

## Список використаних джерел

1. Berezinsky V., Dokuchaev V., Eroshenko Yu. Remnants of dark matter clumps // Phys.Rev.D – 2008. – Vol. 77. – Id. 083519.
2. Berezinsky V., Dokuchaev V., Eroshenko Yu. Small-scale clumps of dark matter // Physics Uspekhi. – 2014. – Vol. 57, Is.1. – Id. 1–36.
3. Tisserand P., Le Guillou L., Afonso C., et al. Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds // A&A. – 2007. – Vol. 469. – P. 387–404.
4. Wyrzykowski L., Kozłowski S., Skowron J., et al. The OGLE view of microlensing towards the Magellanic Clouds – I. A trickle of events in the OGLE-III LMC data // MNRAS. – 2009. – Vol. 397. – P. 1228–1242.
5. Zhdanov V.I., Alexandrov A.N., Fedorova E.V. and Sliusar V.M. Analytical Methods in Gravitational Microlensing // ISRN Astronomy and Astrophysics. – 2012. – Vol. 2012. – Id 906951, 21 P.
6. Sliusar, V.M.; Zhdanov, V.I.; Alexandrov, A.N.; Fedorova, E.V. Statistics of light curves of a distant source microlensed by a system of point and extended masses // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. – 2015. – Vol. 31, Is. 2. – P. 82–89.
7. Fedorova E.V., Sliusar V.M., Zhdanov V.I. Gravitational microlensing as a probe for dark matter clumps // MNRAS, in press.
8. Wyithe J.S.B., Turner E.L., Spergel D.N. Gravitational lens statistics for generalized NFW profiles: parameter degeneracy and implications for self-interacting cold dark matter // ApJ. – 2001. – Vol. 555. – P. 504–523.

Надійшла до редколегії 15.04.16

В. І. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф.,  
 А. Н. Александров, канд. фіз.-мат. наук, ст. науч. сотрудник,  
 А. С. Сташко, студ. фіз. ф-та  
 Астрономическая обсерватория Киевского университета имени Тараса Шевченко

### МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ ПРОТЯЖЕННЫМИ СТРУКТУРАМИ СО СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МАССЫ

Рассмотрена задача о линзировании точечного удаленного источника на одиночных протяженных микролинзах, которые могут представлять саутки темной материи, со сферически-симметричным распределением массы без особенности в центре. Выполнен аналитический анализ линзового отображения, определены области параметров, которые отвечают разному количеству изображений точечного источника. Рассчитаны зависимости коэффициента усиления от времени, возникающие при относительном движении источника и микролинзы. Показано, что для широкого диапазона параметров кривые усиления для протяженной микролинзы сложно отличить от аналогичных кривых в стандартной модели точечной микролинзы на современном уровне фотометрической точности.

V. I. Zhdanov, Dr. Sci,  
 A. N. Alexandrov, Ph.D.,  
 O. S. Stashko, student  
 Astronomical observatory of National Taras Shevchenko University of Kyiv

### MICROLENSING ON EXTENDED STRUCTURES HAVING A SPHERICALLY-SYMMETRIC MASS DISTRIBUTION

Different dark matter (DM) models predict various clustering properties, i.e. the possibility of DM to form massive objects on different scales. The lower mass limit of these objects according to [1, 2], may be of the order of planetary masses. The gravitational microlensing can be used to confirm or to reject the existence of such structures and therefore to argue in favor or against concrete DM theories. There are observational programs (OGLE, EROS etc) yielding the light curves of a remote objects in high amplification events (HAE) due to microlensing on foreground masses of the Galaxy. In case when the foreground mass is an extended one, then the light curve in HAE must differ from the light curve due to ordinary microlensing on a point mass. However the question is: what is the value of this difference and is it possible to register this difference with modern observational facilities. This question has been studied elsewhere [3–5] by means of special model lens mappings. In this paper we study this problem starting directly from mass distribution of the extended structure. Namely, we consider microlensing on an extended DM clump with the cored spherically-symmetric mass profile (without a singularity in the center).

After some rescaling the lens mapping has the form  $y = x \left\{ 1 - r^{-2} \left[ R^{-2\gamma} - (r^2 + R^2)^{-\gamma} \right] \right\}$ , where  $R$  characterizes the size of the clump. For  $R < \gamma^{\lambda}$ ,  $\lambda = [2(\gamma + 1)]^{-1}$ , the mapping can have either one or three images; two critical images can merge with each other and disappear when the point source crosses the caustic and their brightness amplification is infinite. For  $R > \gamma^{\lambda}$  there is no caustics and there is the only image.

We present examples of the amplification curves in both cases. Then we generate the amplification curves in case of the extended clump model for different values  $R, \gamma$  when the clump moves uniformly with respect to the line of sight with some impact parameter  $p$  and velocity  $V$ . These curves are then fitted with the point microlens model (with free parameters  $p$  and  $V$ ) and we estimate the difference between the curves. The general outcome is that the amplification curves in case of the extended clumps are very similar to those in case of the point microlens (with appropriately chosen parameters  $p$  and  $V$  that cannot be derived from observations independently), and it would be difficult to distinguish them on the basis of observations if we deal with  $p \sim 1$  (i.e., of the order of the Einstein radius) and larger. For  $R$  larger than  $\sim (5 \div 7)\gamma$  the amplification is too small so that the event could be observed. This confirms analogous earlier results [7] obtained within different lens models. The general outcome is that for an observational confirmation or refutation of the existence of the stellar mass extended microlenses it is necessary to continue the programs like OGLE and EROS, and a refinement of the photometric accuracy is highly desirable.

