \tilde g(\sigma), \tag{7}$$

$$F_{+x}^{-1}\left[g(\sigma)\right] = \int_0^{+\infty} \tilde g(\sigma)K_x(x,\sigma)\,d\sigma \equiv g(x), \tag{8}$$

$$F_{+x}\left[\frac{d^2 g}{dx^2}\right] = -\sigma^2\tilde g(\sigma)+K_x(0,\sigma)\left(-\frac{dg}{dx}+pg\right)\Big|_{x=0}, \tag{9}$$

де ядро перетворення

$$K_x(x,\sigma)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sigma\cos(\sigma x)+p\sin(\sigma x)}{\sqrt{\sigma^2+p^2}}.$$

Інтегральний оператор F_{+x} за правилом (7) внаслідок тотожності (9) початково-крайовій задачі (1)-(6) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3' = \left\{ (t, y, z) \middle| \, t > 0; \; y \in (0; b); \, z \in K_n^+ \right\}$ розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_j}{\partial t^2} - \left[a_{yj}^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{zj}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \tilde{u}_j + \left(a_{xj}^2 \sigma^2 + \chi_j^2 \right) \tilde{u}_j = \tilde{F}_j (t, \sigma, y, z); \, z \in \mathrm{I}_j; \; j = \overline{1, n+1} \tag{10}$$

з початковими умовами

$$\tilde{u}_j \Big|_{t=0} = \tilde{g}_j^1 (\sigma, y, z), \; \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial t} \Bigg|_{t=0} = \tilde{g}_j^2 (\sigma, y, z); z \in \mathrm{I}_j; \; j = \overline{1, n+1}; \tag{11}$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0 \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{11}^0 \right) \tilde{u}_1 \Bigg|_{z=l_0} = \tilde{g}_0 (t, \sigma, y); \left(\alpha_{22}^{n+1} \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{22}^{n+1} \right) \tilde{u}_{n+1} \Bigg|_{z=l} = \tilde{g}_l (t, \sigma, y); \tag{12}$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial y} + h_1 \right) \tilde{u}_j \Bigg|_{y=0} = \tilde{\omega}_j^2 (t, \sigma, z); \left(\frac{\partial}{\partial y} + h_2 \right) \tilde{u}_j \Bigg|_{y=b} = \omega_j^2 (t, \sigma, z); z \in \mathrm{I}_j; j = \overline{1, n+1}, \tag{13}$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^k \right) \tilde{u}_k - \left(\alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^k \right) \tilde{u}_{k+1} \right] \Bigg|_{z=l_k} = 0; \, j = 1, 2; k = \overline{1, n}, \tag{14}$$

де

$$\tilde{F}_j (t, \sigma, y, z) = \tilde{f}_j (t, \sigma, y, z) + a_{xj}^2 K_x (0, \sigma) \theta_j (t, y, z); \, j = \overline{1, n+1}.$$

До задачі (10) – (14) застосуємо скінчене інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $[0; b]$ щодо змінної y [22]:

$$\Lambda_{yk} [g(y)] = \int_0^b g(y) v_k (y) dy \equiv g_k, \tag{15}$$

$$\Lambda_{yk}^{-1} [g_k] = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{v_k (y)}{\| v_k \|^2} \equiv g(y), \tag{16}$$

$$\Lambda_{yk} \left[\frac{d^2 g}{dy^2} \right] = -\gamma_k^2 g_k + v_k (0) \left(-\frac{dg}{dy} + h_1 g \right) \Bigg|_{y=0} + v_k (b) \left(\frac{dg}{dy} + h_2 g \right) \Bigg|_{y=b}, \tag{17}$$

де ядро перетворення

$$v_k (y) = \frac{\gamma_k \cos(\gamma_k y) + h_1 \sin(\gamma_k y)}{\sqrt{\gamma_k^2 + h_1^2}}, \qquad \| v_k \|^2 \equiv \int_0^b v_k^2 (y) dy = \frac{b}{2} + \frac{(h_1 + h_2)(\gamma_k^2 + h_1 h_2)}{2(\gamma_k^2 + h_1^2)(\gamma_k^2 + h_2^2)},$$

$\{ \gamma_k \}_{k=1}^{\infty}$ – монотонно зростаюча послідовність дійсних різних додатних коренів трансцендентного рівняння

$$ctg(\gamma b) = \frac{\gamma^2 - h_1 h_2}{\gamma (h_1 + h_2)},$$

які утворюють дискретний спектр.

