С. Шатохина, мл. науч. сотрудник,

Л. Казанцева, канд. физ.-мат наук,

В. Андрук, науч. сотрудник,

Ю. Процюк, канд. физ.-мат наук,

Астрономическая обсерватория Киевского университета имени Тараса Шевченко, Главная Астрономическая Обсерватория НАН Украины

### СИСТЕМА ПЛУТОНА ИЗ ОЦИФРОВАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ФОТОГРАФИЧЕСКИХ ПЛАСТИНОК

Планетная система Плутона вследствие своей удаленности, недавнего открытия компонент и недостаточности данных наблюдений остается малоизученной. Современный подход к переобработке ранних наблюдений Плутона с испоъльзовнием новых технологий измерений и обработки может быть эффективным для построения моделей планетной системы и теории ее движения. Как результат совместных усилий трех украинских обсерваторий – участников проэкта УкрВО – собраны, оцифрованы и обработаны наблюдения Плутона за 1961–1990 гг., которые вошли в объединенный архив УкрВО. С использованием единых методик оцифровакы астронегативов и дальнейшей их обработки для наблюдений 5 телескопов получен каталог положений и звездных величин системы Плутона. Проведен анализ полученых (О-С) положений и звездных величин по отношению к современным стандартным эфемеридам движения планети и сравнение с результатами оброботок других авторов.

S. Shatohina, junior researcher, L. Kazantzeva, Ph.D., V. Andruk, researcher, Ju. Protziuk, Ph.D. Astronomical observatory of National Taras Shevchenko University of Kyiv, Main Astronomical Observatory of the NAS of Ukraine

#### PLUTO SYSTEM FOR DIGITIZED IMAGES OF PHOTOPLATES

Pluto's planetary system, because of its remoteness, the recent discovery of components and lack of observational data remains understudied. Modern approach to re-processing early observations of Pluto with new technologies and measurements can be an effective treatment for building models of planetary systems and the theory of motion. As a result of combining the efforts of three Ukrainian observatories – the project participants UkrVO - collected, digitized and processed observations of Pluto during 1961–1990 included in the Joint Digital Archive of UkrVO. Using common techniques astronomy negative digitization and further processing for observations obtained 5 telescopes catalogue positions and magnitudes of Pluto. An analysis of the (O-C) in the position and magnitude relative to the current standard ephemeris motion of the planet and comparison with the results of other authors treatments.

УДК 524.8

В. І. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф., О. М. Александров, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб., О. С. Сташко, студ. фіз. ф-ту Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка

## МІКРОЛІНЗУВАННЯ ПРОТЯЖНИМИ СТРУКТУРАМИ З СФЕРИЧНО-СИМЕТРИЧНИМ РОЗПОДІЛОМ МАСИ

Розглянуто мікролінзування точкового віддаленого джерела на одиночних протяжних структурах, що можуть представляти згустки темної матерії, з сферично-симетричним розподілом маси без особливості у центрі. Проведено аналітичний аналіз лінзового відображення, визначено області параметрів, що відповідають різній кількості зображень точкового джерела. Розраховано залежності коефіцієнту підсилення від часу (криві підсилення), що виникають при відносному русі джерела та мікролінзи. Показано, що для широкого діапазону параметрів криві підсилення протяжної мікролінзи важко відрізнити від аналогічних кривих в стандартній моделі точкової мікролінзи на сучасному рівні фотометричної точності.

Значні зусилля наукової спільноти направлені на з'ясування мікроскопічної будови темної матерії (ТМ), яка складає приблизно 25 % космологічної густини. На цьому шляху важливо з'ясувати властивості ТМ щодо кластеризації, тобто можливість ТМ утворювати масивні об'єкти на різних масштабах. Нижня межа маси цих об'єктів залежить від конкретної моделі ТМ і може мати порядок  $10^{-6} M_{\odot}$  і навіть  $10^{-12} M_{\odot}$  [1, 2]. Гравітаційне мікролінзування є слушним засобом для того, щоб підтвердити або заперечити існування подібних структур і тим самим дати аргументи на користь або проти певних теорій ТМ. Існує декілька спостережних програм, таких як EROS, OGLE (див., напр., [3, 4]) та ін., результатом яких є криві блиску віддалених зірок в подіях мікролінзування на проміжних масах нашої Галактики. У випадку мікролінзування на протяжній структурі крива блиску має відрізнятися від кривої блиску у випадку точкової лінзи. Питання полягає в тому, наскільки значні ці відмінності і чи можна їх зареєструвати сучасними засобами. Подібні питання розглядалися в роботах [5-7] шляхом прямого розгляду модельних лінзових відображень. Разом із тим представляє інтерес моделювання виходячи безпосередньо з розподілу маси протяжної структури.

