УДК 539.3

Н. Ободан, д-р техн. наук, Н. Гук, д-р фіз.-мат. наук, О. Магас, асп.
ДНУ імені Олеся Гончара, Дніпропетровськ
e-mail: nataly-guk@rambler.ru

НЕЙРОМЕРЕЖЕВІ МОДЕЛІ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛІПТИЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Розглянуто застосування нейронної мережі для ідентифікації властивостей тонкостінної системи за результатами спостережень. Обґрунтовано можливість апроксимації залежності між результатами спостережень і невідомими функціями оберненої задачі за допомогою нейронної мережі. Подано результати тестування налаштованої мережі та результати ідентифікації функції розподілу товщини тонкостінної системи при використанні результатів спостережень, отриманих в умовах дії "шуму".

ВСТУП. Обернені задачі математичної фізики лежать в основі побудови моделі дійсності реального стану системи та передбачають визначення зовнішнього впливу або внутрішніх характеристик системи за інформацією, отриманою за допомогою тих або інших впливів.

Некоректність постановок обернених задач потребує розробки спеціальних підходів до їх розв'язання та створення методів для регуляризації [6]. Для розв'язання кожної задачі є необхідним використання алгоритмів обернення прямої задачі та їх регуляризація, що суттєво ускладнює застосування вказаних методів для оцінки поточного стану деформівних систем у режимі on-line.

Альтернативним підходом є підхід, що ґрунтується на теоремі Колмогорова-Арнольда, згідно з якою кожна неперервна функція n змінних, що задана в одиничному кубі n – вимірного простору, може бути подана за допомогою операції додавання, множення та суперпозиції із неперервних функцій однієї змінної, тобто апроксимація розв'язку оберненої задачі $f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ може бути зображена через виміряні або розраховані значення змінних x_p, $p=\overline{1,n}$ у такий спосіб [3]:

$$f\left(x_1, x_2 \ldots x_n\right)=\sum_{q=1}^{2n+1} h_q\left(u\right)\left[\sum_{p=1}^{n} \phi_q^p\left(x_p\right)\right], \tag{1}$$

де $h_q\left(u\right)$ – неперервні функції; $\phi_q^p\left(x_p\right)$ – стандартні функції, які не залежать від вибору функції $f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$.

При цьому множина функцій, які апроксимуються за допомогою нейронних мереж із заданою неперервною нелінійною характеристичною функцією $h_q\left(u\right)$, є щільною у просторі неперервних функцій від вхідних сигналів [4].

Процедура (1) може бути реалізована із застосуванням нейронної мережі, в якої $x_p, p=\overline{1,n}$ – вхідна інформація про поведінку системи, а $f\left(x_1,\ldots,x_n\right)$ – властивості системи, які визначаються.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. Розглядається процедура моделювання оберненої задачі математичної фізики за допомогою інверсної нейронної мережі.

Моделювання розв'язку прямої задачі з використанням нейронної мережі не викликає складнощів, якщо оператор зв'язку між властивостями системи H та її реакцією на здійснений зовнішній вплив u є відомим, оскільки процедура не відрізняється від будь-якого методу дискретизації задачі для формування навчальної вибірки, призначеної для налаштування мережі.

Оператор зв'язку описується співвідношеннями прямої задачі, у ролі яких застосовуються рівняння математичної фізики (РМФ), тоді мережа моделює відомий оператор РМФ $u\left(H\right)$. Інверсна нейронна мережа моделює невідомий оператор зв'язку між властивостями системи $H\left(u\right)$ та її реакцією на здійснений зовнішній вплив, при цьому використовується та ж сама навчальна вибірка, що й при прямому моделюванні.

Для застосування запропонованого підходу необхідно:
1) занурити всі функції задачі у багатовимірні простори, елементи яких описують вхід-вихід мережі;
2) обрати спосіб зображення вхідного та вихідного векторів;
3) обґрунтувати можливість побудови вибірки, що забезпечує налаштування мережі;
4) побудувати навчальну вибірку для налаштування мережі;
5) сформулювати функцію похибки.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ. Використання апроксимації (1) для опису оберненого оператора задачі математичної фізики потребує доведення неперервності залежності невідомих оберненої задачі від функцій, значення яких спостерігаються.

