УДК 539.3

Вайсфельд Н. Д.[1], д. ф.-м. н., проф.,
Реут А. В.[1], аспирант

Осесимметричная смешанная задача теории упругости для полого дважды усеченного конуса

Построено точное решение осесимметричной смешанной задачи теории упругости для дважды усеченного кругового полого конуса с учетом его собственного веса. Предполагается, что по коническим поверхностям заданы условия гладкого контакта. По сферическим поверхностям заданы условия первой основной задачи теории упругости. Применение интегрального преобразования Попова по меридиональному углу сводит задачу в пространстве трансформант к одномерной, которая формулируется в виде векторной краевой задачи. Последняя решается точно с помощью аппарата матричного дифференциального исчисления. Применение обратного преобразования завершает построение решения исходной задачи. Проведен численный анализ нормальных напряжений на конических поверхностях с целью установить наличие зон отрыва и условия их появления.

Ключевые слова: полый конус, осесимметричная задача, собственный вес.

[1] Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, 65026, г. Одесса, ул. Дворянская, 2
e-mail: vaysfeld@onu.edu.ua, a.reut@onu.edu.ua

N. D. Vaysfeld[1], Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.,
A. V. Reut[1], PhD student

The axisymmetrical mixed elasticity problem for the hollow twice truncated cone

The exact solution of the axisymmetrical mixed elasticity problem for the twice truncated hollow elastic cone is constructed. It is supposed that the conditions of the smooth contact are fulfilled on the conical surfaces. On the spherical surfaces conditions of the first main elasticity problem are given. The application of the Popov's integral transformation with regard to the meridial angle reduces the problem to the one-dimensional one, which is formulated as the vector boundary problem. The last one is solved exactly. The inversion of the integral transformation finishes the construction of the stated problem's solution. The numerical analyze of the normal stress on the conical surface is done with the aim to find the existence and conditions of the separation zones occurrence.

Key Words: hollow cone, axisymmetrical problem, proper weight.

[1] Odessa National Mechnikov University,
65026, Odessa, 2 Dvoryanska Street
e-mail: vaysfeld@onu.edu.ua, a.reut@onu.edu.ua

Введение

Исследованию напряженного состояния тел конической формы посвящено достаточно много работ. Так, общее решение осесимметричных граничных задач для усеченного конуса получено в [1]. Однородные решения для конуса рассмотрены в [2]. Ряд решений краевых задач для конусов при различных граничных условиях на торцах конуса и конической поверхности приведены в [3-5]. В [6, 7] предполагалось, что на конической поверхности считаются выполненными либо условия сцепления, либо условия гладкого контакта соответственно. Общее решение осесимметричных граничных задач для усеченного конуса получено в [8]. В постановке всех приведенных выше задач собственный вес тела не учитывался. В [9] построено решение осесимметричной задачи для сплошного конуса с учетом его собственного веса при выполнении условий гладкого контакта на конической поверхности. Решение получено методом, предложенным Г. Я. Поповым и базирующимся на применении новых интегральных преобразований [10] непосредственно к уравнениям Ламе с последующим сведением исходной задачи к векторной краевой задаче, решаемой точно с помощью аппарата матричного дифференциального исчисления. В предлагаемой задаче этот метод позволил получить точное решение осесимметричной смешанной задачи теории упругости для полого конуса с учетом его собственного веса при выполнении условий скользящей заделки на конических поверхностях.

Постановка задачи

Рассматривается упругий (G – модуль сдвига, μ – коэффициент Пуассона) дважды усеченный полый конус, который занимает объем $a_0 < r < a_1$, $\omega_0 < \theta < \omega_1$, $-\pi < \varphi < \pi$, здесь r, θ, φ – сферическая система координат. На конических поверхностях считаются выполненными условия скользящей заделки

$$u_\theta(r, \omega_i) = 0, \quad \tau_{r\theta}(r, \omega_i) = 0; \quad i = 0, 1; \quad a_0 < r < a_1. \tag{1}$$

На сферических гранях выполнены условия первой основной задачи теории упругости

$$\sigma_r(a_i, \theta) = 0, \quad \tau_{r\theta}(a_i, \theta) = 0; \quad i = 0, 1; \quad \omega_0 < \theta < \omega_1. \tag{2}$$