УДК 524.85

М. Ціж, асп.,  
 Б. Новосядлий, д-р фіз.-мат. наук, проф.  
 ЛНУ імені Івана Франка, Львів

### ФОРМУВАННЯ СФЕРИЧНИХ ПОРОЖНИН В МОДЕЛЯХ ВСЕСВІТУ З ТЕМНОЮ ЕНЕРГІЄЮ

Аналізується еволюція космологічних збурень, які приводять до формування великих порожнин в розподілі галактик. Припускається, що збурення є сферичними, а основні енергетичні складові – випромінювання, матерія та темна енергія – суцільними середовищами з тензором енергії-імпульсу ідеальної рідини, які взаємодіють між собою тільки гравітаційно. Рівняння еволюції збурень у супутній до космологічного фону системі відліку для кожної із компонент отримані на основі рівнянь збереження та рівнянь Айнштайна та інтегруються модифікованим методом Ейлера із заданням початкових умов на ранній радіаційно-домінуючій стадії еволюції Всесвіту, коли масштаб збурення є значно

© Ціж М., Новосядлий Б., 2016

більшим, ніж масштаб горизонту частинки. Отримані результати ілюструють динаміку темної енергії в області порожнин та її залежність від параметра ефективної швидкості звуку темної енергії.

Ключові слова: динамічна темна енергія, космічні войди, космологічні збурення.

**Вступ.** Великі порожнини в розподілі галактик є елементами великомасштабної структури Всесвіту, вивчення яких може дати важливу інформацію про властивості прихованих компонент Всесвіту – темну матерію та темну енергію. Вважається, що темна енергія в області порожнин є незбуреною, або ж вплив збурень її густини на динаміку руху і просторового розподілу галактик в них є нехтовно малими. У цій роботі ми вивчаємо динаміку збурень темної енергії та матерії від ранньої стадії, коли масштаб збурення, з якого формується сферична порожнина, був значно більшим, ніж горизонт частинки, до сучасної епохи. Для цього ми розробили програму числового інтегрування системи рівнянь еволюції збурень, виведеної нами для опису еволюції сферичних неоднорідностей в 3-компонентному середовищі – випромінювання, матерія, темна енергія – з рівнянь релятивістської гідродинаміки та гравітації [1]. Компонент "матерія" включає домінуючу за густиною темну матерію та звичайну баріонну матерію, динаміка якої у великих масштабах добре описується наближенням пилоподібного середовища.

**Модель сферичної порожнини та початкові умови.** Вважаємо, що сучасні порожнини в просторовому розподілі галактик сформувались у результаті еволюції космологічних збурень густини з від'ємною початковою амплітудою. Вважається, що такі збурення є результатом квантових флюктуацій метрики простору-часу в інфляційну епоху, випадково розподілені за амплітудою згідно з нормальним законом та симетричні за знаком відхилення густини від середньої в різних областях простору. Розглядаємо лише скалярну адіабатичну моду збурень, в якій збурення густини  $\delta_N(t, r)$  та швидкості  $v_N(t, r)$  у кожному компоненті  $N$  є скорельованими через "виживання" тільки зростаючого за амплітудою розв'язку ще на стадії, коли масштаб збурень значно більший за горизонт частинки. Додатні збурення приводять до формування галактик, скупчень галактик та надскупчень, а від'ємні - до порожнин. Формування структур із додатних збурень добре описується формалізмом Преса-Шехтера, теорією гаусівських піків, теорією гало формування структури та їх сучасними вдосконаленнями на основі числових моделювань.

Тут ми проаналізуємо розвиток від'ємних космологічних збурень густини, з яких формуються порожнини. Математичною основою для їх опису є система 7 диференціальних рівнянь в частинних похідних для 7 невідомих функцій 2-х незалежних змінних  $\delta_{de}(a, r)$ ,  $\delta_m(a, r)$ ,  $\delta_r(a, r)$ ,  $v_{de}(a, r)$ ,  $v_m(a, r)$ ,  $v_r(a, r)$ ,  $v(a, r)$  отриманих і приведених в [1] (рівняння (17)–(22)).  $\Omega$  позначено густини компонент в одиницях критичної в сучасну епоху,  $w \equiv p_{de}/\rho_{de}$  – параметр рівняння стану темної енергії,  $c_s$  – ефективна швидкість звуку темної енергії у власній системі відліку,  $H_0$  – стала Габбла,  $H(a) \equiv d \ln(a) / dt$  – параметр Габбла, що визначає темп розширення Всесвіту та є відомою функцією часу для заданої космологічної моделі та моделі темної енергії [1]. Незалежними змінними тут є масштабний фактор  $a$  та радіальна супутня координата  $r$ , через які визначається інтервал в метриці Фрідмана-Робертсона-Вокера:

$$ds^2 = e^{v(t,r)} dt^2 - a^2(t) e^{-v(t,r)} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)] \quad (1)$$