Інтегральний оператор Λ_{yk} за правилом (15) внаслідок тотожності (17) початково-крайовій задачі (10)-(14) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D_3'' = \left\{ (t, z) \middle| \, t > 0; \, z \in K_n^+ \right\}$ розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}_{jk}}{\partial t^2} - a_{zj}^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_{jk}}{\partial z^2} + \left(a_{xj}^2 \sigma^2 + a_{yj}^2 \gamma_k^2 + \chi_j^2 \right) \tilde{u}_{jk} = \tilde{G}_{jk} (t, \sigma, z); z \in \mathrm{I}_j; \; j = \overline{1, n+1} \tag{18}$$

з початковими умовами

$$\tilde{u}_{jk} \Big|_{t=0} = \tilde{g}_{jk}^1 (\sigma, z); \; \frac{\partial \tilde{u}_{jk}}{\partial t} \Bigg|_{t=0} = \tilde{g}_{jk}^2 (\sigma, z); \; z \in \mathrm{I}_j; \; j = \overline{1, n+1}; \tag{19}$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0 \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{11}^0 \right) \tilde{u}_{1k} \Bigg|_{z=l_0} = \tilde{g}_{0k} (t, \sigma); \left(\alpha_{22}^{n+1} \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{22}^{n+1} \right) \tilde{u}_{n+1,k} \Bigg|_{z=l} = \tilde{g}_{lk} (t, \sigma) \tag{20}$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^{s}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^{s}\right)\tilde{u}_{sk}-\left(\alpha_{j2}^{s}\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j2}^{s}\right)\tilde{u}_{s+1,k}\right]\Bigg|_{z=l_s}=0;\ j=1,2;\ s=\overline{1,n}, \tag{21}$$

де

$$\tilde{G}_{jk}\left(t,\sigma,z\right)=\tilde{F}_{jk}\left(t,\sigma,z\right)+a_{yj}^{2}v_{k}\left(0\right)\tilde{\omega}_{j}^{1}\left(t,\sigma,z\right)+a_{yj}^{2}v_{k}\left(b\right)\tilde{\omega}_{j}^{2}\left(t,\sigma,z\right);\ j=\overline{1,n+1}.$$

До задачі (18) – (21) застосуємо скінчене інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $[l_0;l]$ з n точками спряження щодо змінної z [23]:

$$F_{jn}\left[g(z)\right]=\int_{l_0}^{l}g(z)V\left(z,\lambda_j\right)\sigma(z)\,dz\equiv g_j, \tag{22}$$

$$F_{jn}^{-1}\left[g_j\right]=\sum_{j=1}^{\infty}g_j\frac{V\left(z,\lambda_j\right)}{\left\|V\left(z,\lambda_j\right)\right\|^{2}}\equiv g(z), \tag{23}$$

$$\begin{gathered}F_{jn}\left[\sum_{j=1}^{n+1}a_{zj}^{2}\theta\left(z-l_{j-1}\right)\theta\left(l_j-z\right)\frac{d^{2}g}{dz^{2}}\right]=-\lambda_j^{2}g_j-\sum_{j=1}^{n+1}k_j^{2}\int_{l_{i-1}}^{l_i}g(z)V_i\left(z,\lambda_j\right)\sigma_i\,dz-\\-a_{z1}^{2}\sigma_1\left(\alpha_{11}^{0}\right)^{-1}V_1\left(l_0,\lambda_j\right)\left(\alpha_{11}^{0}\frac{dg}{dz}+\beta_{11}^{0}g\right)\Bigg|_{z=l_0}+a_{z,n+1}^{2}\sigma_{n+1}\left(\alpha_{22}^{n+1}\right)^{-1}V_{n+1}\left(l,\lambda_j\right)\left(\alpha_{22}^{n+1}\frac{dg}{dz}+\beta_{22}^{n+1}g\right)\Bigg|_{z=l}.\end{gathered} \tag{24}$$

