доцільності включення акумулятора до складу рушійної системи. Очікується, що перспективні маховикові акумулятори матимуть здатність накопичувати до 3 ГДж/кг. Як видно з таблиці для ефективного використання акумуляторів енергії в рушійних системах їх енергоємність має бути не менш ніж 0.5 ГДж/кг. Чисельні розрахунки показали, що для перельоту, що розглядається, оптимальною транспортуючою траєкторією є дуга еліпса.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. – М.: Наука, 1977. – 430 с.
2. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета с малой тягой. – М.: Наука, 1966. – 679 с.
3. Кифоренко Б. Н., Харитонов А. М. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двухрежимными двигателями // Прикладная механика. – 2010. – 46,№10.– С. 78–89.
4. Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полета. – М.: Наука, 1990. – 448 с.
5. Ткаченко Я. В. Оптимизация перелетов космических аппаратов с электроракетными двигателями // Збірник праць інституту математики НАН України . – 2014 – 11, №4.– С. 318–329.
6. Ткаченко Я. В. Оптимизация работы электрических ракетных двигателей с постоянной и регулируемой тягами // Приклад. механика. – 2010. – 46, № 3. – С. 114–123.
7. Camac M. Use of energy storage in low thrust spaceflight // ARS Journal. –1960. – 30, № 1. – P. 32–41.
8. Tkachenko Ya. V Using energy storage in low thrust constant power thruster for optimal interorbital transfers // Stability and control. Theory and application. International Journal. – 2003. – 5, No.1.– P. 22–40.

Стаття надійшла до редколегії 04.03.16

Васильев И., канд. физ.-мат. наук,
КНУ имени Тараса Шевченко, Киев
Кифоренко Б., д-р физ.-мат. наук, проф., Ткаченко Я., канд. физ.-мат. наук,
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЕРЕЛЕТ С МАЛОЙ УГЛОВОЙ ДАЛЬНОСТЬЮ МЕЖДУ ОТДАЛЕННЫМИ КОМПЛАНАРНЫМИ ОРБИТАМИ

Проведена совместная оптимизация управлений движением, энергообеспечения электрореактивной двигательной системы и параметров двигательной системы постоянной мощности с аккумулятором энергии космического аппарата при выполнении перелета с малой угловой дальностью в центральном гравитационном поле между компланарными удаленными орбитами. Получена оценка эффективности использования аккумулятора энергии в составе двигательной системы космического аппарата для перелета с орбиты Земли на орбиту Марса.

Vasil'ev I., PhD, Taras Shevchenko National university of Kyiv, Kyiv
Kiforenko B., Dr. of science, Prof., Tkachenko Ya. PhD
S. P. Timoshenko institute of mechanics of NASU, Kyiv

OPTIMAL TRANSFER WITH LOW ANGLE DISTANCE BETWEEN FAR COPLANAR ORBITS

Joint optimization of motion control, electric propulsion power supply and parameters of constant power propulsion with energy storage of spacecraft at fly with low angel distance between far coplanar orbits is provided. Estimation if energy storage using in propulsion system of spacecraft for fly from Earth orbit to Mars orbit is obtained.

УДК 539.3

О. Жук, д-р фіз.-мат. наук
Інститут механіки ім. С. П.Тимошенка НАН України, Київ
Я. Жук, д-р фіз.-мат. наук, проф.
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ
e-mail: y.zhuk@i.ua

ВИЗНАЧЕННЯ РАДІАЦІЙНОЇ СИЛИ, ЩО ДІЄ В РІДИНІ НА ТВЕРДУ РУХОМУ КУЛЮ

Розроблено підхід для обчислення сили радіаційного тиску, що діє в звуковому полі на абсолютно тверду кулю, яка знаходиться в рідині і рухається із сталою швидкістю. У рамках підходу передбачається, що потенціал звукового поля знаходиться як розв'язок рівняння гідродинаміки в акустичному наближенні. Далі обчислюється гідродинамічна сила, що діє на кулю. При цьому тиск в рідині знаходиться з точністю до величин другого порядку малості у порівнянні з числом Маха. Сама радіаційна сила обчислюється як стала складова гідродинамічної сили, яка знаходиться її осередненням за період первинної хвилі.