Пряму задачу механіки деформівного твердого тіла сформульовано на області $\Omega=\{\Psi \mid \Psi=(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\in R^3$, $a_1\le\xi_1\le b_1$, $a_2\le\xi_2\le b_2$, $a_3\le\xi_3\le b_3\}$ у вигляді:

$$L\left(H\left(\Psi\right)\right)U\left(\Psi\right)=R\left(H\right) \tag{2}$$

$$\text{при}\quad G\left(H\left(\Psi\right)\right)U\big|_{\Gamma}=G_0, \tag{3}$$

$$S\left(U\left(H\right)\right)\Big|_{\gamma_k}=S^*,$$

де $\Psi=\{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$ – вектор просторових координат; $L(H), G(H)$, G_0 – задані диференціальні оператори, які діють в області Ω та на контурі Γ області Ω відповідно; $H\left(\Psi\right)$ – невідома вектор-функція оберненої задачі; $U(\Psi)$ – век-

тор-функція невідомих прямої задачі при заданій вектор-функції H; $\overline{U}$ – область значень функції $U(\Psi)$; γ_k – частини границі Γ або області Ω, на яких відбувається спостереження; $R(H)$ – зовнішній вплив; $S(H,U)$ – значення спостережуваних функцій в областях γ_k, які обчислюються з розв'язку прямої задачі; S^* – значення спостережуваних функцій в областях γ_k, які вимірюються.

Розв'язок оберненої задачі описується як квазірозв'язок

$$H^* = \arg\min_{H\in\overline{H}} J(H) \tag{4}$$

де $J(H)=\left(S\left(U(H)\right)-S^*\right)^T\left(S\left(U(H)\right)-S^*\right)$; $\overline{H}$ – множина, яка описує область значень вектор-функції $H(\Psi)$, тобто неперервність вектор-функції $H(\Psi)$ потребує неперервності функціонала $J(H)$.

Для опису властивостей множини $\overline{H}$ розглянемо умову збіжності послідовності $\tilde{H}^m \subseteq \overline{H}$ до підпослідовності $H^m \subseteq \tilde{H}^m$, яка збігається до деякого елементу $H^* \in \overline{H}$. Компактність множини $\overline{H}$ у гільбертовому просторі W^0 забезпечує цю умову.

Зобразимо структуру множини $\overline{H}$, як компактної множини, в такий спосіб:

$$\overline{H}:\left\{H\middle|\ H_{\min}\le H\le H_{\max},\ a\le\frac{dH}{du}\le b,\ \frac{d^2H}{du^2}>0\right\},$$

де $H_{\min}, H_{\max}, a, b$ – задані константи.

Теорема [2] стверджує, що якщо $H^m \subseteq \overline{H}$ – будь-яка послідовність елементів компакту $\overline{H}$, то при $H^m \to H^*$ та при $m\to\infty$ у нормі простору W^0, послідовності збігаються:

$$U\left(H^m\right)\to U\left(H^*\right),\ S\left(U\left(H^m\right)\right)\to S\left(U\left(H^*\right)\right).$$

Звідси випливає, що функціонал $J(H)$ є неперервним, тобто якщо послідовність $H^m \subseteq \overline{H}$ збігається до елементу $H^* \in \overline{H}$ у нормі простору W^0, ($H^m \to H^*$), то числова послідовність $J\left(H^m\right)$ збігається до елементу $J\left(H^*\right)$. З теореми Вейєрштраса [1] випливає, що в цьому випадку задача мінімізації функціонала $J(H)$ на множині $\overline{H}$ має, принаймні, один розв'язок, та будь-яка мінімізуюча послідовність збігається до множини

$$\overline{H}_0=\left\{H\in\overline{H}\Big|_{J(H)=J_0},\ J_0=\min_{H\in\overline{H}}J(H)\right\}$$

у нормі простору W^0.

Слід також відмітити, що розв'язок лінійної задачі (2), (3) $U(H)$ є неперервним за змінної H, а відображення $\overline{H}\to\overline{U}$ є однозначним [5].