У формулах (22)-(24) беруть участь величини і функції:

$$V\left(z,\lambda_j\right)=\sum_{i=1}^{n+1}V_i\left(z,\lambda_j\right)\theta\left(z-l_{i-1}\right)\theta(l_i-z);\ \sigma(z)=\sum_{i=1}^{n+1}\sigma_i\theta\left(z-l_{i-1}\right)\theta\left(z-l_i\right);\ \sigma_k=\frac{a_{z,k+1}}{a_{zk}^{2}}\prod_{m=k}^{n}c_{1m}c_{2m};k=\overline{1,n};\sigma_{n+1}=\frac{1}{a_{z,n+1}};$$

$$V_m\left(z,\lambda_j\right)=\prod_{i=m}^{n}c_{2i}q_{i+1,j}G_m\left(z,\lambda_j\right);m=\overline{1,n};\ V_{n+1}\left(z,\lambda_j\right)=\omega_{n2}\left(\lambda_j\right)\cos\left(q_{n+1,j}z\right)-\omega_{n1}\left(\lambda_j\right)\sin\left(q_{n+1,j}z\right);$$

$$G_m\left(z,\lambda_j\right)=\omega_{m-1,2}\left(\lambda_j\right)\cos\left(q_{mj}z\right)-\omega_{m-1,1}\left(\lambda_j\right)\sin\left(q_{mj}z\right);\ \left\|V\left(z,\lambda_j\right)\right\|^{2}=\int_{l_0}^{l}V^{2}\left(z,\lambda_j\right)\sigma(z)\,dz=\sum_{k=1}^{n+1}\int_{l_{k-1}}^{l_k}V_k^{2}\left(z,\lambda_j\right)\sigma_k\,dz;$$

$$q_s\equiv q_s(\lambda)=a_{z,s}^{-1}\left(\lambda^{2}+k_s^{2}\right)^{1/2};q_{sj}=q_s\left(\lambda_j\right);\ v_{ip}^{k1}\left(q_{sj}l_m\right)=-\alpha_{ip}^{k}q_{sj}\sin\left(q_{sj}l_m\right)+\beta_{ip}^{k}\cos\left(q_{sj}l_m\right);\ \omega_{01}\left(\lambda_j\right)=v_{11}^{01}\left(q_{1j}l_0\right);$$

$$\omega_{02}\left(\lambda_j\right)=v_{11}^{02}\left(q_{1j}l_0\right);\ v_{ip}^{2}\left(q_{sj}l_m\right)=\alpha_{ip}^{k}q_{sj}\cos\left(q_{sj}l_m\right)+\beta_{ip}^{k}\sin\left(q_{sj}l_m\right);\ \psi_{pm}^{k}(xy)=v_{11}^{kp}(x)v_{22}^{km}(y)-v_{21}^{kp}(x)v_{12}^{km}(y);$$

$\omega_{pm}\left(\lambda_j\right)=\omega_{p-1,2}\left(\lambda_j\right)\psi_{1m}^{p}\left(q_{pj}l_p,q_{p+1,j}l_p\right)-\omega_{p-1,1}\left(\lambda_j\right)\psi_{2m}^{p}\left(q_{pj}l_p,q_{p+1,j}l_p\right)$, де λ_j – корені трансцендентного рівняння $\Delta_n(\lambda)\equiv v_{22}^{n+1,2}\left(q_{n+1}l\right)\omega_{n1}(\lambda)-v_{22}^{n+1,1}\left(q_{n+1}l\right)\omega_{n2}(\lambda)=0$, які утворюють дискретний спектр.