У даній роботі розглянуто процес мікролінзування на протяжному сферично-симетричному утворенні – протяжному згустку з характерним розміром  $r_s$ . Зауважимо, що за  $r_s << R_E$ , де  $R_E$  – радіус Ейнштейна, що відповідає масі згустку, фактично матимемо задачу з стандартною точковою лінзою; навпаки, за  $r_s >> R_E$  слід очікувати ефекти, аналогічні до задачі з сталим розподілом неперервної матерії (зокрема, TM), що раніше вивчалися у багатьох роботах. Тому основну увагу приділимо випадку, коли  $r_s$  одного порядку з  $R_E$ .

Розглянемо сферично-симетричний профіль розподілу густини протяжної мікролінзи

ſ

$$p(r,z) = \frac{\rho_0 R^{\beta}}{(r^2 + z^2 + R^2)^{\beta/2}},$$
(1)

записаний у циліндричних координатах *r*, *φ*, *z*; параметр *R* визначає характерний розмір згустку. Цей профіль є частковим випадком узагальненого профілю NFW (див., напр., [8]), що відповідає відсутності особливості у центрі.

**1. Рівняння лінзи: аналітичні оцінки.** Далі вважаємо  $\beta > 3$ , щоб уникнути проблем зі збіжністю. Для аналізу системи, що має профіль (1), потрібно мати спроектовану на площину лінзи густину маси  $\sigma(r) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho(r, z)$  та масу

 $M(r) = 2\pi \int \sigma(x) x \, dx$  на площині лінзи всередині кола радіуса r. Рівняння лінзи має вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \left( 1 - \frac{R_E^2 M(r)}{M_t r^2} \right), \tag{2}$$

де *M<sub>t</sub>* = *M*(∞) – повна маса згустку, а *R<sub>E</sub>* – радіус кільця Ейнштейна для цієї маси у площині зображень; **х**, **у** – двовимірні вектори відповідно у площині зображень (площині лінзи) та у площині джерела; *r* =| **x** | .

У випадку густини (1)

$$M(r) = \kappa \rho_0 R^{\beta} \left[ \frac{1}{R^{\beta-3}} - \frac{1}{\left(r^2 + R^2\right)^{\frac{\beta-3}{2}}} \right], \quad \kappa = \frac{2\pi^{3/2}}{\beta-3} \frac{\Gamma\left(\frac{\beta-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\beta}{2}\right)}.$$
(3)

Рівняння лінзи після перемасштабування довжини  $\mathbf{x} \to L\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y} \to L\mathbf{y}$ ,  $R \to LR$  , де  $L = M_t / (\kappa \rho_0 R_E^2)$ , має вид

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{r} f(r), \ \text{de} \ f(r) = r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\left(r^2 + R^2\right)^{\gamma}} - \frac{1}{R^{2\gamma}} \right], \ \gamma = \frac{\beta - 3}{2}.$$
(4)

3 рівняння (4) маємо

$$\mathbf{y} = \left| \mathbf{f}(\mathbf{r}) \right|, \quad \mathbf{y} = \left| \mathbf{y} \right|. \tag{5}$$

Коефіцієнт підсилення точкового джерела для зображення з положенням х визначається формулою

$$K(r) = |D(r)|^{-1},$$
 (3)

де

$$D(r) = \det \left\| \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right\| = \frac{1}{r} f(r) \frac{\partial}{\partial r} f(r), \quad r = |\mathbf{x}|.$$

Перш за все проаналізуємо знак f(r). Маємо f(0) = 0, причому простий розгляд показує, що в околі нуля f(r) спадає, якщо  $R < \gamma^{\lambda}$ ,  $\lambda = [2(\gamma + 1)]^{-1}$ , та зростає, якщо  $R > \gamma^{\lambda}$ . Як побачимо далі, остання умова є достатньою для того, щоб функція f(r) була додатною на усьому проміжку r > 0. Для цього зручно розглянути F(r) = r f(r), знак якої збігається з f(r). Легко бачити, що єдиний мінімум цієї функції досягається при  $r = r_{\min} \equiv [\gamma^{2\lambda} - R^2]^{1/2}$ , що можливо тоді й тільки тоді, якщо  $R < \gamma^{\lambda}$ . У точці мінімуму  $F(r_{\min}) = \gamma^{2\lambda} + \gamma^{-2\gamma\lambda} - (R^2 + R^{-2\gamma})$ . Аналіз функції  $R^2 + R^{-2\gamma}$  на мінімум дає:  $R^2 + R^{-2\gamma} \ge \min\{R^2 + R^{-2\gamma}\} = \gamma^{2\lambda} + \gamma^{-2\gamma\lambda}$  при  $R = \gamma^{\lambda}$ , тому  $F(r_{\min}) < 0$  при  $R < \gamma^{\lambda}$ . Після проходження мінімум, при  $r > r_{\min}$  функція F(r) є монотонно зростаючою і вона перетинає вісь абсцис у єдиній точці  $r_{cr} > 0 : F(r_{cr}) = 0$ .