Тоді з топологічної леми [6] випливає, що якщо метричний простір $\tilde{H}$ відображається на метричний простір $\tilde{U}$, а $\overline{U}$ – образ компакту $\overline{H}\subseteq H$ при цьому відображенні, відображення $\tilde{H}\to\overline{H}$ є неперервним та взаємно однозначним, то обернене відображення множини $\overline{U}$ на множину $\overline{H}$, ($\overline{U}\to\overline{H}$) також є неперервним у метриці простору U.

Отже, функція H неперервне залежить від функції U в області $\overline{H}$, тобто апроксимація (1) можлива лише в області, де $H^*\in\overline{H}$.

Якщо використовувати для апроксимації розв'язку оберненої задачі $H(\Psi)$ відомі значення $S\left(U(H)\right)$ шляхом занурення $H(\Psi)$ та $S\left(U(H)\right)$ у багатовимірні простори відношення (1), то для реалізації апроксимації (1) можна використовувати інверсну багатошарову нейронну мережу (БНМ).

БНМ подається у символьній формі в такій спосіб

$$Q^D_{m_0,m_1\ldots m_D},$$

де D – число шарів в мережі; m_0 – число входів; m_i, $\left(i=\overline{1,D-1}\right)$ – число базових елементів у i-их "прихованих" шарах; m_D – число базових елементів у вихідному D-шарі та водночас число виходів $q_1\ldots q_{m_D}$ БНМ.

Проміжний l-шар складається з m_i базових елементів. Зв'язки між базовими елементами шару відсутні. Виходи базових елементів l-го шару передають лише на входи базових елементів наступного $(l+1)$-го шару. Вихід i-го елементу в l-му шарі може бути визначений у вигляді [4]:

$$q_i^{(l)}=f\left(\sum\alpha_{i,j}^{(l)}q_j^{(l-1)}+\alpha_{i,0}^{(l)}q_j^{(l-1)}\right)=f\left(S_i^{(i)}\right).$$

Аналогічно, у векторній формі:

$$q^{(l)} = f\left(\alpha^{(l)} q^{l-1} + \alpha_0^{(l)}\right),\ l = \overline{1,D}$$

де $q^{(l)} = \left\{q_1^{(l)},...,q_{ni_1}^{l}\right\}^T$; $q^{(l-1)} = \left\{q_1^{(l-1)},...,q_{ni_2}^{(l-1)}\right\}^T$;

α^l – вектор вагових коефіцієнтів l -го шару; $\alpha^{(l)} = \left\{\alpha_0^{(l)}, \alpha_i^{(l)},...,\alpha_{n_i}^{(l)}\right\}^T$.

Тоді апроксимація розв'язку оберненої задачі $H(X)$ через відомі значення $S(U(H))$ може бути зображена у такий спосіб:

$$H = f^D\left(\alpha_0^{(D)} + \alpha^{(D)} f^{D-1}\left(\alpha_0^{D-1} + \alpha^{D-1} f^{D-2} \times ...\left(\alpha_0^{(l)} + \alpha^l f^{(l-1)}\left(\alpha_0^{(l-1)} + \right.\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\left. + \alpha^{(l-1)} f^{(l-2)} \times ...\left(\alpha_0^{(2)} + \alpha^2 f^1\left(\alpha_0^{(1)} + \alpha^{(1)} S(U)\right)...\right)...\right)...\right)...\right)\right), \tag{5}$$

де $H, S(U)$ – вектори дискретних значень функцій $H(\Psi), S\left(U^*(\Psi)\right)$, які являють собою невідому вектор-функцію, що характеризує властивості розглянутої системи (включаючи зовнішні навантаження) та відому вектор-функцію, що описує спостережуваний відгук системи, відповідно.

У режимі навчання в якості вектора U^* виступає розв'язок прямої задачі механіки деформівного твердого тіла при відомих властивостях $H(\Psi)$.

Таким чином, входом інверсної нейромережі є вектор спостережуваних (вимірюваних) значень функції $S\left(U^*\right)$, а виходом – вектор значень функції, яка описує розв'язок оберненої задачі.