Запишемо систему диференціальних рівнянь (18) та початкові умови (19) у матричній формі

$$\begin{bmatrix}\left(\dfrac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}-a_{z1}^{2}\dfrac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}+q_1^{2}\left(\sigma,\gamma_k\right)\right)\tilde{u}_{1k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \left(\dfrac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}-a_{z2}^{2}\dfrac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}+q_2^{2}\left(\sigma,\gamma_k\right)\right)\tilde{u}_{2k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \left(\dfrac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}-a_{z,n+1}^{2}\dfrac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}+q_{n+1}^{2}\left(\sigma,\gamma_k\right)\right)\tilde{u}_{n+1,k}\left(t,\sigma,z\right)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{G}_{1k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \tilde{G}_{2k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \ldots\ldots\ldots\\ \tilde{G}_{n+1,k}\left(t,\sigma,z\right)\end{bmatrix}, \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix}\tilde{u}_{1k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \tilde{u}_{2k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \ldots\ldots\ldots\\ \tilde{u}_{n+1,k}\left(t,\sigma,z\right)\end{bmatrix}\Bigg|_{t=0}=\begin{bmatrix}\tilde{g}_{1k}^{1}(\sigma,z)\\ \tilde{g}_{2k}^{1}(\sigma,z)\\ \ldots\ldots\ldots\\ \tilde{g}_{n+1,k}^{1}(\sigma,z)\end{bmatrix};\ \frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix}\tilde{u}_{1k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \tilde{u}_{2k}\left(t,\sigma,z\right)\\ \ldots\ldots\ldots\\ \tilde{u}_{n+1,k}\left(t,\sigma,z\right)\end{bmatrix}\Bigg|_{t=0}=\begin{bmatrix}\tilde{g}_{1k}^{2}(\sigma,z)\\ \tilde{g}_{2k}^{2}(\sigma,z)\\ \ldots\ldots\ldots\\ \tilde{g}_{n+1,k}^{2}(\sigma,z)\end{bmatrix}, \tag{26}$$

де

$$q_j^{2}\left(\sigma,\gamma_k\right)=a_{xj}^{2}\sigma^{2}+a_{yj}^{2}\gamma_k^{2}+\chi_j^{2};\ j=\overline{1,n+1}.$$

Інтегральний оператор F_{jn}, який діє за правилом (22), зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка

$$F_{jn}[\ldots]=\left[\int_{l_0}^{l_1}\ldots V_1(z,\lambda_j)\sigma_1 dz\int_{l_1}^{l_2}\ldots V_2(z,\lambda_j)\sigma_2 dz\ldots\int_{l_n}^{l}\ldots V_{n+1}(z,\lambda_j)\sigma_{n+1}dz\right] \tag{27}$$

і застосуємо за правилом множення матриць до задачі (25), (26). Внаслідок тотожності (24) одержуємо задачу Коші

$$\sum_{j=1}^{n+1}\left(\frac{d^2}{dt^2}+\lambda_j^2+q_j^2(\sigma,\gamma_k)+k_j^2\right)\tilde{u}_{ikj}(t,\sigma)=\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{G}_{ikj}(t,\sigma)-\frac{\sigma_1 a_{z1}^2}{\alpha_{11}^0}V_1(l_0,\lambda_j)\tilde{g}_{0k}(t,\sigma)+\frac{\sigma_{n+1}a_{z,n+1}^2}{\alpha_{22}^{n+1}}V_{n+1}(l,\lambda_j)\tilde{g}_{lk}(t,\sigma), \tag{28}$$

$$\left.\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{u}_{ikj}\right|_{t=0}=\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{g}_{jk}^1(\sigma),\ \left.\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{u}_{ikj}\right|_{t=0}=\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{g}_{ikj}^2(\sigma), \tag{29}$$

де

$$\tilde{u}_{ikj}(t,\sigma)=\int_{l_{i-1}}^{l_i}\tilde{u}_{ik}(t,\sigma,z)V_i(z,\lambda_j)\sigma_j dz;\ i=\overline{1,n+1},\tilde{G}_{ikj}(t,\sigma)=\int_{l_{i-1}}^{l_i}\tilde{G}_{ik}(t,\sigma,z)V_i(z,\lambda_j)\sigma_i dz;\ i=\overline{1,n+1},$$

$$\tilde{g}_{ikj}^1(\sigma)=\int_{l_{i-1}}^{l_i}\tilde{g}_{ik}^2(\sigma,z)V_i(z,\lambda_j)\sigma_i dz;\ i=\overline{1,n+1}.$$

