Для заданого початкового ряду (у першому рядку) справджується рівність $\sigma^n(x) = \sigma^{n+m}(x)$, водночас для останнього ряду (у другому рядку) виконується умова $\sigma^n(x) = \sigma^{n+1}(x)$. Із теореми 3 слідує, що

$$\sigma^n(x) = \sigma^{n+m}(x) = \frac{\varepsilon_{n+1}q_{n+2}...q_{n+m} + ... + \varepsilon_{n+m-1}q_{n+m} + \varepsilon_{n+m}}{q_{n+1}q_{n+2}...q_{n+m} - 1}.$$

Отже, справедливе таке твердження.

Теорема 6. *Якщо число* x*, представлене у вигляді розкладу в ряд Кантора (1), є раціональним (* $x = \frac{u}{v}$ *), то існують такі* $n \in Z_0$ *,* $m \in N$ *, що* $q_1q_2...q_n(q_{n+1}q_{n+2}...q_{n+m} - 1) \vdots v$.

Висновки. У цій статті наведено критерій володіння раціональним числом двома різними зображеннями знакододатним рядом Кантора. Достатня умова була доведена Г. Кантором, але мала більш громіздке доведення й інше формулювання.

Доведено критерій раціональності чисел, представлених у термінах знакододатних рядів Кантора. У доведенні цієї теореми та її наслідків використовується поняття оператора зсуву цифр представлення числа знакододатним рядом Кантора. Цей оператор неявно фігурував у спробах різних учених сформулювати критерій раціональності, але чіткого результату для ряду (1) у випадку довільної послідовності (q_k) у цих роботах так і не отримано.

Список використаних джерел

1. *Cantor G.* Ueber die einfachen Zahlensysteme / G. Cantor // Z. Math. Phys. – 1869. – Bd. 14. – S. 121–128.
2. *Diananda P. A.* Criteria for irrationality of certain classes of numbers II / P. H. Diananda, A. Oppenheim // Amer. Math. Monthly. – 1955. – 62, № 4. – P. 222–225.
3. *Erdös P.* On the irrationality of certain Ahmes series / P. Erdös, E. G. Straus // J. Indian. Math. Soc. – 1968. – 27. – P. 129–133.
4. *Erdös P.* On the irrationality of certain series / P. Erdös, E. G. Straus // Pacific J. Math. – 1974. – 55. – № 1. – P. 85–92.
5. *Hančl J.* A note to the rationality of infinite series I / J. Hančl // Acta Math. Inf. Univ. Ostr. – 1997. – 5. – № 1. – P. 5–11.
6. *Hančl J.* A note on a paper of Oppenheim and Šalát concerning series of Cantor type / J. Hančl // Acta Math. Inf. Univ. Ostr. – 2002. – 10. – P. 35–41.
7. *Hančl J.* On the irrationality of Cantor series / J. Hančl, R. Tijdeman // J. Reine Angew. Math. – 2004. – 571. – P. 145–158.
8. *Hančl J.* On the irrationality of Cantor and Ahmes series / J. Hančl, R. Tijdeman // Publ. Math. Debrecen. – 2004. – 65. – № 3–4. – P. 371–380.
9. *Hančl J.* On the irrationality of factorial series / J. Hančl, R. Tijdeman // Acta Arith. – 2005. – 118. – P. 383–401.
10. *Hančl J.* On the irrationality of factorial series III / J. Hančl, R. Tijdeman // Indag. Mathem., N. S. – 2009. – 20. – № 4. – P. 537–549.
11. *Hančl J.* On the irrationality of factorial series II / J. Hančl, R. Tijdeman // J. Number Theory. – 2010. – 130. – № 3. – P. 595–607.
12. *Kuhapatanakul P.* Irrationality of some series with rational terms / P. Kuhapatanakul, V. Laohakosol // Kasetsart J. (Natural Science). – 2001. – 35. – P. 205–209.
13. *Mance B.* Normal numbers with respect to the Cantor series expansion / B. Mance. – Dissertation. – The Ohio State University, 2010. – 290 p.
14. *Oppenheim A.* Criteria for irrationality of certain classes of numbers / A. Oppenheim // Amer. Math. Monthly. –1954. – 61. – № 4. – P. 235–241.
15. *Serbenyuk S.* Representation of real numbers by the alternating Cantor series / S. Serbenyuk // arXiv:1602.00743v1. Режим доступу : http://arxiv.org/pdf/1602.00743v1.pdf
16. *Tijdeman R.* On the rationality of Cantor and Ahmes series / R. Tijdeman, Yuan Pingzhi // Indag. Math. (Natural Science). – 2002. – 13. – № 3. – P. 407–418.

