

УДК 531.51; 531- 4

К. Ропотенко, гол. спеціаліст

ЕНЕРГІЯ ВАКУУМУ, СПЕКТР ДЕ СІТТЕРА І ПОВЕРНЕННЯ ПУАНКАРЕ

Показано, що добре відоме співвідношення між ентропією системи і її енергетичним спектром, коли його застосувати до раннього Всесвіту, визначає сучасну енергію вакууму і часовий масштаб, на якому ця енергія може проявитися. І навпаки, якщо сучасна енергія вакууму задана, співвідношення визначає ентропію раннього Всесвіту.

It is shown that a well-known relation between entropy of a system and its energy spectrum being applied to the early universe determines the present vacuum energy and the time scale on which this energy can manifest itself. And conversely, given the present vacuum energy, the relation determines the entropy of the early universe.

Вступ. Як відомо, сучасні астрономічні дані свідчать на користь прискореного розширення Всесвіту, що може бути спричинене вакуумом з густиною енергії $\rho_0 \sim 10^{-47} \text{ ГеВ}^4$. Це становить відому, але до цього часу нерозв'язану, проблему космологічної постійної (енергія вакууму пов'язана з космологічною постійною Λ як $\rho = \Lambda/8\pi G$). Два питання, пов'язані з цією проблемою, є такі [1]:

Чому енергія вакууму так мала? Тобто чому $\rho_0 \sim 10^{-123} \rho_P$?

Тут ρ_P - густина енергії Планка, $\rho_P \sim 10^{76} \text{ ГеВ}^4$ і $\rho_P \sim M_P^4$, де M_P - маса Планка, $M_P \sim 10^{19} \text{ ГеВ}$.

Чому енергія вакууму проявилась саме в сучасну епоху?

Як відомо, світ Фрідмана, у якому домінує вакуумна форма матерії, це світ де Сіттера. Якщо прискорене розширення Всесвіту спричинене дією вакууму, то наш Всесвіт у майбутньому стане статичним світом де Сіттера. У цій доповіді ми спробуємо показати, що зазначені дві проблеми тісно пов'язані і мають спільне рішення, якщо ми припустимо, що ранній інфляційний Всесвіт є термодинамічною флуктуацією майбутнього світу де Сіттера. Як наслідок, ми знайдемо співвідношення між енергією вакууму в сучасну епоху і ентропією раннього Всесвіту. Таким чином, ми пов'яжемо між собою дві важливі космологічні величини. Пошук подібних співвідношень є одним із ключів до проблеми космологічної постійної [1]. З іншого боку, оскільки значення ентропії раннього Всесвіту відоме тільки у певних межах, це дасть змогу уточнити її значення.

Енергетичний спектр світу де Сіттера. Як відомо [2], статичний світ де Сіттера є термодинамічною системою з температурою Гіббонса-Хокінга:

$$T_{GH} = \frac{H}{2\pi},$$

де H - постійна Хаббла, і ентропією $S = \frac{\pi M_P^2}{H^2}$.

Величиною, яка допоможе нам пов'язати сучасну енергію вакууму з ентропією раннього Всесвіту є середня відстань між енергетичними рівнями світу де Сіттера. Згідно з означенням [3]:

$$\Delta E = \delta E \cdot e^{-S(E)},$$

де δE - середня флуктуація енергії в системі. Щоб застосувати це співвідношення до світу де Сіттера, потрібно знайти δE . Оскільки світ де Сіттера є розв'язком рівнянь Ейнштейна для матерії з ненульовим тиском, перший закон термодинаміки для світу де Сіттера має вигляд [4]:

$$dE = T_{GH} dS - p dV,$$

де тиск p пов'язаний з густиною енергії ρ співвідношенням $p = -\rho = -\frac{3H^2}{8\pi G}$ і V - координатний об'єм Хаббла, $V = \frac{4\pi}{3H^3}$.

Згідно з означенням [3], середньоквадратична флуктуація енергії $\langle (\delta E)^2 \rangle = C_V^2 T$, де C_V - теплоємність системи при сталому тиску $C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V$.

Оскільки для світу де Сіттера $C_V = \frac{\pi M_P^2}{H^2}$, то $\delta E \sim M_P$.

Таким чином, середня відстань між рівнями енергії світу де Сіттера дорівнює

$$\Delta E = M_P e^{-S(E)}.$$

Згідно з правилом Бора цій енергії відповідає певна частота. Єдиною величиною з розмірністю частоти у світі де Сіттера є постійна Хаббла, яка визначає темп розширення світу. Отже, ми можемо покласти [5]:

$$M_P e^{-S(H_i)} \sim H_f. \quad (1)$$

Зауважимо, що значення постійної Хаббла з лівого і правого боку цього співвідношення не співпадають. Зліва H_i - це задана початкова величина. Ми будемо вважати, що H_i - це постійна Хаббла в епоху раннього інфляційного Всесвіту. справа H_f - це шукана величина: вона відповідає світу, темп розширення якого є такий же, як середня відстань між рівнями енергії раннього інфляційного світу Всесвіту. Загальноприйнято, що найімовірніші значення H_i займають проміжок від величини Планка $\sim 10^{19}$ ГеВ до величини теорій великого об'єднання $\sim 10^{13}$ ГеВ. Цей проміжок значень H_i відповідає проміжку значень ентропії $S_i \sim 1 - 10^{12}$ ($H_i \sim 10^{19} - 10^{13}$ ГеВ). Важливим є те, що якщо ми візьмемо значення $S_i \sim 10^{2.15}$ ($H_i \sim 10^{17.8}$ ГеВ) із цього проміжку і підставимо в (1), то отримаємо $H_f \sim 10^{-42}$ ГеВ і $\rho_f \sim 10^{-47}$ ГеВ⁴. Ці значення співпадають зі значеннями постійної Хаббла H_0 і густини енергії вакууму ρ_0 в сучасну епоху. Однак, чи ρ_f є густиною енергії саме вакууму?