Смещения $u \equiv u_r(r, \theta)$, $\upsilon \equiv u_\theta(r, \theta)$ удовлетворяют уравнениям Ламе [7]

$$(r^2u')' - 2u - \frac{1}{\mu_*}\frac{(\sin\theta u^{\cdot})^{\cdot}}{\sin\theta} - \frac{\mu_{**}}{\mu_*}\frac{(\sin\theta \upsilon)^{\cdot}}{\sin\theta} + \frac{\mu_0}{\mu_*}\frac{(\sin\theta \upsilon')^{\cdot}}{\sin\theta} = \frac{2r^2}{\mu_*}\gamma\sin\theta,$$

$$(r^2\upsilon')' + \mu_*\left[\frac{(\sin\theta \upsilon^{\cdot})^{\cdot}}{\sin\theta} - \frac{\upsilon}{\sin^2\theta}\right] + \mu_0 r u'^{\cdot} + 2\mu_* u^{\cdot} = -2r^2\gamma\sin\theta, \tag{3}$$

где $\mu_0 = (1-2\mu)^{-1}$, $\mu_* = \mu_0 + 1$, $\mu_{**} = \chi\mu_0$, $\chi = 3 - 4\mu$, γ – удельный вес материала конуса; штрих над символом обозначает производную по первой переменной, а точка – по второй. Требуется определить напряженное состояние конуса.

Сведение задачи к одномерной векторной краевой задаче

Применим к уравнениям равновесия (3) интегральное преобразование Попова [10] по схеме

$$U_k(r) = \int_{w_0}^{w_1} y_*(\theta, \nu_k)u(r, \theta)d\theta,$$

$$V_k(r) = \int_{w_0}^{w_1} y(\theta, \nu_k)\upsilon(r, \theta)d\theta \tag{4}$$

с формулами обращения

$$u(r, \theta) = -\sum_{k=0}^{\infty} U_k(r)(2\nu_k + 1)\left[S_\nu \frac{\partial\Omega_\nu}{\partial\nu}\right]\Bigg|_{\nu=\nu_k}^{-1} y_*(\theta, \nu_k),$$

$$\upsilon(r, \theta) = -\sum_{k=0}^{\infty} V_k(r)\frac{2\nu_k + 1}{\nu_k(\nu_k + 1)}\left[S_\nu \frac{\partial\Omega_\nu}{\partial\nu}\right]\Bigg|_{\nu=\nu_k}^{-1} y(\theta, \nu_k). \tag{5}$$

Тут приняты обозначения

$$S_\nu(\cos\theta) = P_\nu^1(\cos\omega_1)/P_\nu^1(\cos\omega_0)$$

$$y(\theta, \nu) = P_\nu^1(\cos\theta)Q_\nu^1(\cos\omega_1) - P_\nu^1(\cos\omega_1)Q_\nu^1(\cos\theta),$$

$$y_*(\theta, \nu) = P_\nu(\cos\theta)Q_\nu^1(\cos\omega_1) - P_\nu^1(\cos\omega_1)Q_\nu(\cos\theta).$$

Здесь $\nu = \nu_k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, – корни трансцендентного уравнения

$$\Omega_\nu \equiv \Omega(\omega_0, \omega_1) \equiv P_\nu^1(\cos\omega_0)Q_\nu^1(\cos\omega_1) - P_\nu^1(\cos\omega_1)Q_\nu^1(\cos\omega_0) = 0. \tag{6}$$

В результате система уравнений Ламе (3) в пространстве трансформант примет вид

$$(r^2U_k'(r))' - \mu_*^{-1}\mu_0 rV_k'(r) - (2 + \mu_*^{-1}N_k)\times U_k(r) + \mu_*^{-1}\mu_{**}V_k(r) = r^2\tilde{q}_k,$$

$$(r^2V_k'(r))' + \mu_0 N_k rU_k'(r) + 2\mu_* N_k \times U_k(r) - \mu_* N_k V_k(r) = -r^2\tilde{p}_k,$$

$$N_k = \nu_k(\nu_k + 1), \ \tilde{q}_k = \mu_*^{-1}\gamma\int_{w_0}^{w_1}\sin 2\theta\, y_*(\theta, \nu_k)d\theta,$$

$$\tilde{p}_k = 2\gamma\int_{w_0}^{w_1}\sin^2\theta\, y(\theta, \nu_k)d\theta.$$

Переформулируем краевые условия (2) в терминах смещений и применим к ним интегральное (4), предварительно проделав замену переменной

$$r = a_1\rho, \quad U_k(a_1\rho) = \tilde{u}_k(\rho),$$

$$V_k(a_1\rho) = \tilde{\upsilon}_k(\rho), \quad \alpha = a_0/a_1, \quad \alpha < \rho < 1,$$

$$(1-\mu)\tilde{u}_k{}'(\rho) + 2\mu\tilde{u}_k(\rho) - \mu\tilde{\upsilon}_k(\rho)\big|_{\rho=\alpha,1} = 0,$$

$$N_k\tilde{u}_k(\rho) + \tilde{\upsilon}_k{}'(\rho) - \tilde{\upsilon}_k(\rho)\big|_{\rho=\alpha,1} = 0. \tag{7}$$