Вважається, що геометрія 3-простору Всесвіту (незбуреного космологічного фону) є евклідовою. Метрична функція  $v(t, r)$  на пізніх етапах, коли неоднорідність є значно меншою, ніж горизонт частинки, є ньютонівським гравітаційним потенціалом. Збурення густин  $\delta_N(t, r)$  та 3-швидкості усіх компонент  $v_N(t, r)$  означені у координатах, які є супутніми до незбуреного космологічного фону (див. параграф 2.2 у [1]). Таким чином означене збурення швидкості відповідає означенню пекулярної швидкості галактик (див., наприклад, [2]). Для розв'язання системи рівнянь (17)–(22) з [1] необхідно задати ще початкові умови. Пов'яжемо початкову амплітуду окремого збурення із середньоквадратичною за спектром потужності початкових збурень, що визначений на основі сучасних спостережуваних даних [3]. Для цього задамо початкові умови для збурень в ранньому Всесвіті, коли  $\rho_r \gg \rho_m \gg \rho_{de}$  а фізичний розмір збурення  $a\lambda \gg ct$ . У цей час збурення є лінійними ( $\delta, v, v \ll 1$ ) і можна застосувати метод Фур'є:

$$v(a, r) = v(a) \sum \alpha_k f_k(r), \delta_N(a, r) = \delta_N(a) \sum \alpha_k f_k(r), v_N(a, r) = \tilde{v}_N(a) \sum \alpha_k f_k(r) \quad (2)$$

Тут штрих позначає частинну похідну по радіальній просторовій координаті  $r$ . Функції Бесселя  $j_n(kr)$  є власними функціями оператора Лапласа, тому задамо найпростіший початковий профіль:  $\sum \alpha_k f_k(r) = j_0(kr)$ . Рівняння для збурень з таким початковим профілем на лінійній стадії зводяться до звичайних диференціальних рівнянь, які мають аналітичні розв'язки на стадії домінування випромінювання та на стадії домінування матерії [4], які можна використати для задання початкових умов та тестування комп'ютерної програми розв'язку системи рівнянь (17)–(22) з [1]. Аналітичні розв'язки для радіаційно домінуючої епохи (матерію і темну енергію можна вважати пробними) в "супергоризонтній" асимптотиці дають прості співвідношення між амплітудами компонент:

$$\tilde{\delta}_r^{init} = \frac{4}{3} \tilde{\delta}_m^{init} = \frac{4}{3(1+w)} \tilde{\delta}_m^{init} = -\tilde{v}^{init} = C_k, \tilde{v}_r^{init} = \tilde{v}_m^{init} = \tilde{v}_{de}^{init} = \frac{C_k}{4a_{init} H(a_{init})} \quad (3)$$

Задамо значення  $C_k$  в одиницях середньоквадратичної амплітуди збурень, яка впливає із сучасних вимірювань. За даними Planck+HST+WiggleZ+SNLS3 амплітуда  $A_s$  і спектральний індекс  $n_s$  спектру потужності початкових збурень кривини  $P_R(k) = A_s (k/0.05)^{n_s-1}$  є такими [3]:  $A_s = 2.224 \cdot 10^{-9}$ ,  $n_s = 0.963$ . Оскільки, для збурень з  $k^{-1} \gg ct$  спектр потужності збурень кривини  $P_R(k) = \langle v \cdot v \rangle$  є сталим в часі в епоху домінування матерії і випромінювання, то в діапазоні масштабів  $0.01 \leq k \leq 0.1$  початкова амплітуда, яка відповідає середньоквадратичній є такою  $\sigma_k \equiv \sqrt{A_s} \approx 4.7 \cdot 10^{-5}$ . Надалі в обчисленнях покладемо  $C_k = -1 \cdot 10^{-4} \approx 2\sigma$ , а  $a_{init} = 10^{-6}$ .

**Інтегрування, фільтрування та тестування.** Для числового інтегрування системи рівнянь (17)–(22) з [1] з початковими умовами (2)–(3) ми створили комп'ютерну програму на Fortran77 prdes.f, яка реалізує модифікований метод Ейлера, що враховує похідні з наступного кроку та уточнює результат прогнозу шляхом ітерацій. З поміж різних схем інтегрування, які випробовувались, ця виявилась найстійкішою до числових осциляцій, найшвидшою та достатньо

точною. Наприклад, метод прогнозу і корекції Хемінга 4-го порядку точності з 5 ітераціями на кожному кроці інтегрування по  $a$  потребує в 3 рази більше часу для співмірної точності кінцевого результату. Крок інтегрування задавався змінним  $da = a/N_a$ , де число  $N_a$  підбиралось таким чином, щоб числова точність результату інтегрування на  $a = 1$  була не гіршою 0.1 %. У розрахунках, наведених нижче  $N_a = 3 \cdot 10^6$ .

Числові похідні по  $r$  у вузлах сітки з постійним кроком  $dr = R_m/N_r$ , де  $R_m$  радіус області інтегрування, розраховувались за похідною згладжуючого полінома 3-го порядку методом конволюції Савіцького-Голі [5]:  $Y'_i = [3(y_{i+1} - y_{i-1})/4 - (y_{i+2} - y_{i-2})/12]/dr$ . Метод протестовано порівнянням із похідними аналітичних функцій початкових профілів густини та швидкості збурень та оцінено величину кроку  $dr$ , за якої розбіжності значення числових та аналітичних похідних не перевищують  $10^{-5}$  від їх значень.

У рівняння еволюції збурень густини та швидкості релятивістської компоненти ми додали члени, які феноменологічно враховують загасання Сілка  $\delta_{kD}/H/a^2$  та  $\nu_{kD}/H/a^2$  де масштаб загасання  $k_D$  розраховувався за формулою (10) із [6].