Надійшла до редколегії 29.10.16

С. Сербенюк, мл. науч. сотр.
Институт математики НАН Украины, Киев, Украина

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА В ТЕРМИНАХ ЗНАКОПОЗИТИВНЫХ РЯДОВ КАНТОРА

Статья посвящена изучению представления рациональных чисел рядами Кантора. Критерий рациональности для случая произвольной последовательности (q_k) ***сформулирован, некоторые его следствия рассмотрены.***

S. Serbenyuk, junior researcher
Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

RATIONAL NUMBERS IN TERMS OF POSITIVE CANTOR SERIES

The article is devoted to the investigation of representation of rational numbers by Cantor series. Criteria of rationality are formulated for the case of an arbitrary sequence (q_k) ***and some its corollaries are considered.***

УДК 517.947

А. Громик, канд. техн. наук, доц.
Подільський державний аграрно-технічний університет, Кам'янець-Подільський,
І. Конет, д-р фіз.-мат. наук, проф., Т. Пилипюк, канд. фіз.-мат. наук
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, Кам'янець-Подільський
E-mail: *gapon74@mail.ru, konet51@ukr.net, t-myh@i.ua*

ГІПЕРБОЛІЧНА КРАЙОВА ЗАДАЧА В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ЦИЛІНДРИЧНО-КРУГОВОМУ ПІВПРОСТОРІ З ПОРОЖНИНОЮ

Методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків (матриць впливу та матриць Гріна) уперше побудовано інтегральне зображення єдиного точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі математичної фізики в кусково-однорідному циліндрично-круговому півпросторі з порожниною.

Вступ. Різноманітні прикладні задачі сучасної теплофізики, термомеханіки, теорії пружності, теорії електричних кіл, теорії коливань приводять до крайових і початково-крайових задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними різних типів (еліптичних, параболічних, гіперболічних) не лише в однорідних областях, коли коефіцієнти рівнянь є неперервними, але й у неоднорідних та кусково-однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівняння є кусково-неперервними чи, зокрема, кусково-сталими [7, 14].

Для досить широкого класу лінійних крайових задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними в кусково-однорідних середовищах ефективним методом побудови їх точних розв'язків виявився метод гібридних інтегральних перетворень, які породжені гібридними диференціальними операторами, коли на кожній компоненті зв'язності кусково-однорідного середовища розглядаються або ж різні диференціальні оператори, або ж диференціальні оператори того самого вигляду, але з різними наборами коефіцієнтів [3, 8–10].

Інтегральні зображення розв'язків гіперболічних крайових задач у необмежених кусково-однорідних циліндрично-кругових середовищах одержано у працях [4, 5, 11, 12]. У цій статті, яка є логічним продовженням [6], ми пропонуємо інтегральне зображення єдиного точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі в напівобмеженому кусково-однорідному циліндрично-круговому півпросторі з циліндричною порожниною.

Постановка задачі. Розглянемо задачу побудови обмеженого на множині

$$D=\{(t,r,\varphi,z): t>0; r\in I_n^+=\bigcup_{j=1}^{n+1} I_j \equiv \bigcup_{j=1}^{n+1}(R_{j-1};R_j),\ R_0>0,\ R_{n+1}=+\infty;\ \varphi\in[0;2\pi); z\in(0;+\infty)\}$$

2π-періодичного щодо кутової змінної φ розв'язку диференціальних рівнянь із частинними похідними гіперболічного типу другого порядку [13] вигляду

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}-\left[a_{rj}^2\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{a_{\varphi j}^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_j+\chi_j^2 u_j=f_j(t,r,\varphi,z),\quad r\in I_j,\quad j=\overline{1,n+1}, \tag{1}$$

із початковими умовами

$$u_j\big|_{t=0}=g_j^1(r,\varphi,z);\quad \frac{\partial u_j}{\partial t}\Big|_{t=0}=g_j^2(r,\varphi,z),\quad r\in I_j,\quad j=\overline{1,n+1}, \tag{2}$$

крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{11}^0\right)u_1\Bigg|_{r=R_0}=g_0(t,\varphi,z),\quad \frac{\partial^s u_{n+1}}{\partial r^s}\Bigg|_{r=+\infty}=0,\quad s=0,1, \tag{3}$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial z}+h\right)u_j\Bigg|_{z=0}=g_j(t,r,\varphi),\quad \frac{\partial^s u_j}{\partial z^s}\Bigg|_{z=+\infty}=0,\quad s=0,1,\ j=\overline{1,n+1}, \tag{4}$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j1}^k\right)u_k-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1}\right]\Bigg|_{r=R_k}=0,\quad j=1,2,\ k=\overline{1,n}, \tag{5}$$

де a_{rj}, $a_{\varphi j}$, a_{zj}, χ_j, α_{js}^k, β_{js}^k – деякі сталі;

$$c_{jk}=\alpha_{2j}^k\beta_{1j}^k-\alpha_{1j}^k\beta_{2j}^k\neq 0;\ c_{1k}\cdot c_{2k}>0;\ \alpha_{11}^0\le 0,\ \beta_{11}^0\ge 0;\ \left|\alpha_{11}^0\right|+\left|\beta_{11}^0\right|\neq 0;$$

$$f(t,r,\varphi,z)=\{f_1(t,r,\varphi,z),f_2(t,r,\varphi,z),\ldots,f_{n+1}(t,r,\varphi,z)\};\ g^1(r,\varphi,z)=\left\{g_1^1(r,\varphi,z),g_2^1(r,\varphi,z),\ldots,g_{n+1}^1(r,\varphi,z)\right\};$$

$$g^2(r,\varphi,z)=\left\{g_1^2(r,\varphi,z),g_2^2(r,\varphi,z),\ldots,g_{n+1}^2(r,\varphi,z)\right\};\quad g(t,r,\varphi)=\{g_1(t,r,\varphi),g_2(t,r,\varphi),\ldots,g_{n+1}(t,r,\varphi)\};\quad g_0(t,\varphi,z)\ –$$

задані обмежені неперервні функції; $u(t,r,\varphi,z)=\{u_1(t,r,\varphi,z),u_2(t,r,\varphi,z),\ldots,u_{n+1}(t,r,\varphi,z)\}$ – шукана функція.

Основний результат. Вважаємо, що розв'язок задачі (1)–(5) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче прямих та обернених інтегральних і гібридних інтегральних перетворень [15, 16, 1]. Побудований за методикою, розвинутою в [6] для напівобмеженого кусково-однорідного циліндрично-кругового півпростору, методом інтегрального перетворення Фур'є на декартовій півосі $(0;+\infty)$ щодо змінної z [15], скінченного інтегрального перетворення Фур'є щодо кутової змінної φ [16] та гібридного інтегрального перетворення типу Вебера на полярній осі I_n^+ з n точками спряження щодо радіальної змінної r [1], єдиний розв'язок гіперболічної крайової задачі (1)–(5) визначають функції

$$u_j(t,r,\varphi,z)=\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}\int_0^{+\infty}E_{jk}(t-\tau,r,\rho,\varphi-\alpha,z,\xi)f_k(\tau,\rho,\alpha,\xi)\sigma_k\rho\, d\xi\, d\alpha\, d\rho\, d\tau+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\sum_{k=1}^{n+1}\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}\int_0^{+\infty}E_{jk}(t,r,\rho,\varphi-\alpha,z,\xi)g_k^1(\rho,\alpha,\xi)\sigma_k\rho\, d\xi\, d\alpha\, d\rho+\sum_{k=1}^{n+1}\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}\int_0^{+\infty}E_{jk}(t,r,\rho,\varphi-\alpha,z,\xi)g_k^2(\rho,\alpha,\xi)\sigma_k\rho\, d\xi\, d\alpha\, d\rho+$$

$$+\sum_{k=1}^{n+1}a_{zk}^2\int_0^t\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}W_{jk}(t-\tau,r,\varphi-\alpha,z)g_k(\tau,\rho,\alpha)\sigma_k\rho\, d\alpha\, d\rho\, d\tau+\int_0^t\int_0^{2\pi}\int_0^{+\infty}W_{jr}(t-\tau,r,\varphi-\alpha,z,\xi)g_0(\tau,\alpha,\xi)\, d\xi\, d\alpha\, d\rho\, d\tau,\ j=\overline{1,n+1}. \tag{6}$$