Повернення Пуанкаре. Спектр (1) визначає новий часовий масштаб

$$t_f \sim M_P^{-1} e^{S(H_i)} \quad (2)$$

Це співвідношення може бути переписане як

$$t_f \sim t_P \cdot \Omega,$$

де $t_P \sim M_P^{-1}$ - час Планка, який є час переходу від одного квантового стану до іншого, і Ω - загальна кількість станів у ранньому інфляційному світі де Сіттера, $\Omega = e^{S(H_i)}$. Важливим є те, що час t_f експоненціально залежить від ентропії. Така залежність є характерною особливістю часу повернення Пуанкаре. Згідно з теоремою Пуанкаре [5], час повернення Пуанкаре T_r - це час, необхідний замкнутій консервативній системі щоб повернутись в окіл своєї початкової точки у фазовому просторі. Якщо прискорене розширення нашого Всесвіту спричинене дією вакууму, то у майбутньому наш Всесвіт стане статичним світом де Сіттера. Згідно з Хокінгом і Гіббонсом [2], такий світ де Сіттера є замкнутою термодинамічною системою, до якої може бути застосовна теорема Пуанкаре. Таким чином ми можемо ототожнити t_f з часом повернення Пуанкаре для світу де Сіттера:

$$t_f \equiv T_r$$

Можна вважати, що історія Всесвіту є переходом від ранньої епохи де Сіттера, в якій густина енергії вакууму була дуже великою, до майбутньої епохи де Сіттера, яка характеризується дуже малою густиною енергії вакууму. З іншого боку, це є перехід від дуже малої до дуже великої ентропії. Це узгоджується з космологічною стрілою часу. Близько століття тому Больцман запропонував розв'язок проблеми "теплової смерті" Всесвіту, згідно з яким наш Всесвіт є рідкісна флуктуація стану термодинамічної рівноваги. Нещодавно Dyson, Kleban і Susskind [6] запропонували тлумачити майбутній світ де Сіттера як такий рівноважний стан. Тоді інші світи можуть виникати як флуктуації цього стану. Наші оцінки узгоджуються з цим припущенням. Якщо P_i є ймовірністю такої флуктуації, то час T_r може бути визначений із співвідношення $\frac{t_P}{T_r} = P_i$.

Згідно з оцінками інфляційної космології [8]: $P_i \sim e^{-S(H_i)}$.

Таким чином, час повернення Пуанкаре:

$$T_r = t_P e^{S_i},$$

що співпадає з (2), як і повинно бути. Оскільки для $S_i \sim 10^{2.15}$ час $t_f \sim 10^{17}$ сек, ми можемо сказати, що наш Всесвіт повертається до стану термодинамічної рівноваги і ми всі є учасниками цього процесу. Оскільки майбутній стан нашого Всесвіту - це стан з домінуванням вакууму, ми можемо сказати, що через час T_r світ знову повертається до вакуумного стану і, отже, $\rho_f \sim 10^{-47}$ ГеВ⁴ характеризує саме вакуумний стан. Хоча проміжок можливих значень S_i є природнім і порівняно вузьким, ми все ж вибрали навмисно значення $S_i \sim 10^{2.15}$, щоб отримати сучасне значення енергії вакууму. Тому співвідношення (1) фактично дає змогу знайти значення ентропії раннього інфляційного

Всесвіту за допомогою значення густини енергії вакууму в сучасну епоху. Тобто замість того, щоб питати: "Чому густина енергії вакууму сьогодні становить $\rho_0 \sim 10^{-47} \text{ ГеВ}^4$?", ми повинні запитати: "Чому ентропія раннього інфляційного Всесвіту становила $S_i \sim 10^{2.15}$?"

1. *Nobbenhuis S.* Categorizing different approaches to the cosmological constant problem // *Found.Phys.* – 2006.– Vol. 36. – P. 613–680. 2. *Gibbons G.W., Hawking S.W.* Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation// *Phys.Rev.D.* – 1977.- Vol. 15. – P. 2738–2751. 3. *Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. ч.1. – М.: Наука, 1976. 4. *Padmanabhan T.* Classical and quantum thermodynamics of horizons in spherically symmetric spacetimes // *Class.Quant.Grav.* – 2002. – Vol. 19. – P. 5387. 5. *Ropotenko K.* A note on vacuum energy from the de Sitter spectrum // *Class.Quant.Grav.* – 2007. – Vol. 24. – P. 5721. 6. *Хуанг К.* Статистическая механика. – М.: Мир, 1966. 7. *Dyson L., Kleban M. and Susskind L.* Disturbing implications of a cosmological constant // *JHEP.* – 2002 – Vol. 10. – P. 011. 8. *Линде А.* Инфляционная космология и физика элементарных частиц. – М.: Наука, 1990.

Надійшла до редколегії 30.06.11