НАВЧАННЯ МЕРЕЖІ. Для формування входу-виходу мережі необхідно подати вектор-функції $H(\Psi)$ та $U(\Psi)$, а також $S(U(\Psi))$ у дискретній формі.

Виконується дискретизація функції $U(\Psi)$ на сітці $\Psi_n, n = \overline{1,N}$, тоді вектор значень відповідної вектор-функції у вузлах можна подати у вигляді $U = \{U_1, U_2, \ldots U_N\}$, де компонента $U_n = \left\{u_{n\xi_1}, u_{n\xi_2}, u_{n\xi_3}\right\}$, $n = \overline{1,N}$. Аналогічно вводяться сітки $\Psi_k, k = \overline{1,K}$ та $\Psi_p, p = \overline{1,P}$ для опису вектор-функцій $S(U(\Psi))$ та $H(\Psi)$, відповідно, тобто формуються вектори значень $S = \{S_k\}$ $k = \overline{1,K}$, $H = \{H_p\}$ $p = \overline{1,P}$.

Для дискретизації функцій $H(\Psi)$, $U(\Psi)$ використовується метод скінчених елементів, після виконання відповідної процедури інтегрування й підсумовування матриць елементів формулюється система алгебраїчних рівнянь:

$$K\left(H^1\right) \cdot U = R\left(H^2\right) \tag{6}$$

$$S_\Gamma(H) \cdot U = \tilde{U} ,$$

де $K\left(H^1\right)$ – матриця жорсткості, яка залежить від властивостей H^1; $R\left(H^2\right)$– невідомий вектор проекцій зовнішніх навантажень на функції форми; $H = \left\{H^1, H^2\right\}$, $H^1 = \left\{H_i^1,...,H_k^1\right\}$, $H^2 = \left\{H_i^2,...,H_m^2\right\}$.

Для визначення вектора H використовується інформація

$$S_{\gamma_p}\left(U(H)\right) = S^*\Big|_{\gamma_p} , \qquad p = \overline{1,P} , \tag{7}$$

де γ_p – дискретизована підобласть області Ω або частини границі Γ , S^* – вектор спостереження за реакцією системи.

При фіксованому значенні вектора H після розв'язання системи рівнянь (6) отримано значення $S_{\gamma_p}\left(U(H)\right)$ у (7). Для визначення невідомого вектора H необхідно задовольнити рівність (7).

Із врахуванням апроксимації (5) сформульовано умову, яка еквівалентна (4)

$$\sum_{d=1}^{D}\left(S_{\gamma_k}^d\left(H(\alpha)\right) - S_d^*\right)^T\left(S_{\gamma_k}^d\left(H(\alpha)\right) - S_d^*\right) \Rightarrow \min_{\alpha \in \Lambda} , \tag{8}$$

де α – вектор значень вагових коефіцієнтів $\alpha^{(l)}$, $l = \overline{1,D}$; S^* – вектор, отриманий шляхом дискретизації функції $S^*(X)$; D – кількість числових експериментів.

Функціонал (8) використовується як функція похибки при налаштуванні мережі на навчальній вибірці.

ЧИСЕЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ. Чисельний експеримент полягає в побудові множини розв'язків задачі (6)

$$Z^D = \left\{S^*(H_d), H_d, \quad d = \overline{1,D}\right\}$$

в області $\overline{H} : \left\{H \middle| \quad H_{\min} \le H \le H_{\max}\right\}$ із розміром елемента ΔH .

Навчання інверсної мережі (5) проводиться на D прикладах розрахунку Z^D, які використовуються для побудови вектора вагових коефіцієнтів α із застосуванням методу зворотного поширення похибки. Після навчання мережі на множині $\overline{H}:\{H| \quad H_{\min} \le H \le H_{\max}\}$ отримаємо зв'язок

$$H = Q\big(S(U)\big),\ H \subseteq \overline{H},$$

де Q – неявний оператор, який описується нейронною мережею та здійснює відображення множини U_d, $d=\overline{1,D}$ на множину H_d, $d=\overline{1,D}$.