Введем в рассмотрение матрицы и векторы

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & -\mu_*^{-1} \\ N & 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2\mu & -\mu \\ N & -1 \end{pmatrix},$$

$$N = \begin{pmatrix} 1-\mu & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} -2-\mu_*^{-1} & \mu_*^{-1}\mu_{**} \\ 2\mu_* N & -\mu_* N \end{pmatrix},$$

$$\vec{y}(\rho) = \begin{pmatrix} \tilde{u}_k \\ \tilde{\upsilon}_k \end{pmatrix}, \quad \vec{f}(\rho) = (a_1\rho)^2\begin{pmatrix} \tilde{q}_k \\ \tilde{p}_k \end{pmatrix}.$$

С их помощью сформулируем векторную краевую задачу

$$\begin{cases} L_2(\vec{y}(\rho)) = \vec{f}(\rho), \ \alpha < \rho < 1, \\ V_i[\vec{y}] = 0, \quad i = 0, 1, \end{cases} \tag{8}$$

дифференциальный оператор и краевые функционалы которой имеют вид

$$L_2\vec{y} = I(\rho^2\vec{y}'(\rho))' + \mu_0\rho Q\vec{y}'(\rho) + P\vec{y}(\rho),$$
$$V_i[y] \equiv Ay(a_i) + By'(a_i) = 0,$$
$$i = 0,1; \quad a_0 = \alpha, \; a_1 = 1. \qquad (9)$$

Решение векторной одномерной краевой задачи

Прежде чем построить векторное решение уравнения (8), построим матричное решение однородного уравнения

$$L_2Y(\rho) = 0, \quad \alpha < \rho < 1. \qquad (10)$$

Для этого подставим в уравнение (8) матрицу $Y(\rho) = \rho^s I$ (I – единичная матрица), что приведет к соотношению $L_2Y(\rho) = \rho^s M(s)$, где $M(s)$ – матрица порядка 2×2. Решение уравнения тогда запишется в виде [11]:

$$Y(\rho) = \frac{1}{2\pi i}\oint_C \rho^s \frac{\tilde{M}(s)}{\Delta(s)}ds, \qquad (11)$$

где C – замкнутый контур, охватывающий полюса подынтегральной функции, которыми являются корни уравнения $\Delta(s) = 0$, $\Delta(s)$ – определитель матрицы $M(s)$, $\tilde{M}(s)$ – союзная матрица,

$$\Delta(s) = s^4 + 2s^3 + (2N_k + 1)s^2 -$$
$$-2(N_k+1)s + N_k(N_k - 2) = \prod_{i=1}^{4}(s - s_i),$$
$$s_1 = \nu_k + 1, \; s_2 = \nu_k - 1, \; s_3 = -\nu_k, \; s_4 = -\nu_k - 2.$$

Применим следующие обозначения

$$\Omega_k(s) = \frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{s^k\rho^s}{\Delta(s)}ds, \quad k = 0,1. \qquad (12)$$

Матрица $Y(\rho)$ в принятых обозначениях запишется в виде

$$Y(\rho) = \begin{pmatrix} \Omega_2(s) - \Omega_1(s) - & \mu_0\mu_*^{-1}\Omega_1 - \\ -\mu_* N_k\Omega_0 & -\mu_{**}\mu_*^{-1}\Omega_0(s) \\ -\mu_0 N_k\Omega_1 - & \Omega_2(s) + \Omega_1(s) - \\ -2\mu_* N_k\Omega_0 & -(2 + \mu_*^{-1}N_k)\Omega_0(s) \end{pmatrix}.$$

Если в (12) подсчитать интегралы в простых полюсах $s_1 = \nu_k + 1$ и $s_2 = \nu_k - 1$, то получим решение $Y_0(\rho)$, растущее на бесконечности, при $s_3 = -\nu_k$, $s_4 = -\nu_k - 2$ – решение $Y_1(\rho)$, убывающее на бесконечности.