Припустимо, не зменшуючи загальності розв'язку задачі, що $\max\left\{q_1^2,q_2^2,\ldots q_{n+1}^2\right\}=q_1^2$ і покладемо всюди $k_i^2=q_1^2-q_i^2\ \left(i=\overline{1,n+1}\right)$. Задача Коші (28), (29) набуває вигляду

$$\frac{d^2\tilde{u}_{kj}}{dt^2}+\Delta^2(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)\tilde{u}_{kj}=\tilde{G}_{kj}(t,\sigma)-\sigma_1 a_{z1}^2\left(\alpha_{11}^0\right)^{-1}V_1(l_0,\lambda_j)\tilde{g}_{0k}(t,\sigma)+\sigma_{n+1}a_{z,n+1}\left(\alpha_{22}^{n+1}\right)^{-1}V_{n+1}(l_0,\lambda_j)\tilde{g}_{lk}(t,\sigma), \tag{30}$$

$$\left.\tilde{u}_{kj}\right|_{t=0}=\tilde{g}_{kj}^1(\sigma),\ \left.\frac{d\tilde{u}_{kj}}{dt}\right|_{t=0}=\tilde{g}_{kj}^2(\sigma), \tag{31}$$

де

$$\tilde{u}_{kj}(t,\sigma)=\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{u}_{ikj}(t,\sigma);\ \Delta^2(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)=\lambda_j^2+a_{x1}\sigma^2+a_{y1}^2\gamma_k^2+\chi_1^2;\tilde{G}_{kj}(t,\sigma)=\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{G}_{ikj}(t,\sigma),\tilde{g}_{kj}^1(\sigma)=$$

$$=\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{g}_{ikj}^1(\sigma),\ \tilde{g}_{kj}^2(\sigma)=\sum_{i=1}^{n+1}\tilde{g}_{ikj}^2(\sigma).$$

Безпосередньо перевіряється, що єдиним розв'язком неоднорідної задачі Коші (30), (31) є функція

$$\tilde{u}_{kj}(t,\sigma)=\frac{\sin\left(\Delta(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)t\right)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)}\tilde{g}_{kj}^2(\sigma)+\frac{d}{dt}\frac{\sin\left(\Delta(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)t\right)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)}\tilde{g}_{kj}^1(\sigma)+\int_0^t\frac{\sin\left(\Delta(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)(t-\tau)\right)}{\Delta(\sigma,\gamma_k,\lambda_j)}\times$$

$$\times\left[\tilde{G}_{kj}(\tau,\sigma)-\sigma_1 a_{z1}^2\left(\alpha_{11}^0\right)^{-1}V_1(l_0,\lambda_j)\tilde{g}_{0k}(\tau,\sigma)+\sigma_{n+1}a_{z,n+1}^2\left(\alpha_{22}^{n+1}\right)^{-1}V_{n+1}(l,\lambda_j)\tilde{g}_{lk}(\tau,\sigma)\right]d\tau. \tag{32}$$

Оскільки суперпозиція операторів F_{jn} та F_{jn}^{-1} є одиничним оператором, то оператор F_{jn}^{-1} зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця

$$F_{jn}^{-1}[\ldots]=\begin{bmatrix}\sum_{j=1}^{\infty}\cdots\dfrac{V_1(z,\lambda_j)}{\left\|V(z,\lambda_j)\right\|^2}\\ \sum_{j=1}^{\infty}\cdots\dfrac{V_2(z,\lambda_j)}{\left\|V(z,\lambda_j)\right\|^2}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \sum_{j=1}^{\infty}\cdots\dfrac{V_{n+1}(z,\lambda_j)}{\left\|V(z,\lambda_j)\right\|^2}\end{bmatrix}. \tag{33}$$

Застосуємо за правилом множення матриць операторну матрицю-стовпець (33) до матриці-елемента $\left[\tilde{u}_{kj}(t,\sigma)\right]$, де функція $\tilde{u}_{kj}(t,\sigma)$ визначена формулою (32). Одержуємо єдиний розв'язок початково-крайової задачі (18)-(21):