Таким чином, при  $R < \gamma^{\lambda}$  функція f(r) спочатку стає від'ємною, а потім проходить через нуль:  $f(r_{cr}) = 0$  у точці  $r = r_{cr}$ , яка є критичною точкою лінзового відображення, причому вона відображається в ізольовану каустичну точку  $\mathbf{y} = 0$ . Крім цієї точки при  $R < \gamma^{\lambda}$  існує критична крива – коло з радіусом  $r_{max}^{*}$ , де точка  $r = r_{max}^{*}$  є точкою мінімуму функції f(r) (максимуму |f(r)|). При  $0 < y < |f(r_{max}^{*})|$  існує три перетини кривої |f(r)| з прямою y = const, які відповідають трьом різним зображенням точкового джерела у лінзовій системі з різною парністю.



Рис. 1. Вигляд графіків функцій |f(r)|у випадку  $R < \gamma^{\lambda}$  (суцільна лінія) та у випадку  $R > \gamma^{\lambda}$  (штрихова лінія)



Рис. 2. Залежності коефіцієнтів підсилення від відстані до центру у випадку *R* < γ<sup>λ</sup>. Суцільна крива – основне зображення; пунктирні – додаткові зображення, що виникають усередині каустики *y* = *y*<sub>c</sub>

На критичній кривій  $r = r_{max}$  (коло) підсилення нескінченне; їй відповідає колова каустика радіусу  $y_c = \left| f(r_{max}) \right|$ . При  $R > \gamma^{\lambda}$  каустик немає, зображення лише одне, його підсилення є скінченним. Якісний вид залежності коефіцієнту підсилення від часу за умови  $R < \gamma^{\lambda}$  показано на рис. З у випадку, коли лінза рухається прямолінійно і рівномірно відносно променя зору і двічі перетинає каустику. Тут показано дві таких залежності, що мають симетричний вигляд і містять по дві пікові події, коли коефіцієнт підсилення прямує до нескінченності. Оскільки подібні криві блиску реально не спостерігалися, далі зосередимося на випадку  $R > \gamma^{\lambda}$ . З іншого боку, скоріше за все, що густина протяжних структур, якщо вони дійсно існують в нашій Галактиці, не є значною, і зазначена умова охоплює саме цей випадок.





Рис. 3. Якісний вигляд кривих підсилення за наявності перетинів каустик в моделі (4) у випадку лінійному русі лінзи. Пунктирна лінія: (1)  $\beta = 4.5$ ,  $R = 0.7\gamma^{\lambda}$ ,  $\rho = 0.5$ ;

суцільна лінія (2) –  $\beta = 3.5$  ,  $R = 0.5 \gamma^{\lambda}$  , p = 0.1



**2. Оцінки необхідної точності спостережень.** Передусім оцінимо необхідну точність, з якою треба спостерігати криву блиску. З формули (3) маємо (максимальне) підсилення при *r* = 0 (центр лінзи на промені зору):

$$K(0) = \left[1 - \left(\gamma / R^{2(\gamma+1)}\right)^2\right]^{-1}$$

Для спостереження "сигналу" від протяжного згустку необхідно мати достатню точність фотометричних спостережень, яка принаймні має бути того ж порядку, що й точність визначення коефіцієнту підсилення  $\delta <<1$ . Для оцінок можна покласти  $\delta \sim 0.02 \div 0.04$ . Звідси можливість зареєструвати подію має місце при  $R < (\gamma / \sqrt{\delta})^{\lambda} \sim (5 \div 7)\gamma$ . За більших R підсилення є занадто слабким, щоб його можливо було спостерігати.