Прикладом реалізації запропонованого підходу є відновлення геометричних параметрів (товщини) циліндричної оболонки. Оболонка має геометричні параметри $L/R = 2$, $R/h = 100$, h, R, L – товщина, радіус кривизни та довжина оболонки, матеріал оболонки характеризується модулем пружності $E = 2\cdot 10^4\ MПa$ та коефіцієнтом Пуассона $\mu = 0,3$.

За допомогою методу скінченних елементів, якій застосовувався для розв'язання прямої задачі для різних законів змінення товщини оболонки, було побудовано вибірку для навчання нейронної мережі. При цьому на значення товщини оболонки було накладено конструктивні обмеження $H_{\min} \le H_i \le H_{\max}$, виконано розбиття поверхні оболонки на N елементів, товщина кожного i-го елементу задана значенням H_i, $i=\overline{1,N}$, яке змінювалось із кроком $\Delta H = (H_{\max} - H_{\min})/20$. Навчальна вибірка складалася з D елементів, $D = C_N^M \dfrac{H_{\max}-H_{\min}}{\Delta H}$, де M – число елементів із товщиною $H_i \ne H_{\max}$. Мережа являла собою багатошаровий персептрон. Ідентифікацію параметрів за допомогою налаштованої нейромережі виконано як для елементів тестуючої вибірки, так і для "зашумлених" вхідних значень S_k.

На рис. 1 наведено результати ідентифікації значень товщини H та місцезнаходження області стоншення за довжиною оболонки L, отримані за допомогою нейронної мережі. Проведено порівняння з відомим вихідним розподілом товщини для елементів вибірки n. На рис. 1 використовуються такі позначення:

- квадрат (□…□) позначає вихідне значення товщини;
- плюс (+) позначає значення товщини, отримане за допомогою нейронної мережі;
- ромб (◊…◊) позначає вихідне місцезнаходження стоншення за довжиною оболонки;
- хрестик(×) позначає місцезнаходження стоншення, отримане за допомогою нейронної мережі.

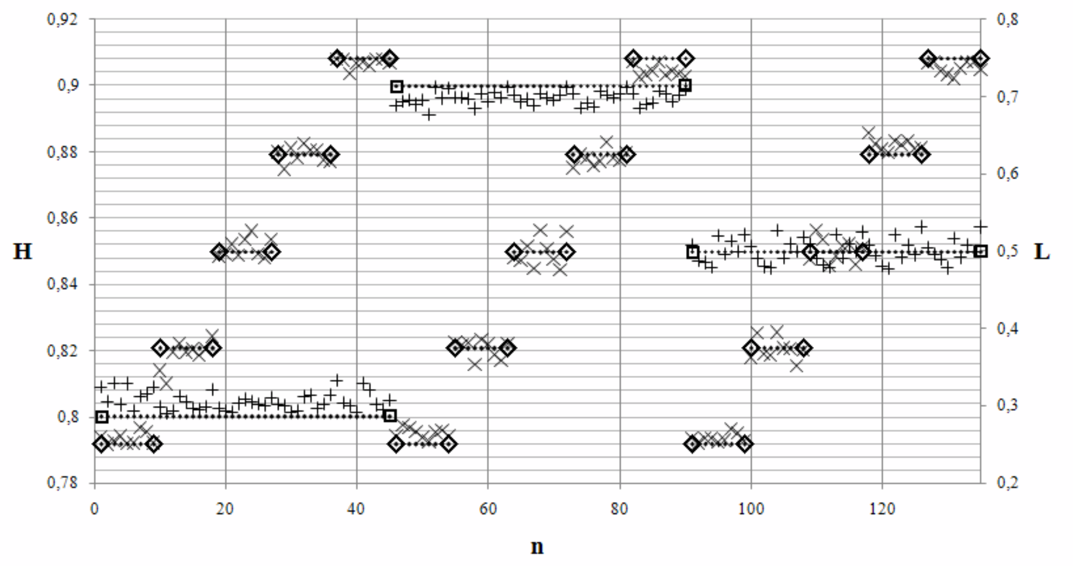

Рис. 1. Результати ідентифікації значень товщини та місцезнаходження області стоншення

З аналізу рис. 1 видно, що похибка апроксимації не перевищувала 3%.