$$Y_0(\rho) = \rho^{\nu+1}R_{\nu+1}A_+(\nu) - \rho^{\nu-1}R_\nu B_+(\nu),$$
$$Y_1(\rho) = \rho^{-\nu}R_\nu A_-(\nu) - \rho^{-\nu-2}R_{\nu+1}B_-(\nu). \qquad (13)$$

Здесь

$$R_\nu = [2(4\nu^2 - 1)]^{-1}, \quad \mu_1 = [2(1-\mu)]^{-1},$$
$$\nu = \nu_k \;\; (k = 1, 2, ...),$$
$$A_+(\nu) = \begin{pmatrix} 2(\nu+1) - \mu_0 N_k & \mu_*^{-1}(\mu_0\nu_k - 2) \\ -\mu_0 N_k(\nu + k + 2) & \mu_1 N_k + 2\nu_k \end{pmatrix},$$
$$B_+(\nu) = \begin{pmatrix} -(\mu_0 N_k + 2\nu) & 2 - \mu_1\nu \\ \mu_0 N_k(\nu + \kappa) & -(2(\nu+1) - \mu_1 N_k) \end{pmatrix},$$
$$A_-(\nu) = \begin{pmatrix} -\mu_0 N_k - 2\nu & -\mu_1(\nu + k) \\ \mu_0 N_k(\nu - 4(1-\mu)) & \mu_1 N - 2(\nu+1) \end{pmatrix},$$
$$B_-(\nu) = \begin{pmatrix} -(\mu_0 N_k - 2(\nu+1)) & -\mu_1(\nu + k + 2) \\ N_k(\mu_0\nu - 2) & \mu_1 N_k + 2\nu \end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Рассмотрим отдельно случай $k = 0$. Для данного случая $\nu_0 = 0$, т. е. ν_0 – собственное число лишь функции $P_\nu(\cos\theta)$, стало быть $P_0(\cos\theta) = 1$, $P_0^1(\cos\theta) = 0$. Отсюда вытекает, что $u_0(\rho) \neq 0$, тогда как $\nu_0(\rho) = 0$. В этом случае одномерная задача в пространстве трансформант упрощается:

$$\begin{cases} (\rho^2 u_0'(\rho))' - 2u_0(\rho) = a_1^2\rho^2\tilde{q}_0, \quad \alpha < \rho < 1, \\ (1-\mu)u_0'(1) + 2\mu u_0(\alpha) = 0, \\ (1-\mu)a u_0'(1) + 2\mu u_0(1) = 0. \end{cases} \qquad (15)$$

Неизвестные постоянные d_1 и d_2 общего решения уравнения (15)

$$u_0(\rho) = d_1\rho + \frac{d_2}{\rho^2} + \frac{a_1^2 q_0}{4}\rho^2 \qquad (17)$$

отыщем из краевых условий (15). Окончательно, решение для случая $k = 0$ примет вид

$$u_0(\rho) = -\frac{a_1^2 q_0}{2}\left(\alpha_1\rho + \alpha_2\rho^{-2} - \frac{\rho^2}{2}\right), \qquad (18)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{(\alpha^2+1)(\alpha+1)}{\alpha^2+\alpha+1}, \quad \alpha_2 = \frac{\alpha^3}{\alpha^2+\alpha+1}\frac{1}{2-4\mu}.$$

Теперь перейдем к случаю $k \geq 1$. Сформулированная векторная краевая задача (8) является полуоднородной, и потому ее решения можно строить несколькими способами: 1) с помощью матрицы Грина [12]; 2) с помощью отыскания частного решения векторного уравнения. Воспользуемся вторым способом, исходя из того, что в данном случае частное решение $u_k^*(\rho), \upsilon_k^*(\rho)$ можно построить пропорциональным правой части уравнения:

$$u_k^*(\rho) = D_k^1\rho^2, \quad \upsilon_k^*(\rho) = D_k^2\rho^2. \qquad (19)$$