При значеннях ефективної швидкості звуку в темній енергії більшій, ніж 0.01 с, в процесі обчислень виникають нестійкості у вигляді осциляцій, амплітуда яких необмежено зростає. Їх природа – недосконала схема інтегрування по часу, числові апроксимації похідних по просторовій координаті, накопичення похибок заокруглення. Для усунення таких осциляцій ми використали конволюційний фільтр Савіцького-Голі [5] з параметрами  $n_l = 12$ ,  $n_r = 12$ ,  $m = 6$ , яким згладжували похідні збурення густини і швидкості темної енергії на кожному кроці інтегрування по  $a$ . Таке фільтрування практично не впливає на остаточний результат інтегрування, що підтверджується порівнянням результату інтегрування із згладжуванням і без нього на прикладі моделі темної енергії з  $c_s = 0$ , в якій числові осциляції не виникають. Максимальна різниця не перевищує 4 % для збурення густини та 1 % для збурення швидкості в області максимальної амплітуди збурення швидкості.

Вхідними параметрами програми є: параметр Габбла  $H_0$ , параметри густин усіх компонент  $\Omega_r$ ,  $\Omega_{de}$ ,  $\Omega_m = 1 - \Omega_{de} - \Omega_r$ , параметр рівняння стану темної енергії  $w$ , ефективна швидкість звуку темної енергії  $c_{sr}$ , хвильове число збурення  $k$ , початкова амплітуда збурення  $C_k$ , параметр кроку  $N_a$  по  $a$ , розмір області інтегрування  $R_m$ , кількість вузлів просторової сітки  $N_r$ . Програма тестувалась трьома порівняннями: 1) Порівнянням результату інтегрування програмою із відомими аналітичними розв'язками для збурень густини і швидкості в конформно-ньютонівській системі відліку для радіаційно-домінуючого Всесвіту та Всесвіту з домінуванням матерії, які наведені в [4] та інших роботах з теорії космологічних збурень. 2) Порівнянням результату інтегрування програмою із результатами інтегрування лінійних збурень програмою SAMB [7]. 3) Порівнянням результату інтегрування програмою із результатами інтегрування програмою `dedmhalo.f`, створеною на базі відомої програми `dverk.f` [8], для збурень у центральній точці сферичного збурення. В усіх випадках відхилення не перевищували кількох десятків відсотка, що означає, що точність інтегрування є субпроцентна, а отже достатня для досліджень, запланованих у цій роботі.

**Формування сферичних порожнин в моделях Всесвіту з темною енергією.** Із наших попередніх досліджень та досліджень інших авторів відомо, що параметр густини та параметр рівняння стану темної енергії в сучасну епоху визначаються на основі спостережуваних даних досить надійно, в той час як ефективна швидкість звуку сучасними даними практично не визначається (див., наприклад, [3] та цитування в ній). Тому в цій роботі ми будемо аналізувати формування порожнин в моделях темної енергії з  $\Omega_{de} = 0.7$ ,  $w = -0.9$  та різним значенням  $c_s \in [0, 1]$ . Інші космологічні параметри в обчисленнях є такими:  $\Omega_r = 4.17 \cdot 10^{-5}$ ,  $\Omega_m = 1 - \Omega_{de} - \Omega_r$ ,  $H_0 = 70$  км/с-Мпк. На рис. 1 показано формування сферичної порожнини з  $k = 0.1$  Мпк<sup>-1</sup> в матерії та в темній енергії з  $c_s^2 = 0$ :  $\delta_{m,de}(a_i, r)$  і  $v_{m,de}(a_i, r)$  для  $a_1 = a_{init}$ , ...,  $a_{100} = 1$ . Товстими лініями показано початкові розподіли збурень густини і швидкості двох компонент, штриховими лініями – кінцеві. Рисунок справа показує еволюцію абсолютних значень амплітуд збурень у центральній точці сферичної порожнини: матерія – зірочки, темна енергія – темні кружки, випромінювання – трикутники, гравітаційний потенціал – квадратики. Лініями показані результати аналогічних обчислень програмою `dedmhalo.f` [1]: матерія – товста суцільна лінія, на яку наклались зірочки; темна енергія – штрихова лінія, на яку наклались темні кружки; випромінювання – тонка суцільна лінія. Точкова лінія – це передбачення лінійної теорії збурень, розрахованої програмою `dedmhalo-l.f` з [1]. Вона з'являється "з-під інших ліній" на кінцевих етапах еволюції – квазілінійній та нелінійній стадіях еволюції збурень матерії.

Бачимо, що в цій моделі збурення густин матерії і темної енергії монотонно зростають після входження збурення в горизонт, тому штрихові лінії, що ілюструють просторовий розподіл густин в сучасну епоху, є зовнішніми. Зауважимо також, що амплітуда збурення густини темної енергії приблизно в 40 разів менша, ніж амплітуда збурень матерії. Величини збурень швидкостей матерії та темної енергії у цій моделі темної енергії є однаковими впродовж всієї еволюції Всесвіту. Вони монотонно зростали від  $a_{init}$  до  $a \approx 0.56$ . Легко переконатися, що останнє значення відповідає моменту зміни сповільненого розширення Всесвіту на прискорене.