Вступ. Опубліковані в науковій літературі результати досліджень дії радіаційного тиску (тиску звукового випромінювання) на тверді тіла в рідині, а також питання, пов'язані з ним, стосуються випадків нерухомих в рідині тіл [4, 5 та ін.]. Нижче пропонується підхід до розв'язання задачі визначення радіаційного тиску на тверду кулю, яка рухається в рідині зі сталою швидкістю. Підхід узагальнює метод, викладений у 10] для нерухомої кулі. Схема дослідження в [10] передбачає знаходження потенціалу Φ звукового поля як розв'язку рівняння гідродинаміки в акустичному наближенні

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - a_0^2\Delta\Phi = 0\,, \tag{1}$$

з наступним обчисленням сили, що діє в звуковому полі на кулю. При визначенні сили тиск в рідині обчислюється з точністю до величин другого порядку порівняно з числом Маха за формулою

$$p = -\rho_0\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\rho_0\left(\vec{\nabla}\Phi\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{\rho_0}{a_0^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2, \tag{2}$$

де потенціал Φ є сумою потенціалів первинної акустичної хвилі і хвилі, розсіяній на кулі, а ρ_0 і a_0 – відповідно густина рідини і швидкість звуку в ній. Радіаційна сила, що діє на кулю в акустичному полі, є стала складова гідродинамічної сили

$$\vec{F} = -\iint_S p\vec{N}dS, \tag{3}$$

що відфільтровується осередненням (3) за період первинної хвилі. У формулі (3) $\vec{N}$ – орт нормалі до поверхні S кулі. Будемо дотримуватися приведеної вище схеми визначення радіаційної сили і у випадку рухомої кулі.

Рівняння для потенціалу акустичного поля. Вважатимемо, що в ідеальній стисливій рідині знаходиться куля радіуса R, яка зі швидкістю $\vec{U}$ рухається в додатному напрямку осі Oz вибраної системи координат $Oxyz$. Зв'яжемо з кулею систему координат $O_1x_1y_1z_1$, вісь O_1z_1 якої збігається з віссю Oz нерухомої системи координат. На основі принципу відносності Галілея–Ньютона задачу стаціонарного руху кулі в рідині можна замінити задачею обтікання нерухомої кулі потоком, який набігає зі швидкістю $\vec{u}_\infty = -\vec{U}$. Отже, задачу формулюємо для нерухомої кулі, яку обтікає однорідний на нескінченності потік рідини. Потік стаціонарний, тому швидкість $\vec{u}$ збуреного наявністю кулі потоку, густина ρ' і тиск p' будуть функціями тільки просторових координат x_1, y_1, z_1. У подальшому вважатимемо, що ентропія середовища є сталою величиною, а потік не завихрений $\left(\operatorname{rot}\vec{u} = 0\right)$, тому основні рівняння гідродинаміки візьмемо в такій формі:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u} = -\frac{\vec{\nabla}p'}{\rho'}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho'\vec{u}\right) = 0, \tag{5}$$

$$\vec{\nabla}p' = a^2\vec{\nabla}\rho', \tag{6}$$

де a – локальна швидкість звуку.

Нехай тепер у рідині, стан якої визначається величинами $\vec{u}$, p', ρ', поширюється звукова хвиля. При її проходженні величини $\vec{u}$, p', ρ' одержують відповідно малі прирости $\vec{v}$, p, ρ, які характеризують коливання рідини відносно стаціонарного стану збуреного наявністю кулі потоку. Оскільки рівняння (4)–(6) залишаються справедливими і в цьому випадку, замінимо в них $\vec{u}$ на $\vec{u}^* = \vec{u} + \vec{v}$, p' на $p^* = p' + p$, ρ' на $\rho^* = \rho' + \rho$. Обмежуючись лінійним наближенням знехтуємо в одержаних рівняннях членами більш високого порядку відносно малих величин $\vec{v}$, p, ρ. У результаті одержимо відповідно:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right) = -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho'}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\rho\right) + \left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\rho'\right) + \rho'\vec{\nabla}\cdot\vec{v} + \rho\vec{\nabla}\cdot\vec{u} = 0, \tag{8}$$