$$\tilde{u}_{ik}(t,\sigma,z)=\sum_{j=1}^{\infty}\left\{\frac{\sin\left(\Delta\left(\sigma,\gamma_k,\lambda_j\right)t\right)}{\Delta\left(\sigma,\gamma_k,\lambda_j\right)}\tilde{g}_{kj}^2(\sigma)+\frac{\partial}{\partial t}\frac{\sin\left(\Delta\left(\sigma,\gamma_k,\lambda_j\right)t\right)}{\Delta\left(\sigma,\gamma_k,\lambda_j\right)}\tilde{g}_{kj}^1(\sigma)+\int_0^t\frac{\sin\left(\Delta\left(\sigma,\gamma_k,\lambda_j\right)(t-\tau)\right)}{\Delta\left(\sigma,\gamma_k,\lambda_j\right)}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\tilde{G}_{kj}(\tau,\sigma)-\sigma_1 a_{z1}^2\left(\alpha_{11}^0\right)^{-1}V_1\left(l_0,\lambda_j\right)\tilde{g}_{0k}(\tau,\sigma)+\sigma_{n+1}a_{z,n+1}^2\left(\alpha_{22}^{n+1}\right)^{-1}V_{n+1}\left(l,\lambda_j\right)\tilde{g}_{lk}(\tau,\sigma)\right]d\tau\right\}\frac{V_i\left(z,\lambda_j\right)}{\left\|V\left(z,\lambda_j\right)\right\|^2};\ i=\overline{1,n+1}. \tag{34}$$

До функцій $\tilde{u}_{ik}(t,\sigma,z)$, визначених формулами (34), послідовно застосуємо обернені оператори Λ_{yk}^{-1} за правилом (16) та F_{+x}^{-1} за правилом (8). Виконавши нескладні перетворення, одержуємо функції

$$u_i(t,x,y,z)=\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^l\int_{l_{k-1}}^{l_k}E_{ik}(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)f_k(\tau,\xi,\eta,\zeta)\sigma_k\,d\xi d\eta d\zeta d\tau+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_k^1(\xi,\eta,\zeta)\sigma_k\,d\xi d\eta d\zeta+\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^{+\infty}\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}E_{jk}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)g_k^2(\xi,\eta,\zeta)\sigma_k\,d\xi d\eta d\zeta+$$

$$+\int_0^t\int_0^{\infty}\int_0^b\left[W_i^1(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z)g_0(\tau,\xi,\eta)+W_i^1(t-\tau,x,\xi,y,\eta,z)g_l(\tau,\xi,\eta)\right]d\xi d\eta d\tau+ \tag{35}$$

$$+a_{xj}^2\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_0^b\int_{l_{k-1}}^{l_k}W_{xik}(t-\tau,x,y,\eta,z,\zeta)\theta_k(\tau,\eta,\zeta)\sigma_k\,d\eta d\zeta d\tau+$$

$$+a_{yj}^2\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{l_{k-1}}^{l_k}\left[W_{yik}^1(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_k^1(\tau,\xi,\zeta)+W_{yik}^2(t-\tau,x,\xi,y,z,\zeta)\omega_k^2(\tau,\xi,\zeta)\right]\sigma_k\,d\xi d\zeta d\tau;\ j=\overline{1,n+1},$$

які визначають єдиний розв'язок гіперболічної початково-крайової задачі (1) – (6).

У формулах (35) застосовано компоненти

$$E_{ik}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{r=1}^{\infty}\int_0^{+\infty}\frac{\sin\left(\Delta\left(\sigma,\gamma_r,\lambda_j\right)t\right)}{\Delta\left(\sigma,\gamma_r,\lambda_j\right)}\frac{V_i\left(z,\lambda_j\right)V_k\left(\xi,\lambda_j\right)}{\left\|V\left(z,\lambda_j\right)\right\|^2}\frac{v_r(y)v_r(\eta)}{\left\|v_r\right\|^2}K_x(x,\sigma)K_x(\xi,\sigma)\,d\sigma;i,k=\overline{1,n+1}$$