Тут, однак, виникає інша проблема: крива блиску при мікролінзуванні протяжною масою може бути досить схожою на криву блиску у разі точкової лінзи. Для перевірки було побудовано набори кривих підсилення K(t) для різних  $R, \gamma$  у випадку, коли  $R = \gamma^{\lambda}$ , а центр лінзи рухається з сталою швидкістю V вздовж прямої у площині зображень з прицільною відстанню р відносно променя зору. При цьому залежність відстані до центру від часу  $r(t) = [p^2 + V^2 t^2]$ . У вихідних кривих покладено V = 1; кожна така крива після відповідної підгонки апроксимувалася кривою підсилення K<sub>s</sub>(t) для точкової мікролінзи (з іншими V, p) таким чином, щоб забезпечити співпадіння в максимумі (з точністю 10<sup>-3</sup> ÷10<sup>-4</sup>). Для кожної такої кривої отримано оцінку максимальної різниці зазначених кривих  $\delta_m = \max |K(t) - K_s(t)|$ . Найбільше значення слід очікувати для граничного випадку



Рис. 5. Різниця δ між залежностями коефіцієнтів підсилення від часу у разі мікролінзовання точкового джерела на протяжній та точковій лінзі для  $R = \gamma^{\lambda}$ . Центр лінзи рухається вздовж прямої у площині зображень з прицільною відстанню *р* відносно променя зору

 $R = \gamma^{\lambda}$ , оцінки для якого показано на рис. 5. Найбільше значення на рис. 5 відповідає прицільному параметру p = 0.1, при цьому коефіцієнт підсилення досягав  $K \sim 8 \div 10$ . У таких подіях відмінності кривих блиску можне було б зареєструвати в межах сучасної точності. Однак події з таким малим p малоймовірні. Варіанти з p = 0.5 та p = 1 більш ймовірні, однак, як видно з графіків, у цих випадках криві блиску важко відрізнити від моделей точкового джерела в рамках існуючої точності.

Зазначимо, що результати даної роботи в цілому відповідають результатам, отриманим в [7] у рамках інших моделей лінзування. Загальний висновок полягає в тому, що для спостережного виявлення чи заперечення існування протяжних мікролінз зоряної маси необхідне, по-перше, продовження спостережних програм типу EROS та OGLE та тривале накопичення даних, по-друге – підвищення точності спостережень.

Робота виконана за програмою "Астрономія та фізика космосу" Київського національного університету імені Тараса Шевченка і частково підтримана в рамках проекту ДФФД Ф64/45-2016 від 28.04.2016.

### Список використаних джерел

1. Berezinsky V., Dokuchaev V., Eroshenko Yu. Remnants of dark matter clumps // Phys.Rev.D - 2008. - Vol. 77. - Id. 083519.

2. Berezinsky V., Dokuchaev V., Eroshenko Yu. Small-scale clumps of dark matter // Physics Uspekhi. - 2014. - Vol. 57, Is.1. - Id. 1-36.

3. Tisserand P., Le Guillou L., Afonso C., et al. Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds // A& A. - 2007. - Vol. 469. - P. 387-404.

 Wyrzykowski L., Koz lowski S., Skowron J., et al. The OGLE view of microlensing towards the Magellanic Clouds – I. A trickle of events in the OGLE-II LMC data // MNRAS. – 2009. – Vol. 397. – P. 1228–1242.
 Zhdanov V.I., Alexandrov A.N., Fedorova E.V. and Sliusar V.M. Analytical Methods in Gravitational Microlensing // ISRN Astronomy and Astrophysics.

 Zhdanov V.I., Alexandrov A.N., Fedorova E.V. and Sliusar V.M. Analytical Methods in Gravitational Microlensing // ISRN Astronomy and Astrophysics. – 2012. – Vol. 2012. – Id 906951, 21 P.

6. Sliusar, V.M.; Zhdanov, V.I.; Alexandrov, A.N.; Fedorova, E.V. Statistics of light curves of a distant source microlensed by a system of point and extended masses // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. – 2015. – Vol. 31, Is. 2. – P. 82–89.

7. Fedorova E.V., Sliusar V.M., Zhdanov V.I. Gravitational microlensing as a probe for dark matter clumps // MNRAS, in press.

8. Wyithe J.S.B., Turner E.L., Spergel D.N. Gravitational lens statistics for generalized NFW profiles: parameter degeneracy and implications for selfinteracting cold dark matter // ApJ. – 2001. – Vol. 555. – P. 504–523.