$$p = a^2\rho, \tag{9}$$

де a – локальна швидкість поширення малих збурень, обумовлених звуковою хвилею, відносно стаціонарного потоку рідини. Поле швидкостей у звуковій хвилі задамо потенціалом Φ

$$\vec{v} = \operatorname{grad}\Phi. \tag{10}$$

Для визначення потенціалу Φ скористаємося співвідношеннями (7)–(10). Введемо потенціал звукового тиску [1]

$$P = \frac{p}{\rho'} \tag{11}$$

і запишемо

$$\vec{\nabla}P = \frac{\vec{\nabla}p}{\rho'} - \frac{\rho\vec{\nabla}p'}{(\rho)^2}. \tag{13}$$

Враховуючи співвідношення (10) і (13), із рівняння (7) одержимо

$$P = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \vec{u}\cdot\vec{\nabla}\Phi = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{14}$$

Із співвідношення (11), беручи до уваги співвідношення (14), одержуємо формули для обчислення тиску p, обумовленого в рідині звуковою хвилею

$$p = -\rho'\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho'\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\Phi\right), \tag{15}$$

а також відповідної густини ρ

$$\rho = -\frac{\rho'}{a^2}\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{u}\cdot\vec{\nabla}\Phi\right] \tag{16}$$

Оскільки із співвідношення (11) , в якому ρ' не залежить від часу, маємо

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{a^2}{\rho'}\frac{\partial \rho}{\partial t}, \tag{17}$$

а
$$\vec{\nabla}P = \rho\vec{\nabla}\left(\frac{a^2}{\rho'}\right) + \frac{a^2}{\rho'}\vec{\nabla}\rho\,, \tag{18}$$

то рівняння (8), беручи до уваги також співвідношення (10) і (14) та умову стаціонарності потоку, запишемо в такому вигляді
$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} - a^2\Delta\Phi - \vec{\nabla}\Phi\cdot\frac{1}{\rho'}\vec{\nabla}p' + \vec{u}\cdot\rho\vec{\nabla}\left(\frac{a^2}{\rho'}\right) = 0\,. \tag{19}$$

Врахувавши співвідношення
$$\rho\vec{\nabla}\left(\frac{a^2}{\rho'}\right) = \frac{p}{\rho'}\vec{\nabla}\left(\ln a^2\right) - \frac{p\vec{\nabla}\rho'}{(\rho')^2}\,, \tag{20}$$

останній доданок рівняння (19) запишемо в такому вигляді
$$\vec{u}\cdot\rho\vec{\nabla}\left(\frac{a^2}{\rho'}\right) = -\frac{d\Phi}{dt}\left(u\cdot\vec{\nabla}\ln a^2\right). \tag{21}$$

Позначимо [9] $\vec{\nabla}p'/\rho' = \vec{\nabla}P_0$ і взявши до уваги співвідношення (21), одержимо із (19) рівняння для визначення потенціалу Φ звукової хвилі
$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} - a^2\Delta\Phi - \vec{\nabla}\Phi\cdot\vec{\nabla}P_0 + \frac{d\Phi}{dt}\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\ln a^2\right) = 0\,. \tag{22}$$

Рівняння (22) аналогічне рівнянню, одержаному в [1] для потенціалу акустичного поля в неоднорідному потоці рідини.