З метою аналізу стійкості нейронної мережі до наявності "шуму" у вимірювальній системі, вхідні дані S^* задані із похибкою, яка моделювалась додаванням адитивної перешкоди $\tilde{S}^*$ до обчисленого значення кожного з вхідних параметрів, у вигляді:

$$\tilde{S}^*(t) = 1 + \delta \cdot Rnd(t),$$

де δ – відносна похибка; $Rnd(t)$ – випадкове число з інтервалу $[-1,1]$. Рівень "шуму" приймався рівним 5%, тобто $\delta = 0.05$.

На рис. 2 наведено результати ідентифікації товщини оболонки в умовах дії "шуму" у вимірювальної системі, використовуються позначення ідентичні позначенням на рис. 1.

Слід відмітити, що нейромережевий підхід є робастним щодо зовнішніх збурень вхідних даних та дозволяє отримати стійкий розв'язок оберненої задачі, похибка відновлення при використанні даних в умовах дії "шуму" зростає незначно до 5%.

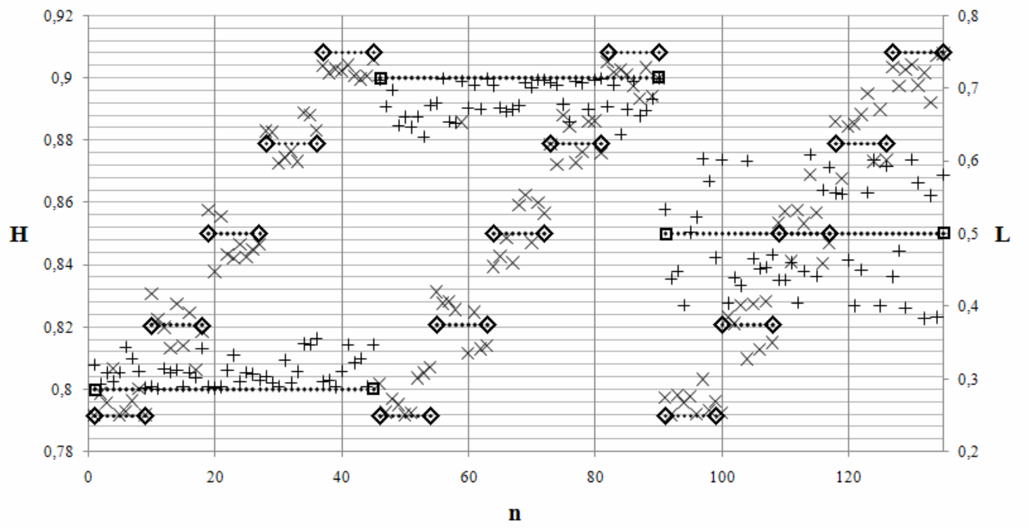

Рис. 2. Результати ідентифікації товщини оболонки в умовах дії "шуму" у вимірювальної системі

На рис. 3 наведено залежність похибки нейронної мережі (E) від кількості епох навчання (Nt).