У формулах (6) застосовано компоненти

$$E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,\xi)=\frac{1}{2\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}G(t,\lambda,\sigma)K(z,\sigma)K(\xi,\sigma)V_j(r,\lambda)V_k(\rho,\lambda)\Omega(\lambda)\, d\lambda\, d\sigma\cos(m\varphi)$$

матриці впливу (функції впливу), компоненти $W_{jk}(t,r,\varphi,z)=E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,0)$ тангенціальної матриці Гріна (тангенціальні функції Гріна) та компоненти $W_{jr}(t,r,\varphi,z,\xi)=-a_1^2R_0\sigma_1(\alpha_{11}^0)^{-1}E_{j1}(t,r,R_0,\varphi,z,\xi)$ радіальної матриці Гріна (радіальні функції Гріна) розглянутої задачі, де $G(t,\lambda,\sigma)=\dfrac{\sin(\Delta(\lambda,\sigma)t)}{\Delta(\lambda,\sigma)}$, $\Delta^2(\lambda,\sigma)=\lambda^2+a_{z1}^2\sigma^2+\chi_1^2$.

Із використанням властивостей функцій впливу $E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,\xi)$ і функцій Гріна $W_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z)$, $W_{jr}(t,r,\varphi,z,\xi)$ безпосередньо перевіряємо, чи будуть функції $u_j(t,r,\varphi,z)$, які визначені формулами (6), задовольняти рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (4) та умови спряження (5) у сенсі теорії узагальнених функцій [17].

Єдиність розв'язку (6) випливає із його структури (інтегрального зображення) та єдиності головних розв'язків (матриць впливу і матриць Гріна) задачі (1)–(5).

Методами із [2, 17] можна довести, що за відповідних умов на вихідні дані, формули (6) визначають обмежений класичний розв'язок гіперболічної початково-крайової задачі спряження (1)–(5).

Підсумком викладеного вище є така теорема.

Теорема. *Якщо функції* $f_j(t,r,\varphi,z)$, $g_j^1(r,\varphi,z)$, $g_j^2(r,\varphi,z)$, $g_j(t,r,\varphi)$ *задовольняють умови:*

1) *двічі неперервно диференційовані за кожною змінною;*
2) *мають обмежену варіацію за геометричними змінними;*
3) *абсолютно сумовні за змінною* z *на* $(0;+\infty)$;
4) *абсолютно сумовні з ваговою функцією* $\rho(r)=r\sigma(r)$ *на проміжку* I_n^+;
5) *справджують умови спряження, а функція* $g_0(t,\varphi,z)$, *двічі неперервно диференційована за кожною змінною, має обмежену варіацію за геометричними змінними, абсолютно сумовна за змінною* z *на півосі* $(0;+\infty)$, *то гіперболічна початково-крайова задача спряження (1)–(5) має єдиний обмежений класичний розв'язок, який визначається за формулою (6).*

Зауваження 1. У випадку $a_{rj}=a_{\varphi j}=a_{zj}\equiv a_j>0$ формули (6) визначають структуру розв'язку гіперболічної крайової задачі (1)–(5) в ізотропному кусково-однорідному циліндрично-круговому півпросторі з циліндричною порожниною.

Зауваження 2. Параметри $\alpha_{11}^0,\beta_{11}^0$ дозволяють виділяти із формул (6) розв'язки початково-крайових задач спряження у випадках задання на радіальній поверхні $r=R_0$ крайової умови 1-го роду $(\alpha_{11}^0=0,\beta_{11}^0=1)$, 2-го роду $(\alpha_{11}^0=-1,\beta_{11}^0=0)$ та 3-го роду $(\alpha_{11}^0=-1,\beta_{11}^0\equiv\beta>0)$.

Зауваження 3. Параметр h дозволяє виділяти із формул (6) розв'язки початково-крайових задач у випадках задання на площині $z=0$ крайової умови 1-го роду $(h\to\infty)$ та 2-го роду $(h\to+0)$.

Зауваження 4. Аналіз розв'язку (6) залежно від аналітичного виразу функцій $f_j(t,r,\varphi,z)$, $g_j^1(r,\varphi,z)$, $g_j^2(r,\varphi,z)$, $g_j(t,r,\varphi)$, $g_0(t,\varphi,z)$ проводиться безпосередньо із загальних структур.