Для прийнятої нами схеми дослідження важливою є лінійна складова рівняння (22). Тому, нехтуючи в рівнянні (22) доданками другого порядку відносно доданків першого порядку, одержимо
$$\frac{\partial^2\Phi}{dt^2} - a^2\Delta\Phi - \vec{\nabla}\Phi\cdot\vec{\nabla}P_0 + \frac{\partial\Phi}{dt}\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\ln a^2\right) = 0\,. \tag{23}$$

Формула для визначення швидкості поширення звукової хвилі має місце і у випадку довільного руху рідини, а не тільки у випадку її спокою [9]. Тому для обчислення швидкості хвилі, яка входить у співвідношення (23), скористаємося формулою
$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}\,. \tag{24}$$

Оскільки процес вважається адіабатичним, використаємо адіабату Тейта [9]
$$\frac{p^* + C}{\rho' + C} = \left(\frac{\rho^*}{\rho'}\right)^n. \tag{25}$$

Якщо обмежитися тільки малими першого порядку, то одержимо
$$\frac{p}{p' + C} = n\frac{\rho}{\rho'}\,. \tag{26}$$

Використавши співвідношення (26) в формулі (24) одержимо формулу для обчислення швидкості звукової хвилі в рухомій системі координат
$$a = \sqrt{n\frac{p' + C}{\rho'}}\,. \tag{27}$$

При нерухомій кулі ($a = a_0$, $\rho' = \rho_0$, $p' = p_0$, $\vec{u} = \vec{0}$) рівняння (23) для визначення потенціалу Φ звукової хвилі переходить в рівняння (1).

Обчислення тиску в акустичному полі. Очевидно, що стан рідини при наявності потоку і акустичної хвилі описується системою рівнянь (4)–(6), якщо в рівняннях величини $\vec{u}$, p' , ρ' замінити на $\vec{u}^* = \vec{u} + \vec{v}$, $p^* = p' + p$, $\rho^* = \rho' + \rho$. Запишемо тепер рівняння (4) у формі Громеки–Лемба
$$\frac{\partial\vec{u}^*}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\vec{u}^{*2}\right) + \frac{1}{\rho^*}\vec{\nabla}p^* = 0\,. \tag{28}$$

Оскільки ми вважаємо, що рідина знаходиться в баротропному русі і має місце потенціальне обтікання кулі, то справедлива формула [6]
$$p^* = f\left(\rho^*\right). \tag{29}$$

Введемо функцію [8]
$$P\left(\rho^*\right) = \int\frac{dp^*}{\rho^*},\quad \frac{1}{\rho^*}\vec{\nabla}p^* = \vec{\nabla}P\,. \tag{30}$$

Використовуючи функцію $P\left(p^*\right)$, приведемо рівняння (28) до такого вигляду
$$\vec{\nabla}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(u^*\right)^2 + P\right] = 0. \tag{31}$$

Якщо покласти

$$P\left(\rho^*\right) = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\left(\vec{u}^*\right)^2, \tag{32}$$

то рівняння (28) задовольняється тотожно.

При визначенні тиску звукової хвилі в рідині використаємо підхід, запропонований в [10]. Введемо параметр згущення $s = \left(\rho^* - \rho'\right)\big/\rho'$ і розвинемо тиск (29) в ряд Тейлора в околі тиску p' обумовленого наявністю кулі в рідині

$$p^* = f\left(\rho'\right) + f'\left(\rho'\right)s\rho' + \frac{1}{2}f''\left(\rho'\right)s^2\rho'^2 + \dots . \tag{33}$$

Тепер для функції P можна одержати такий вираз

$$P = \int\frac{dp^*}{d\rho^*} = sf'\left(\rho'\right) + \frac{1}{2}s^2\left[\rho' f''\left(\rho'\right) - f'\left(\rho'\right)\right] + \dots . \tag{34}$$

Оскільки P і s одночасно прямують до нуля, то стала інтегрування відсутня. Розв'язуючи (34) відносно s методом послідовних наближень, одержимо

$$s = \frac{P}{a^2} - \frac{1}{2}\frac{\rho' f''\left(\rho'\right) - a^2}{a^2}\frac{P^2}{a^4} + \dots . \tag{35}$$

Формулу (33) для обчислення тиску в рідині, беручи до уваги (35), а також і співвідношення $f\left(\rho'\right) = p'$, запишемо в такій формі

$$p^* = p' + \rho' P + \frac{1}{2}\frac{\rho'}{a^2}P^2 + \dots, \tag{36}$$

де $p' = p^* - p$ – тиск в потоці рідини і $f'\left(\rho'\right) = a^2$.