Аналогічні результати моделювання формування сферичної порожнини з  $k = 0.1$  Мпк<sup>-1</sup> в матерії та в темній енергії з  $c_s^2 = 0.1$  показані на рис. 2. Поведінка еволюції збурення густини і швидкості матерії в області порожнини практично не змінилася, в той час як для темної енергії змінилась суттєво. Кінцеві залежності збурень темної енергії – штрихові лінії – тепер лежать на "нульовій лінії". Правий графік пояснює таку поведінку темної енергії в процесі формування порожнини: збурення швидкості темної енергії після входження в горизонт частинки швидко загасає, а збурення густини мало змінюється впродовж усіх епох (на графіку в середній колонці представлено величину  $30000\delta_{de}$ ) і в сучасну епоху мало відрізняється від фонового значення:  $\delta_{de}(1, 0) \approx -2 \cdot 10^{-5}$ . Збурення густини матерії в центральній частині такої порожнини в сучасну епоху становить  $\delta_m(1, 0) \approx -0.7$ .

Збурення в темній енергії з більшими значеннями ефективної швидкості звуку після входження в горизонт частинки "розгладжується" ще швидше. Таким чином, відношення густин темної енергії і матерії у центрі порожнини

$$\frac{\rho_{de}(1,0)}{\rho_m(1,0)} = \frac{1 + \delta_{de}(1,0) \Omega_{de}}{1 + \delta_m(1,0) \Omega_m}$$

і у випадку еволюції із вказаними початковими умовами це відношення приблизно втричі більше, ніж на космологічному фоні. Це вказує на важливість вивчення порожнин для встановлення природи темної енергії.

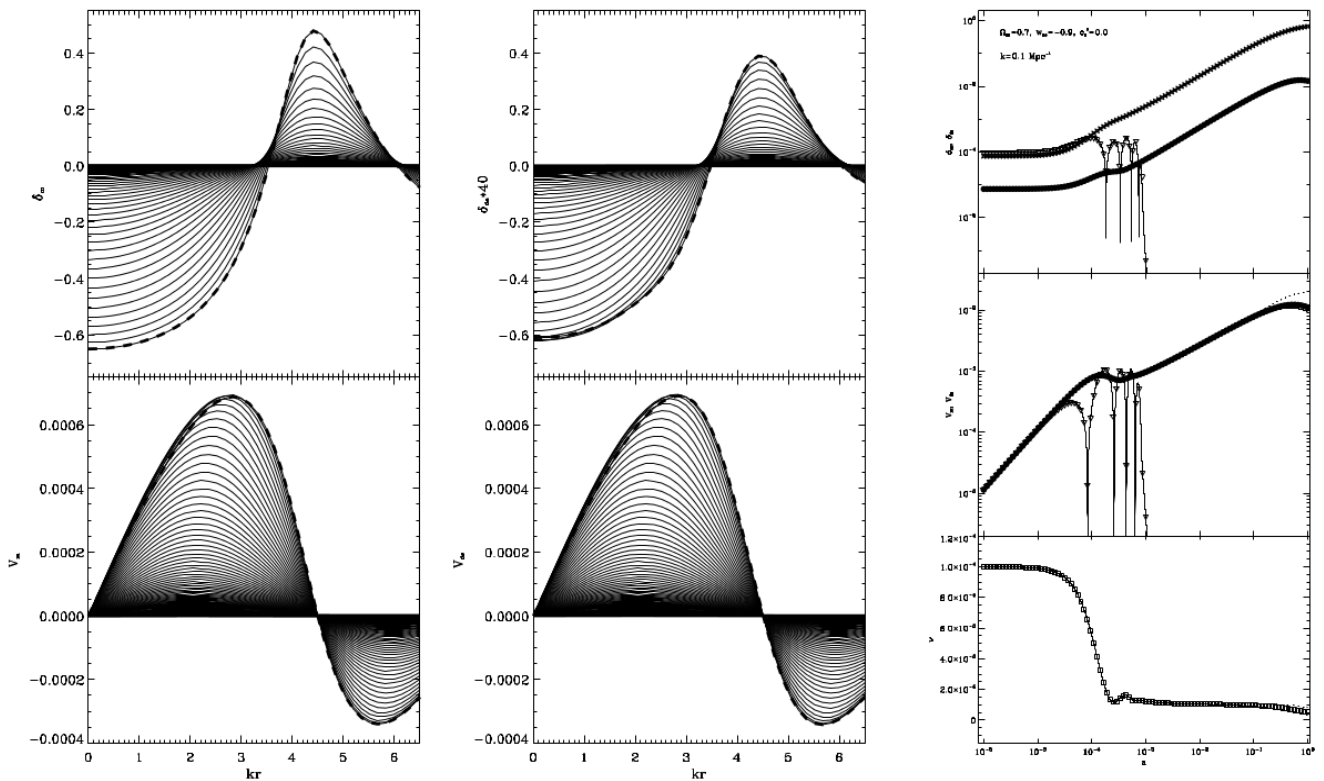


Рис. 1. Формування порожнини в темній матерії (ліва колонка) та в темній енергії з  $c_s^2 = 0$  (середня колонка).  
 Справа – еволюція абсолютних значень амплітуд збурень густини та швидкості темної матерії, темної енергії та випромінювання в центральній точці порожнини, а також еволюція гравітаційного потенціалу (нижня панель)