Подставим представления (19) в уравнение (8), откуда найдем вид постоянных D_k^1, D_k^2 $(k=1,2,...)$:

$$D_k^1=\frac{\tilde{q}_k-D_k^2\mu_*^{-1}(\mu_{**}-2\mu_0)}{2-\mu_*^{-1}N_k},$$

$$D_k^2=\frac{\tilde{p}_k\eta_k^1-\tilde{q}_k\eta_k^2}{\Delta_k^1}, \qquad (20)$$

$$\Delta_k^1=\mu_*(N_k-12)(N_k-2),$$

коэффициенты η_k^1, η_k^2 не приводятся в связи с громоздкостью выражений. Частное решение векторного уравнения построено:

$$\vec{y}_k^{\,*}(\rho)=\begin{pmatrix}D_k^1\\ D_k^2\end{pmatrix}\rho^2.$$

Общее решение векторного уравнения (2) принимает вид

$$\vec{y}_k(\rho)=Y_0(\rho)\begin{pmatrix}C_1\\ C_2\end{pmatrix}+Y_1(\rho)\begin{pmatrix}C_3\\ C_4\end{pmatrix}+y_k^*(\rho). \qquad (21)$$

Неизвестные постоянные C_i, $i=\overline{1,4}$, найдем, удовлетворив краевым условиям в (8). Таким образом, решение векторной одномерной краевой задачи построено в пространстве трансформант точно.

Обращение полученного решения

Для построения окончательного решения поставленной задачи применим к компонентам вектора решения (21) обратные преобразования (5) соответственно, учитывая, что во второй формуле следует суммировать ряд, начиная с единицы. При проведении суммирования следует использовать удобную для этого формулу вычисления производной по порядку от функции Лежандра

$$\frac{\partial P_\nu^\mu(\cos\theta)}{\partial\nu}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\Gamma(1/2+\mu)\sin^\mu\theta\right]^{-1}\times$$
$$\times\int_0^\theta(\cos\varphi-\cos\theta)^{\mu-1/2}\frac{\Gamma(\nu-\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu+1)}\times$$
$$\times\Big[\big(\Psi(\nu-\mu+1)-\Psi(\nu+\mu+1)\big)\times$$
$$\times\cos\big(\varphi(\nu+1/2)\big)-\varphi\sin\varphi(\nu+1/2)\Big]d\varphi. \qquad (22)$$

Для больших значений ν получена асимптотическая формула путем использования формул асимптотического поведения функций $\Gamma(z)$ и $\Psi(z)$ при больших значения аргумента [13]:

$$\frac{\partial P_\nu^\mu(\cos\theta)}{\partial\nu}\sim\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\Gamma(1/2+\mu)\sin^\mu\theta\right]^{-1}\times$$
$$\times\int_0^\theta\frac{(\cos\varphi-\cos\theta)^{\mu-1/2}}{\nu^{2\mu}}\left[\frac{2}{(\nu+1)^2-\mu^2}\cos\big(\varphi(\nu+1/2)\big)+\right.$$
$$\left.+4\varphi\sin\varphi(\nu+1/2)\right]d\varphi. \qquad (23)$$

Следует указать, что в случае общего вида векторной краевой задачи (8) для точного решения необходимо построить матрицу Грина $G_k(\rho,\xi)$. Для этого предварительно следует найти фундаментальную матрицу $\Phi_k(\rho,\xi)$, с помощью которой решение неоднородного векторного уравнения можно для любого вида правой части записать в виде $\vec{y}_k(\rho)=\int_\alpha^1\Phi_k(\rho,\xi)\vec{f}_k(\xi)d\xi$. Для построения такой матрицы правая часть векторного уравнения продлевается нулем вне интервала $(\alpha,1)$, после чего к уравнению применяется интегральное преобразование Меллина. Решив полученное алгебраическое уравнение и обратив трансформанты, найдем решение векторного уравнения и, тем самым, отыщем фундаментальную матрицу $\Phi_k(\rho,\xi)$. Далее согласно методу решения, предложенного в [7], находим базисную матричную систему решений $\Psi_j(\rho)$, $j=0,1$:

$$\begin{cases}L_2(\Psi_j(\rho))=0, & \alpha<\rho<1,\\ V_i[\Psi_j(\rho)]=\delta_{ij}I, & i=0,1,\end{cases}$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, I – единичная матрица.