матриці впливу (функції впливу), компоненти $W_i^1(t,x,\xi,y,\eta,z)=-\sigma_1 a_{z1}^2\left(\alpha_{11}^0\right)^{-1}E_{i1}(t,x,\xi,y,\eta,z,l_0)$ нижньої аплікатної матриці Гріна (функції Гріна), компоненти $W_i^2(t,x,\xi,y,\eta,z)=\sigma_{n+1}a_{z,n+1}^2\left(\alpha_{22}^{n+1}\right)^{-1}E_{i,n+1}(t,x,\xi,y,\eta,z,l)$ верхньої аплікатної матриці Гріна (функції Гріна), компоненти $W_{xik}(t,x,y,\eta,z,\xi)=E_{ik}(t,x,0,y,\eta,z,\xi)$ абсцисної матриці Гріна, компоненти $W_{yik}^1(t,x,\xi,y,z,\zeta)=E_{ik}(t,x,\xi,y,0,z,\zeta)$ лівої ординатної матриці Гріна та компоненти $W_{yik}^2(t,x,\xi,y,z,\zeta)=E_{ik}(t,x,\xi,y,b,z,\zeta)$ правої ординатної матриці Гріна розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $E_{ik}(t,x,\xi,y,\eta,z,\zeta)$ і функцій Гріна $W_i^s(t,x,\xi,y,\eta,z)$, $W_{xik}(t,x,y,\eta,z,\zeta),W_{yik}^s(t,x,\xi,y,z,\zeta),(s=1,2)$ безпосередньо перевіряється, що функції $u_i(t,x,y,z)$, визначені формулами (35), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (5), (6) та умови спряження (4) в сенсі теорії узагальнених функцій [35].

Єдиність розв'язку (35) випливає із його структури (інтегрального зображення) та єдиності головних розв'язків (функцій впливу та функцій Гріна) задачі (1)-(6).

Методами з [4, 14] можна довести що при відповідних умовах на вихідні дані задачі, формули (35) визначають обмежений класичний розв'язок розглянутої гіперболічної початково-крайової задачі.

Зауваження 1. У випадку $a_{xj}^2=a_{yj}^2=a_{zj}^2\equiv a_j^2>0$ формули (35) визначають структуру розв'язку гіперболічної крайової задачі (1)-(6) в ізотропному (*n+1*) – шаровому обмеженому за координатою z просторовому середовищі.

Зауваження 2. Параметри $\alpha_{11}^0,\beta_{11}^0;\alpha_{22}^{n+1},\beta_{22}^{n+1}$ дають можливість виділяти із формул (35) розв'язки крайових задач у випадках задання на поверхнях $z=l_0,z=l$ крайових умов 1-го, 2-го й 3-го роду та їх можливих комбінацій

Зауваження 3. Параметр p дає можливість виділяти із формул (35) розв'язки крайових задач у випадку задання на поверхні $x=0$ крайової умови 1-го $(h\to\infty)$ та 2-го роду $(p\to 0)$.

Зауваження 4. Параметри $h_j\ (j=1,2)$ дають можливість виділяти із формул (35) розв'язки крайових задач у випадках задання на поверхнях $y=0,y=b$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій.

Зауваження 5. Аналіз розв'язку (35) в залежності від аналітичного виразу функцій $f_j(t,x,y,z)$, $g_j^1(x,y,z)$, $g_j^2(x,y,z)$, $g_0(t,x,y), g_l(t,x,y), \theta_j(t,y,z), \omega_j^1(t,x,z), \omega_j^2(t,x,z)$ проводиться безпосередньо.

ВИСНОВКИ

Методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень Фур'є у поєднанні з методом головних розв'язків (функцій впливу та функцій Гріна) побудовано точний аналітичний розв'язок гіперболічної крайової задачі математичної фізики в обмеженому кусково-однорідному просторовому середовищі, яке описується декартовою системою координат. Одержаний розв'язок носить алгоритмічний характер, неперервно залежить від параметрів і даних задачі й може бути використаний як в подальших теоретичних дослідженнях, так і в практиці інженерних розрахунків реальних процесів, які моделюються гіперболічними крайовими задачами (акустика, гідродинаміка, коливання механічних систем).