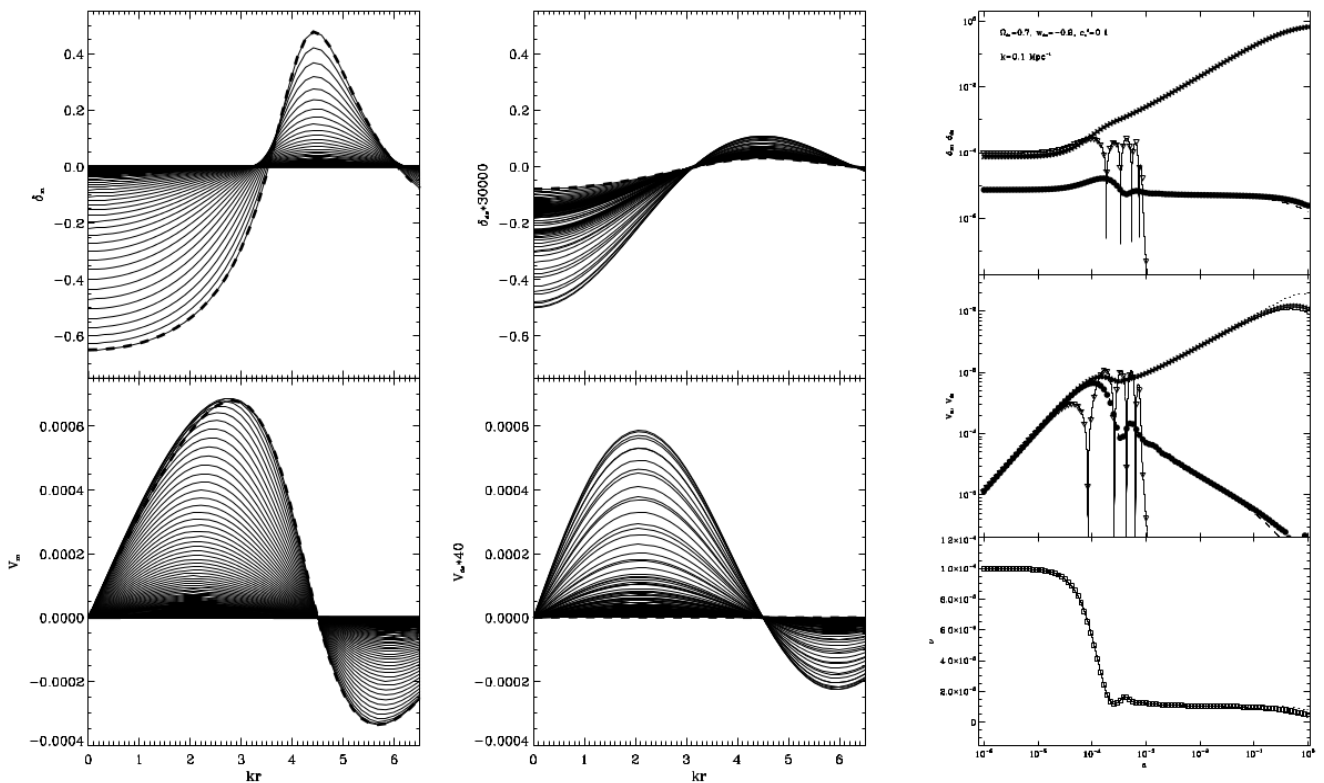


Рис. 2. Формування порожнини в темній матерії (ліва колонка) та в темній енергії з  $c_s^2 = 0.1$  (середня колонка).  
 Справа – еволюція абсолютних значень амплітуд збурень густини та швидкості темної матерії, темної енергії та випромінювання в центральній точці порожнини, а також еволюція гравітаційного потенціалу (нижня панель)

Таблиця 1. Співвідношення амплітуд лінійних і нелінійних збурень густини і швидкості матерії в залежності від амплітуди початкового збурення (або глибини гаусівської впадини (dip) в одиницях середньоквадратичної амплітуди за спектром потужності збурень густини), з якого сформувалась порожнина

$C_k(n\sigma)$	$\delta_m^{lin} / \delta_m^{non-lin}$	$V_m^{non-lin} / V_m^{non-lin}$
$-5.0 \cdot 10^{-5} (1\sigma)$	$-0.80 / -0.48 \approx 1.7$	$0.0097 / 0.0064 \approx 1.5$
$-1.0 \cdot 10^{-4} (2\sigma)$	$-1.61 / -0.67 \approx 2.4$	$0.019 / 0.0096 \approx 2.4$
$-1.5 \cdot 10^{-4} (3\sigma)$	$-2.41 / -0.77 \approx 3.0$	$0.0029 / 0.011 \approx 2.5$

В сучасних інтерпретаціях спостережуваних даних щодо збурень матерії та пекулярних швидкостей галактик використовується лінійна теорія збурень. На нашу думку, порожнини з контрастом чи збуренням густини  $\delta_m \sim 0.8 - 0.9$  є суттєво нелінійними і необхідно застосовувати нелінійну теорію розвитку цих структур. У таблиці 1 наведено співвідношення амплітуд лінійних і нелінійних збурень густини і швидкості матерії в залежності від амплітуди початкового збурення, які це підтверджують.