В задачах як лінійної так, і нелінійної акустики число Маха [3, 7] значно менше одиниці, тому величинами, які мають порядок квадратів числа Маха, можна знехтувати. Підставляючи у (36) співвідношення (32) і нехтуючи доданками, які мають порядок числа Маха і вище, одержимо в результаті

$$p = -\rho'\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\rho'\left(\vec{\nabla}\Phi\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{\rho'}{a^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2 . \tag{37}$$

Рівняння (37) записано без урахування доданків, які при осередненні за часом дають нульовий внесок в радіаційний тиск. За відсутності потоку (при нерухомій кулі) і ($a = a_0$, $\rho' = \rho_0$, $p' = p_0$, $\vec{u} = \vec{0}$) з співвідношення (37) одержимо (2).

Визначення параметрів руху рідини, обумовленого переміщенням кулі. В рівняння (23) і (37) входять параметри, які характеризують стан рідини при переміщенні в ній кулі радіуса R . Ці параметри можна визначити, розв'язавши задачу потенціального обтікання кулі однорідним на нескінченності потоком рідини, яка на нескінченності має швидкість $\vec{u}_\infty = -\vec{U}$, тиск p_∞ і густину ρ_∞. У відповідності з методом при цьому досить обмежитися лінійним наближенням. Зв'яжемо з кулею сферичну систему координат $O_1 r\phi\theta$, в якій кут θ будемо відраховувати від осі $O_1 z_1$. Оскільки осесиметричний потік рідини в рухомій системі координат $O_1 x_1 y_1 z_1$, зв'язаній з кулею, стаціонарний, то дана задача в лінійній постановці зводиться до знаходження потенціалу $\Psi\left(r,\theta\right)$, який є розв'язком рівняння [2].

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right) = 0 \tag{38}$$

і який задовольняє граничні умови на поверхні кулі

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right|_{r=R} = 0 \tag{39}$$

і на нескінченності
$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right|_{r=\infty} = u_\infty\cos\theta, \quad \left.\frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right|_{r=\infty} = -u_\infty\sin\theta, \quad \left.u_\phi\right|_{r=\infty} = 0. \tag{40}$$

Як відомо [2], цим умовам відповідає функція

$$\Psi\left(r,\theta\right) = u_\infty\left(r + \frac{1}{2}\frac{R^3}{r^2}\right)\cos\theta. \tag{41}$$

Тоді для швидкості руху рідини маємо

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\left(u_\infty\left(r + \frac{1}{2}\frac{R^3}{r^2}\right)\cos\theta\right). \tag{42}$$

Оскільки потік ідеальної стисливої рідини в нашому випадку адіабатичний, виразимо зв'язок між тиском p' і густиною ρ' рівнянням Тейта [9]

$$\frac{p' + C}{p_\infty + C} = \left(\frac{\rho'}{\rho_\infty}\right)^n, \tag{43}$$

де для води $C = 320 \cdot 10^5$ Па, $n = 7{,}15$. Тоді функція тиску P_0 буде мати такий вигляд

$$P_0(p') = \int_{p_\infty}^{p'} \frac{dp'}{\rho(p')} = -\frac{n}{n-1} \frac{p_\infty + C}{\rho_\infty} \left(1 - \left(\frac{p' + C}{p_\infty + C} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right). \tag{44}$$

Густину рідини ρ' можна обчислити за формулою (43), якщо взяти до уваги інтеграл Бернуллі, який у випадку потенціального обтікання кулі стисливою рідиною має такий вигляд [9]

$$\frac{\vec{u}^2}{2} + P_0(p') = C_1, \tag{45}$$

де стала C_1 визначається із умов на нескінченності. Отже, всі параметри, які входять у співвідношення (23), (27) і (37), можуть бути визначені.