Зауваження 5. У випадку $\chi_j\equiv 0$ рівняння (1) є класичним тривимірним неоднорідним хвильовим рівнянням (рівнянням коливань) для ортотропного середовища у циліндричній системі координат.

Зауваження 6. У випадку $\alpha_{11}^k=0,\ \beta_{11}^k=1;\ \alpha_{12}^k=0,\ \beta_{12}^k=1;\ \alpha_{21}^k=E_1^k,\ \beta_{21}^k=0;\ \alpha_{22}^k=E_2^k,\ \beta_{22}^k=0,$ де E_1^k, E_2^k – модулі Юнга ($k=\overline{1,n}$,), умови спряження (5) збігаються із класичними умовами ідеального механічного контакту.

Таким чином, у зазначених випадках 5, 6 розглянута гіперболічна крайова задача математичної фізики (1)–(5) є математичною моделлю вимушених коливних процесів у кусково-однорідному циліндрично-круговому півпросторі із циліндричною порожниною.

Висновки. Методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків (функцій впливу та функцій Гріна) уперше побудовано інтегральне зображення єдиного точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі математичної фізики в кусково-однорідному циліндрично-круговому півпросторі з циліндричною порожниною. Одержаний розв'язок носить алгоритмічний характер, неперервно залежить від параметрів і даних задачі й може використовуватись як у подальших теоретичних дослідженнях, так і у практиці інженерних розрахунків реальних процесів, які моделюються гіперболічними крайовими задачами математичної фізики кусково-однорідних середовищ.

Список використаних джерел

1. *Быблив О. Я.* Гибридные интегральные преобразования Вебера для кусочно-однородной полярной оси / О. Я. Быблив, М. П. Ленюк // Изв. вузов. Математика. – 1987. – № 7. – С. 3–11.
2. *Гельфанд И. М.* Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов. – М. : Физматгиз, 1958.
3. *Громик А. П.* Температурні поля в кусково-однорідних просторових середовищах / А. П. Громик, І. М. Конет, М. П. Ленюк. – Кам'янець-Подільський : Абетка-Світ, 2011.
4. *Громик А. П.* Інтегральне зображення розв'язку гіперболічної крайової задачі в неоднорідному циліндрично-круговому просторі // *А. П. Громик,* І. М. Конет, Т. М. Пилипюк // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія : фізико-математичні науки : зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2015. – Вип. 12. – С. 27–37.
5. *Громик А. П.* Інтегральне зображення розв'язку гіперболічної крайової задачі в неоднорідному циліндрично-круговому просторі з циліндричною порожниною// А. П. Громик, І. М. Конет, Т. М. Пилипюк // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія : фізико-математичні науки : зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2015. – Вип. 13. – С. 45–55.
6. *Громик А. П.* Гіперболічна крайова задача в кусково-однорідному циліндрично-круговому півпросторі // А. П. Громик, І. М. Конет, Т. М. Пилипюк // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2017. – Вип. 1(37).
7. *Дейнека В. С.* Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В.С. Дейнека, И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий. – К. : Наук. думка, 1998.

8. *Конет І. М.* Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях / І. М. Конет, М. П. Ленюк. – Чернівці : Прут, 2004.
9. *Конет І. М.* Гіперболічні крайові задачі математичної фізики в кусково-однорідних просторових середовищах / І. М. Конет. – Кам'янець-Подільський : Абетка-Світ, 2013.
10. *Конет І. М.* Параболічні крайові задачі в кусково-однорідних середовищах / І. М. Конет, Т. М. Пилипюк. – Кам'янець-Подільський : Абетка-Світ, 2016.
11. *Конет І. М.* Гіперболічна крайова задача для необмеженого кусково-однорідного циліндра / І. М. Конет, Т. М. Пилипюк // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2016. – Вип. 2(36). – С. 22–27.
12. *Конет І. М.* Гіперболічна крайова задача для необмеженого кусково-однорідного порожнистого циліндра // І. М. Конет, Т. М. Пилипюк // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: фізико-математичні науки: зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2016. – Вип. 14. – С. 25–35.
13. *Перестюк М. О.* Теорія рівнянь математичної фізики / М. О. Перестюк, В. В. Маринець. – К. : Либідь, 2006.
14. *Сергиенко И. В.* Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. – К. : Наук. думка, 1991.
15. *Снеддон И.* Преобразования Фурье / И. Снеддон. – М. : ИЛ, 1955.
16. *Трантер К. Дж.* Интегральные преобразования в математической физике / К. Дж. Трантер. – М. : Гостехтеориздат, 1956.
17. *Шилов Г. Е.* Математический анализ. Второй специальный курс / Г. Е. Шилов. – М. : Наука, 1965.