**Висновки.** Порожнини в розподілі галактик формуються з від'ємних космологічних збурень густини і швидкості матерії – скалярної адіабатичної моди збурень. Контраст густини матерії в центральній частині порожнини в сучасну епоху  $-1 < \delta_m(1, 0) < 0$  визначається глибиною впадини (dip) в гаусівському полі початкових збурень густини матерії, параметрами космологічної моделі та параметрами темної енергії. Наприклад, в моделі Всесвіту з квінтесенційною темною енергією з  $\Omega_{de} = 0.7$ ,  $w = -0.9 = \text{const}$  початкове збурення з масштабом  $k = 0.1 \text{ Мпк}^{-1}$  та середньоквадратичною амплітудою ( $1\sigma$ ) формує порожнину з контрастом густини  $\delta_m(1, 0) = -0.48$ , з вдвічі більшою амплітудою ( $2\sigma$ ) –  $\delta_m(1, 0) = -0.67$ , а з втричі більшою ( $3\sigma$ ) –  $\delta_m(1, 0) = -0.77$ . Тобто, порожнини такого масштабу із "типовою" амплітудою початкового збурення є структурами, формування яких слід описувати нелінійною теорією збурень, оскільки лінійна теорія дає завищені значення контрасту  $v \approx 1.7$ ,  $\approx 2.4$  та  $\approx 3.0$  рази відповідно. Приблизно такими ж є співвідношення між передбаченнями лінійної та нелінійної теорії для пекулярних швидкостей. Для збурень менших масштабів такі відношення будуть ще більшими. Справді, контрасти густини в порожнинах, сформованих збуреннями з масштабом  $k = 0.2 \text{ Мпк}^{-1}$  та тими ж початковими амплітудами є  $-0.61$ ,  $-0.78$ ,  $-0.86$  відповідно.

Збурення густини та швидкості квінтесенційної темної енергії на стадії, коли їх масштаб значно більший за горизонт частинки, еволюціонують подібно до збурень густини та швидкості матерії. Після входження в горизонт їх наступна еволюція залежить від значення ефективної швидкості звуку  $c_s$ . Якщо  $c_s = 0$ , то подібність зберігається з тією різницею, що амплітуда збурення густини темної енергії є меншою на множник  $1 + w$ . В епоху домінування за густиною темної енергії ця різниця зросла ще в  $\approx 4.5$  рази. Якщо  $0 < c_s \leq 1$ , то амплітуда збурення швидкості темної енергії після входження в горизонт швидко заважає, а амплітуда збурення густини не зростає, або навіть падає. Таким чином, у порожнинах густина такої темної енергії є космологічною. Відношення ж густини темної енергії до густини матерії є в  $1/(1 + \delta_m)$  разів більшою, ніж на космологічному фоні. І чим розрідженіша порожнина, тим це відношення більше. У зв'язку з цим великі порожнини є важливими елементами великомасштабної структури Всесвіту для тестування моделей темної енергії та гравітації.

#### Список використаних джерел

1. Novosyadlyj B., Tsizh M., Kulnich Yu. Dynamics of minimally coupled dark energy in spherical halos of dark matter // Gen. Relat. Grav. – 2016 – 48, No 3.
2. Peebles P. J. E. The large scale structure of the Universe // Princeton University Press – 1980 – Princeton, 422 p., ISBN:9780691082400
3. Sergijenko, O., Novosyadlyj, B. Sound speed of scalar field dark energy: weak effects and large uncertainties // Phys. Rev. D – 2015 – 91, 083007.
4. Новосядлий Б. Формування великомасштабної структури Всесвіту: теорія і спостереження // Журн. фіз. досл. – 2007 – 11.– с. 226–257.
5. Savitzky, A., Golay, M.J.E. Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures // Analytical Chemistry – 1964 – 36 (8), pp. 1627–39.
6. Hu W., Sugiyama N. Anisotropies in the cosmic microwave background: an analytic approach // Astrophys.J. –1995 – 444, p. 489.
7. Lewis, A., Challinor, A., Lasenby, A. Efficient Computation of Cosmic Microwave Background Anisotropies in Closed Friedmann-Robertson-Walker Models // Astrophys. J. – 2000 – 538, p. 473; <http://camb.info>.
8. <http://www.cs.toronto.edu/NA/dverk.f.gz>

Надійшла до редколегії 22.10.15

М. Циж, асп.,

Б. Новосядлий, д-р физ.-мат. наук, проф.  
ЛНУ імені Івана Франка, Львів

## ФОРМИРОВАНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ПУСТОТ В МОДЕЛЯХ ВСЕЛЕННОЙ С ТЕМНОЙ ЭНЕРГИЕЙ

Анализируется эволюция космологических возмущений, приводящих к формированию больших пустот в распределении галактик. Допускается, что возмущения сферические, а основные энергетические составляющие – излучение, материя и темная энергия, – сплошные среды с тензором энергии-импульса идеальной жидкости, взаимодействующее между собой только гравитационно. Уравнения эволюции возмущений в сопутствующей к космологическому фону системе отсчета для каждой из компонент получены на основании уравнений сохранения и уравнений Эйнштейна и интегрируются модифицированным методом Эйлера из заданием начальных условий на ранней радиационно-доминирующей стадии эволюции Вселенной, когда масштаб возмущения значительно больше, масштаба горизонта частицы. Полученные результаты иллюстрируют динамику темной энергии в области пустот и её зависимость от параметра эффективной скорости звука темной энергии.

Ключевые слова: динамическая темная энергия, космические войды, космологические возмущения

M. Tsizh, postgrad. stud.,  
B. Novosyadlyj, Dr. Sci., prof.  
Ivan Franko National University of Lviv, Lviv

## FORMATION OF THE SPHERICAL VOIDS IN THE MODELS OF THE UNIVERSE WITH DARK ENERGY

We analyze evolution of cosmological perturbations which lead to the formation of large voids in the distribution of galaxies. We suppose that perturbations are spherical and main energetic components – radiation, matter and dark energy – are continuous media with ideal fluid energy-momentum tensors, which interact only gravitationally. Equations of the evolution of perturbations in the comoving to cosmological background reference frame for every component are obtained from equations of conservation and Einstein's ones and are integrated by modified Euler method with setting the initial conditions at the early stage of evolution in radiation-dominated epoch, when the scale of perturbation is much larger than particle horizon. Obtained results illustrate dynamics of dark energy in the void region and its dependence on parameter of effective speed of sound of dark energy.