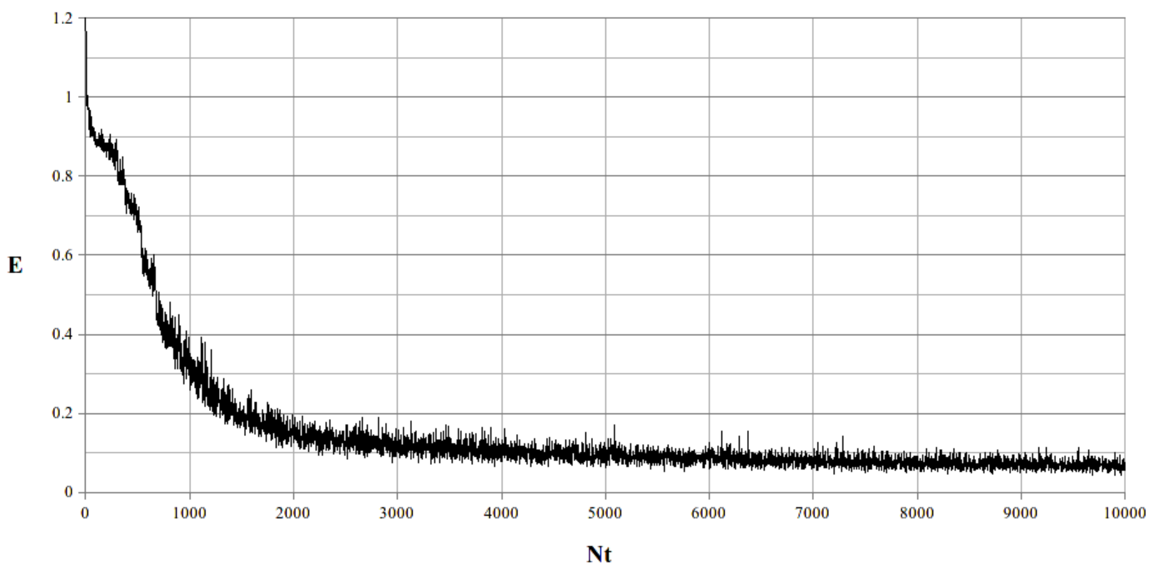

Рис. 3. Залежність похибки нейронної мережі від кількості епох навчання

ВИСНОВКИ. Аналіз можливостей та властивостей побудованої нейронної мережі демонструє, що нейронні мережі можуть бути використані як інструмент розв'язання обернених задач механіки деформівного твердого тіла. Для навчання можна використовувати чисельні розв'язки прямих задач, а не результати коштовних експериментів. Чисельний експеримент демонструє, що використання нейронної мережі, яка налаштована на розв'язках прямих задач, дає гарні результати.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
2. Гасанов А. И. Вычислительная диагностика определения свойств конструкционных материалов // Математическое моделирование. – 1989. – Т. 1, № 6. – С. 1–32.
3. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного // Докл. АН СССР. – 1958. – Т. 114, № 5. – С. 953–956.
4. Нейроинформатика / А. Н. Горбань, В. Л. Дунин-Барковский, А. Н. Кирдин, Е. М. Миркес, и др. – Новосибирск: Наука, 1998. –
5. Самарский А. А., Вабищев П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. – М.: Едиториал УРСС, 2004.
6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 284 с.

Стаття надійшла до редколегії 29.01.15

Ободан Н., д-р техн. наук, Гук Н., д-р физ.-мат. наук, Магас О., асп.
ДНУ імені Олеся Гончара, Дніпропетровськ

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Рассматривается применение нейронной сети для идентификации свойств тонкостенной системы по результатам наблюдений. Обосновывается возможность аппроксимации зависимости между результатами наблюдений и неизвестными функциями обратной задачи с помощью нейронной сети. Приводятся результаты тестирования настроенной сети и результаты идентификации функции распределения толщины тонкостенной системы по результатам наблюдений, полученным в условиях действия "шума" в измерительной системе.

Obodan N., Full Doctor (eng), Guk N., Full Doctor, Magas O., PhD graduate
DNU Oles Honchar, Dnipropetrovsk

NEURAL NETWORK MODEL OF INVERSE PROBLEMS FOR NONLINEAR ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS

The article deals with application of neural network for identification of thin-walled shell properties by observation. The possibility of approximation of the dependence between observations and unknown functions of inverse problem using neural network is demonstrated. The article demonstrates the results of configured neural network and identification function of the thickness distribution of the thin-walled shell using the results of observation in action of "noise".

ДО 70-РІЧЧЯ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ МИКОЛИ ОЛЕКСІЙОВИЧА ПЕРЕСТЮКА

1 січня 2016 року виповнилося 70 років видатному українському науковцю і педагогу, доктору фізико-математичних наук, професору, академіку НАН України та АН вищої школи України, завідувачу кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка **Миколі Олексійовичу Перестюку.**

Микола Олексійович народився в с. Плоска на Хмельниччині. Закінчивши у 1963 році середню школу з золотою медаллю, вступив на механіко-математичний факультет Київського державного університету ім. Т. Г. Шевченка. Тут розпочалися його перші наукові студії під керівництвом видатного українського математика А. М. Самойленка. Після успішного завершення навчання перспективного випускника було рекомендовано до аспірантури.