Надійшла до редколегії 05.12.16

А. Громик, канд. техн. наук, доц.
Подольский государственный аграрно-технический университет, Каменец-Подольский, Украина,
И. Конет, д-р физ.-мат. наук, проф., Т. Пилипюк, канд. физ.-мат. наук
Каменец-Подольский национальный университет имени Ивана Огиенко, Каменец-Подольский, Украина

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИ-КРУГОВОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С ПОЛОСТЬЮ

Методом интегральных и гибридных интегральных преобразований в сочетании с методом главных решений (матриц влияния и матриц Грина) впервые построено интегральное представление единственного точного аналитического решения гиперболической краевой задачи математической физики в кусочно-однородном цилиндрически-круговом полупространстве с полостью.

A. Gromyk, PhD
Podolski State Agricultural and Technical University, Kamianets-Podilsky, Ukraine,
I. Konet, Full Doctor, Prof., T. Pylypiuk, PhD
Kamianets-Podilsky Ivan Ohienko National University, Kamianets-Podilsky, Ukraine

HYPERBOLIC BOUNDARY VALUE PROBLEM IN PIECEWISE-HOMOGENEOUS CYLINDRICALLY-CIRCULAR HALFSPACE WITH CAVITY

By means of method of integral and hybrid integral transforms in combination with the method of principal solutions (influence matrix and Green's matrix) the integral image of the only exact analytical solution of hyperbolic boundary value problem of mathematical physics in piecewise-homogeneous cylindrically-circular halfspace with cavity is constructed for the first time.

УДК 519.21

Н. Аюбова, асп., О. Курченко, д-р фіз.-мат. наук
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ
E-mail: *n.aiubova@gmail.com, olkurchenko@ukr.net*

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРА ХЮРСТА ДРОБОВОГО БРОУНІВСЬКОГО РУХУ В МОДЕЛІ РЕАЛЬНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Отримано консистентну оцінку параметра Хюрста дробового броунівського руху в моделі реальних вимірювань. Побудовано неасимптотичні довірчі інтервали.

Вступ. Випадковий гауссів процес $\xi_H(t),\ t\in\mathrm{R}$, із нульовим середнім та коваріаційною функцією

$$B_H(s,t)=\frac{1}{2}\left(|t|^{2H}+|s|^{2H}-|t-s|^{2H}\right),\ t,s\in\mathrm{R},$$

називається випадковим процесом дробового броунівського руху з параметром Хюрста $H\in(0,1)$.

Задача статистичного оцінювання параметра Хюрста дробового броунівського руху виникла в сучасних моделях гідромеханіки, метеорології, актуарної та фінансової математики і досліджувалася багатьма авторами. У статтях [4, 7, 8] для оцінювання параметра Хюрста були застосовані бакстерівські суми. На відміну від інших методів, метод бакстерівських сум дозволяє отримувати неасимптотичні довірчі інтервали. Теореми Леві – Бакстера забезпечують консистентність відповідних оцінок. Монографія [9] Пракаса Рао містить підрозділ, в якому розглянуто оцінювання параметрів методом бакстерівських сум.

Останнім часом зріс інтерес до задач оцінювання невідомих параметрів у моделях з похибками у спостереженнях. Так, у монографії [3] досліджено моделі регресії з похибками вимірювання.

Реальне вимірювання значення випадкового процесу в точці здійснюється приладом, що має певну інерційність. Тому замість значення випадкового процесу $\xi(t)$ у момент часу t, прилад видає значення інтеграла $\int_A \xi(s)\varphi(s)\,ds$, де A – деякий окіл точки t, $\varphi(s)$ – функція, що характеризує прилад [1].

У цій статті отримано консистентну оцінку параметра Хюрста випадкового процесу дробового броунівського руху за спостереженнями, які здійснювалися приладом, що має певну інерційність. Пбудовано неасимптотичні довірчі інтервали для цієї оцінки.