Надійшла до редколегії 15.04.16

В. І. Жданов, д-р физ.-мат. наук, проф.,

А. Н. Александров, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник,

А. С. Сташко, студ. физ. ф-та

Астрономическая обсерватория Киевского университета имени Тараса Шевченко

## МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ ПРОТЯЖЕННЫМИ СТРУКТУРАМИ СО СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МАССЫ

Рассмотрена задача о линзировании точечного удаленного источника на одиночных протяженных микролинзах, которые могут представлять сгустки темной материи, со сферически-симметричным распределением массы без особенности в центре. Выполнен аналитический анализ линзового отображения, определены области параметров, которые отвечают разному количеству изображений точечного источника. Рассчитаны зависимости коэффициента усиления от времени, возникающие при относительном движении источника и микролинзы. Показано, что для широкого диапазону параметров кривые усиления для протяженной микролинзы сложно отличить и источника и аналогичных кривых в стандартной модели точечной микролины на современном уровне фотометрической точности.

V. I. Zhdanov, Dr. Sci,

A. N. Alexandrov, Ph.D.,

O. S. Stashko, student

Astronomical observatory of National Taras Shevchenko University of Kyiv

## MICROLENSING ON EXTENDED STRUCTURES HAVING A SPHERICALLY-SYMMETRIC MASS DISTRIBUTION

Different dark matter (DM) models predict various clustering properties, i.e. the possibility of DM to form massive objects on different scales. The lower mass limit of these objects according to [1, 2]. may be of the order of planetary masses. The gravitational microlensing can be used to confirm or to reject the existence of such structures and therefore to argue in favor or against concrete DM theories. There are observational programs (OGLE, EROS etc) yielding the light curves of a remote objects in high amplification events (HAE) due to microlensing on foreground masses of the Galaxy. In case when the foreground mass is an extended one, then the light curve in HAE must differ from the light curve due to ordinary microlensing on a point mass. However the question is: what is the value of this difference and is it possible to register this difference with is problem starting directly from mass distribution of the extended structure. Namely, we consider microlensing on an extended DM clump with the cored spherically-symmetric mass profile (without a singularity in the center).

After some rescaling the lens mapping has the form  $\mathbf{y} = \mathbf{x} \left\{ 1 - r^{-2} \left[ R^{-2\gamma} - \left( r^2 + R^2 \right)^{-\gamma} \right] \right\}$ , where R characterizes the size of the clump. For

 $R < \gamma^{\lambda}, \lambda = [2(\gamma + 1)]^{-1}$ , the mapping can have either one or three images; two critical images can merge with each other and disappear when the

point source crosses the caustic and their brightness amplification is infinite. For  $R > \gamma^{\lambda}$  there is no caustics and there is the only image.

We present examples of the amplification curves in both cases. Then we generate the amplification curves in case of the extended clump model for different values  $R, \gamma$  when the clump moves uniformly with respect to the line of sight with some impact parameter p and velocity V. These curves are then fitted with the point microlens model (with free parameters p and V) and we estimate the difference between the curves. The general outcome is that the amplification curves in case of the extended clumps are very similar to those in case of the point microlens (with appropriately chosen parameters p and V that cannot be derived from observations independently), and it would be difficult to distinguish them on the basis of observations if we deal with  $p \sim 1$  (i.e., of the order of the Einstein radius) and larger. For R larger than  $\sim (5 \div 7)\gamma$  the amplification is too small so that the event could be observed. This confirms analogous earlier results [7] obtained within different lens models. The general outcome is that for an observational confirmation or refutation of the existence of the stellar mass extended microlenses it is necessary to continue the programs like OGLE and EROS, and a refinement of the photometric accuracy is highly desirable.

УДК 524.85

М. Ціж, асп., Б. Новосядлий, д-р фіз.-мат. наук, проф. ЛНУ імені Івана Франка, Львів

# ФОРМУВАННЯ СФЕРИЧНИХ ПОРОЖНИН В МОДЕЛЯХ ВСЕСВІТУ З ТЕМНОЮ ЕНЕРГІЄЮ

Аналізується еволюція космологічних збурень, які приводять до формування великих порожнин в розподілі галактик. Припускається, що збурення є сферичними, а основні енергетичні складові – випромінювання, матерія та темна енергія – суцільними середовищами з тензором енергії-імпульсу ідеальної рідини, які взаємодіють між собою тільки гравітаційно. Рівняння еволюції збурень у супутній до космологічного фону системі відліку для кожної із компонент отримані на основі рівнянь збереження та рівнянь Айнштайна та інтегруються модифікованим методом Ейлера із заданням початкових умов на ранній радіаційно-домінуючій стадії еволюції Всесвіту, коли масштаб збурення є значно © Ціж М., Новосядлий Б., 2016