Починаючи з 1969 року, науково-педагогічна діяльність М. О. Перестюка незмінно пов'язана з Київським університетом, де він послідовно обіймає посади асистента, доцента (1976 р.), професора (1987 р.), завідувача кафедри інтегральних і диференціальних рівнянь (1987 р.). У 1988 році йому було присуджено вчене звання професора.

Здобувши повагу та авторитет серед університетських колег, Микола Олексійович у 1987 році стає деканом механіко-математичного факультету й успішно очолює його протягом наступних шістнадцяти років. У цей період особливо яскраво проявилися адміністративні здібності М. О. Перестюка, його талант організатора освіти й науки.

Плідна багаторічна наукова діяльність Миколи Олексійовича втілилась у цілу низку результатів світового рівня. Центральне місце в дослідженнях ученого посідали питання теорії імпульсних систем та теорії інваріантних множин диференціальних і різницевих рівнянь. У 1972 році він успішно захистив кандидатську дисертацію на тему "Деякі питання дослідження нелінійних систем диференціальних рівнянь з миттєвими змінами". У співпраці з А. М. Самойленком ним були одержані результати пріоритетного характеру, що стосувалися існування періодичних розв'язків нелінійних систем з імпульсною дією, обґрунтування методу усереднення та відшукання умов стійкості для таких систем. У подальшому науковий пошук ученого ознаменувався вагомими здобутками в теорії майже періодичних розв'язків та теорії інтегральних множин імпульсних систем.

У 1986 році М. О. Перестюк захистив докторську дисертацію на тему "Коливні розв'язки диференціальних рівнянь з імпульсною дією та їх стійкість". Через рік побачила світ монографія "Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием", написана у співавторстві з А. М. Самойленком. Це була перша у світі монографія, присвячена систематизованому викладу теорії імпульсних систем. У 1995 році вийшов з друку розширений англомовний варіант цієї книги під назвою "Impulsive Differential Equations".

М. О. Перестюк є автором якісно нового методу аналізу нелінійних імпульсних та розривних систем. Цей метод дав можливість дослідити диференціальні властивості розв'язків та інтегральних множин систем диференціальних рівнянь з імпульсною дією на поверхнях. Уперше в математичній літературі було введено поняття кусково-неперервних похідних вищих порядків розв'язків за початковими даними і параметрами, що дозволило довести глибокі теореми про диференційовність розв'язків, графіки яких лежать на інтегральних поверхнях слабко нелінійних систем з експоненціально дихотомічною лінійною складовою.

М. О. Перестюком встановлено умови, при виконанні яких система з імпульсною дією на гіперповерхнях у певному сенсі еквівалентна системі диференціальних рівнянь з імпульсами в фіксовані моменти часу; доведено якісно нові теореми про існування інтегральних множин імпульсних систем у так званому критичному випадку, обґрунтовано аналог принципу зведення для імпульсних систем та аналог методу Пуанкаре відшукання періодичних і майже періодичних розв'язків збурень таких систем у випадку ізольованого породжуючого розв'язку, досліджено питання існування та стійкості періодичних і майже періодичних розв'язків сильно нелінійних систем з імпульсною дією.

Наукові результати М. О. Перестюка широко відомі математичній спільноті й визнані нею. Вони втілилися у понад 350 наукових та навчально-методичних праць, серед яких 6 монографій та 35 підручників і навчальних посібників, у численні доповіді на міжнародних конференціях, а також у лекції, прочитані в університетах країн колишнього СРСР, Болгарії, Польщі, Угорщини, Чехії, Румунії, Греції, Югославії, США, Італії, Канади, Куби, Німеччини, Фінляндії, Швеції, Бразилії, Чилі. Під науковим керівництвом М. О. Перестюка захищено 6 докторських та 25 кандидатських дисертацій.

У 1997 році М. О. Перестюка було обрано членом-кореспондентом Національної академії наук України, а в 2009 – її дійсним членом.