Key words: dynamical dark energy, cosmic voids, cosmological perturbations.

УДК 524.1-52, 524.1-65

Р. Гнатик, асп.,  
В. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф.  
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

## ПОШУК ГАЛАКТИЧНИХ ДЖЕРЕЛ ТРИПЛЕТУ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ З ЕНЕРГІЯМИ ПОНАД $10^{20}$ eV

Серед зареєстрованих космічних променів гранично високих енергій (КПГВЕ,  $E > 10^{20}$  eV) виділяється триплет подій в крузі радіуса  $4^\circ$  в області Галактичного центру. Із застосуванням методу зворотнього розрахунку траєкторій КПГВЕ в магнітному полі Галактики показано, що потенційними галактичними джерелами триплету можуть бути мікроквасари SS433, GRS1915+105, магнетар SGR1900+14 та кулясте зоряне скупчення NGC6760.

Ключові слова: космічні промені, магнітні поля, мікроквасари, магнетари, кулясті скупчення.

**Вступ.** Космічні промені (КП) гранично високих енергій з енергіями  $E > 10^{20}$  eV – надзвичайно рідкісні явища: два найбільші детектори сучасності зареєстрували тільки відповідно 6 (детектор Pierre Auger Observatory (PAO, AUGER)) та 10 (детектор Telescope Array (TA)) таких подій [1, 2]. Потенційними джерелами КПГВЕ вважаються активні ядра галактик (АЯГ), космологічні гама-спалахи, припливні руйнування зір в околі надмасивних чорних дір, новонароджені мілісекундні пульсари та магнетарні спалахи [12]. Від перших трьох класів об'єктів очікується потік легких ядер – протонів та гелію (заряд  $Z = 1, 2$ ), тоді як від нейтронних зір із залізною корою можна очікувати також ядра заліза (заряд  $Z = 26$ ) та продукти їх розпаду, зокрема, групу C-N-O ( $Z = 6-8$ ). Спостережувана ізотропія КП надвисоких енергій  $E > 10^{18}$  eV свідчить про їх суттєве відхилення в Галактичних та міжгалактичних магнітних полях [1, 2]. Тому наявність триплету КПГВЕ – трьох подій в крузі радіуса  $4^\circ$  в околі Галактичного центру (Галактичні координати триплету  $l = 35^\circ$ ,  $b = -4^\circ$ ) [14] може свідчити про наявність Галактичного джерела КПГВЕ, оскільки в напрямку на триплет наша Галактика межує з гігантським (біля 60 Мпк) войдом, в якому практично немає АЯГ [17], тоді як для позагалактичних джерел КП з енергіями понад  $10^{20}$  eV ГЗК-горизонт (різке падіння потоку КП внаслідок їхньої взаємодії з реліктовим фоном) становить 75 Мпк [5]. Тому в нашій роботі відтворені траєкторії триплетних КПГВЕ в магнітному полі нашої Галактики та виділено об'єкти, які могли б бути джерелами цих подій.

Таблиця 1. Триплет подій

№	Експеримент	Рік	$E$ (EeV) ( $E_{cal}$ (EeV))	$l$ ( $^\circ$ )	$b$ ( $^\circ$ )
1	AUGER	2008	118,3	36,50	-3,60
2	Telescope Array	2011	135,50 (117,9)	35,72	-4,68
3	Telescope Array	2008	101,40 (88,2)	32,74	-3,33

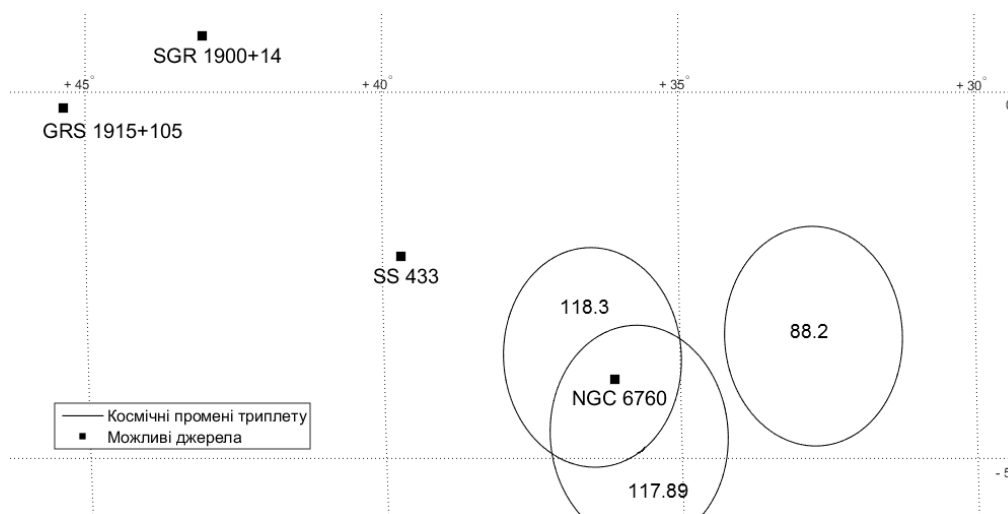


Рис. 1. Триплет подій та його потенційні джерела. Кожен КП позначений кружком, розмір якого відповідає інструментальній похибці (роздільній здатності) детектора, із вказанням енергії КП в EeV