Список використаних джерел

1.Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. – М.: Наука, 1978.
2. Берс Л., Джон Ф., Шехтер М. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1966.
3. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. – М.: Мир, 1964.
4. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1958.
5. Гончаренко В.М. Основи теорії рівнянь з частинними похідними. – К.: Вища шк., 1995.
6. Гординг Л. Задача Коши для гиперболических уравнений. – М.: ИЛ, 1961.
7. Городецький В.В. Граничні властивості гладких у шарі розв'язків рівнянь параболічного типу. – Чернівці : Рута, 1998.
8. Громик А.П., Конет І.М., Ленюк М.І. Температурні поля в кусково-однорідних просторових середовищах. – Кам'янець-Подільський : Абетка – Світ, 2011.
9. Дейнека В.С., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения. – К.: Наук. думка, 1998.
10. Каленюк П.І., Нитребич З.М. Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. – Львів: Вид-во нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2002.
11. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – К.: Наук. думка, 1992.
12. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі в обмежених багатошарових просторових областях // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2013. – Вип. 8. – С. 84-104.
13. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі в обмежених кусково-однорідних просторових областях // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2012. – Вип. 7. – С. 124-139.
14. Конет І.М. Інтегральні зображення розв'язків крайових і мішаних задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними в кусково-однорідних середовищах: автореф. дис. на здобуття наук. ступ. докт. фіз.-мат. наук: спец. 01.01.02 "Диференціальні рівняння". – К.: КНУ ім. Т. Шевченка, 2008.
15. Конет І.М. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в ортотропних сферичних областях. – К.: Ін-т математики НАН України, 1998.
16. Конет І.М., Ленюк М.П. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в циліндрично-кругових областях. – Чернівці : Прут, 2001.
17. Конет І.М., Ленюк М.П. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях. – Чернівці : Прут, 2004.
18. Крылов Н.В. Нелинейные эллиптические и параболические уравнения второго порядка. – М.: Наука, 1985.
19. Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964.
20. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967.
21. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. – М.: Наука, 1973.
22. Ленюк М.П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Ханкеля). – К.,1983. – 60 с. – (Препр. / АН УССР. Ин-т математики; 83.4).
23. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях. – К.: Ін-т математики НАН України, 1997.
24. Матійчук М.І. Параболічні та еліптичні крайові задачі з особливостями. – Чернівці : Прут, 2003.
25. Мизохата С. Теория уравнений с частными производными. – М.: Мир, 1977.
26. Миранда К. Уравнения с частными производными эллиптического типа. – М.: ИЛ, 1957.
27. Митропольский Ю.А., Хома Г.П., Громяк М.И. Асимптотические методы исследования квазиволновых уравнений гиперболического типа. – К.: Наук. думка, 1991.
28. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. – М.: Наука, 1984.
29. Самойленко А.М., Ткач Б.П. Численно-аналитические методы в теории периодических решений уравнений с частными производными.– К.: Наук. думка, 1992.
30. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – К.: Наук. думка, 1991.
31. Смирнов М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения. – М.: Наука, 1966.
32. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.
33. Чернятин В.А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных. – М.: Изд-во МГУ, 1991.
34. Шилин Г.Ф. Инженерные алгоритмы решения стационарных задач теплопроводности в составных телах. Иркутск: Изд-во ИГУ, 1983.
35. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс. – М.: Наука, 1965. – 328 с.

Надійшла до редколегії 17.11.13

А. Громик, канд. тех. наук, препод.
Подольский государственный аграрно-технический университет, Каменец-Подольский,
И. Конет, д-р физ.-мат. наук, проф.
Каменец-Подольский НУ имени Ивана Огиенко, Каменец-Подольский

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В ОГРАНИЧЕННОЙ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СРЕДЕ

Методом главных решений (функций влияния и функций Грина) в сочетании с методом интегральных преобразований построено точное аналитическое решение алгоритмического характера гиперболической краевой задачи математической физики в ограниченной кусочно-однородной пространственной среде.

A. Gromyk, PhD (eng).
Podolsky State Agrarian Technical University, Kamenetz-Podolsk,
I. Konet, Full Doctor
Ivan Ogienko National University of Kamenetz-Podolsk, Kamenetz-Podolsk

HYPERBOLIC BOUNDARY VALUE PROBLEM OF MATHEMATICAL PHYSICS IN CONFINED PIECEWISE HOMOGENEOUS ATTITUDE ENVIRONMENT

Method of main solutions (functions of influence and function of Green) in conjunction with the method of integral transformation built an exact analytical solution of the algorithmic nature of hyperbolic boundary value problem of mathematical physics in confined piecewise homogeneous attitude environment.