Потенціал Φ звукового поля в рідині визначається інтерференцією первинної хвилі з потенціалом Φ_0 і розсіяної на кулі хвилі з потенціалом Φ_d

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_d . \tag{46}$$

Потенціал як первинної хвилі Φ_0, так і потенціал розсіяної на кулі хвилі Φ_d , є розв'язками рівняння (23). При цьому потенціал Φ_d знаходимо при розв'язуванні задачі розсіяння первинної хвилі на кулі при умові, що на поверхні кулі компонента v_r коливальної швидкості рідини дорівнює нулеві, а потенціал Φ_d на нескінченності згасає до нуля. Сила радіаційного тиску на кулю відфільтровується осередненням в часі гідродинамічної сили (3) при умові, що тиск p обчислюється за формулою (37), а потенціал Φ визначається за формулою (46).

Висновки. В статті розроблено метод дослідження радіаційного тиску акустичного поля. На основі методу одержано формули для обчислення радіаційної сили, яка в акустичному полі діє на тверду частинку, що рухається в рідині зі сталою швидкістю. Показано, що при цьому тиск в рідині знаходиться з точністю до величин другого порядку малості у порівнянні з числом Маха. Радіаційну силу можна обчислити як сталу складову гідродинамічної сили, виконуючи осереднення за період коливань падаючої хвилі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды.– М.: Наука, 1981.
2. Валландер С. В. Лекции по гидроаэромеханике. –Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978.
3. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – М.: Наука, 1979.
4. Гузь А. Н., Жук А. П. О движении твердых частиц в жидкости при действии акустического поля. Механизм радиационного давления// Прикл. механика. – 2004. – Т. 40, № 3. – С. 11–24.
5. Каневский И. Н. Постоянные силы, возникающие в звуковом поле// Акуст. журнал. –1961. – Т. 7, вып.1. – С. 3–17.
6. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. – М.: ГИТТЛ, 1955.
7. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. – М.: Наука, 1975.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1970. – Т.2.
9. Шашин В. М. Гидромеханика. – М.: Высш. шк., 1990.
10. King L. V. On the acoustic radiation pressure on sphere // Proc. Roy. Soc., A. – 1934. – Vol. 147, No 861. – P. 212–240.

Стаття надійшла до редколегії 29.02.16

Жук О., д-р физ.-мат. наук
Институт механики им. С. П.Тимошенко НАН Украины, Киев,
Жук Я., д-р физ.-мат. наук, проф.
КНУ имени Тараса Шевченко, Киев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ В ЖИДКОСТИ НА ТВЕРДУЮ ДВИЖУЩУЮСЯ СФЕРУ

Разработан подход к определению силы радиационного давления, действующей в звуковом поле на абсолютно твердую сферу, движущуюся в жидкости с постоянной скоростью. В рамках подхода предполагается, что потенциал звукового поля находится как решение уравнения гидродинамики в акустическом приближении. Дальше вычисляется гидродинамическая сила, действующая на сферу. При этом давление в жидкости находится с точностью до величин второго порядка малости в сравнении с числом Маха. Сама радиационная сила вычисляется как постоянная составляющая гидродинамической силы, определяемая осреднением за период первичной волны.

Zhuk O., Full Doctor
S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv
Zhuk Y., Full Doctor, Prof.
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

DETERMINATION OF RADIATION FORCE ACTING ON THE MOVING RIGID SPHERE IN LIQUID

Approach for determination of the radiation force acting in the acoustic field on the moving with constant velocity rigid sphere is elaborated. In the frame of the approach, it is assumed that acoustic potential is determined as the solution of the equation of hydrodynamics in the acoustic approximation. Then, the hydrodynamic force acting on the sphere is determined. Pressure in the liquid is found with the accuracy of up to second-order quantities with respect to the Mach number. The radiation force itself is determined as the constant component of the hydrodynamic force which is calculated by averaging the force over the incident wave period.