Располагая базисной матричной системой решений и фундаментальной матрицей, матрицу Грина можно найти по формуле [7]

$$G_k(\rho,\xi)=\Phi_k(\rho,\xi)+\sum_{j=0}^{1}\Psi_j(\rho)\big(V_j\left(\Phi_k(\rho,\xi)\right)\big)^{-1}.$$

В этом случае точное решение неоднородной векторной краевой задачи вида

$$\begin{cases}L_2(\vec{y}_k(\rho))=\vec{f}_k(\rho), & \alpha<\rho<1,\\ V_i[\vec{y}]=\chi_i(\rho), & i=0,1,\end{cases}$$

запишется в форме

$$\vec{y}_k(\rho)=\int_0^\infty G_k(\rho,\xi)\vec{f}_k(\xi)d\xi+\sum_{j=0}^{1}\Psi_j(\rho)\chi_j(\rho).$$

Результаты численного анализа

Было исследовано значение нормальных напряжений $\sigma_\theta(r,\theta)$ на конических поверхностях $\theta=\omega_i$, $i=0,1$, $a_0<r<a_1$ стального конуса. Це-

лью исследования было выявление зон возникновения растягивающих напряжений на поверхности и геометрических параметров конуса, при которых они возникают.

Результаты численного анализа показали, что при величине отношения радиусов a_1/a_0 меньшем, чем 4, растягивающие напряжения $\sigma_\theta(r,\theta)$ появляются на поверхностях при величине отношения углов ω_1/ω_0 меньшем, чем 1,5. При увеличении отношения a_1/a_0 растягивающие напряжения появляются уже при величине отношения ω_1/ω_0 меньшем, чем 3. Зона появления растягивающих напряжений расположена около сферической поверхности $r = a_1$, $\omega_0 < \theta < \omega_1$, и ее длина увеличивается с увеличением величины отношения a_1/a_0.

Выводы

1. Построено точное решение задачи о напряженном состоянии полого упругого дважды усеченного конуса при выполнении условий гладкого контакта на конических поверхностях с учетом его собственного веса.
2. Проведено исследование нормальных напряжений на конических поверхностях с целью обнаружения зон отрыва и условий их возникновения.
3. Предложенный подход позволяет найти решение поставленной задачи, для случая, когда на сферических поверхностях конуса заданы ненулевые нормальные напряжения.

Список использованных источников

1. *Ulitko A. F.* The vectors' expansion in the space elasticity theory. Kiev: Akademperiodika, 2002. – 341 p. (in Russian).
2. *Nuller B. M.* To the solving of the elasticity problems for the truncated cone // Izvestiya AN SSSR. – 1967. – N 5. – P. 146-151. (in Russian).
3. *Khomsuridze N. G.* The thermoelastic equilibrium of the conical bodies // Prikladnaya matematika i mechanica. – 2003. – V. 67, iss. 3. – P. 124-133. (in Russian).
4. *Thompson T. R.* End effects in a truncated semi-infinite cone // Quart. J. Mech. Appl. Math. – V. 23, iss. 2. – 1970. – P. 185-196.
5. *Kamran Asemi.* Elastic solution of a two-dimensional functionally graded thick truncated cone with finite length under hydrostatic combined loads // Acta Mechanica. – V. 217, iss.1-2. – 2011. – P. 119-134.
6. *Vaysfeld N. D.* The axisymmetrical mixed problem of elasticity for the fixed through the lateral surface cone with spherical segment / *N. D. Vaysfeld, G. Ya. Popov, V. V. Reut* // Prikladnaya matematika i mechanica. – 2013. – V. 77, iss.1. – P. 102-112. (in Russian).
7. *Popov G. Ya.* The axisymmetrical mixed problem of elasticity for the truncated circular hollow cone // Prikladnaya matematika i mechanica. – 2000. – V. 64, iss. 3. – P. 431-443. (in Russian).
8. *Popov G. Ya.* On the axisymmetrical problems of elasticity for the truncated hollow cone // Prikladnaya matematika i mechanica. – 2005. – V. 69, iss. 3. – P. 458-468. (in Russian).
9. *Vaysfeld N. D.* The axisymmetrical mixed problem of elasticity for the truncated circular cone with edge with regard of its proper weight */ N. D. Vaysfeld, A. V. Reut* // Vestnik Odesskogo Universiteta. Matematika I Mechanica. – 2012. – V.17, iss. 3. – P. 99-107. (in Russian).
10. *Popov G. Ya.* On the one method of the integral transformations obtaining with the application to the exact solution of the boundary problems of mathematical physics construction // Mat. Metody I Fiz.-Mech. Polya. – 2003. – V. 46, N 3. – P. 74-89. (in Russian).
11. *Gantmakher R. F.* The matrix theory. Moscow: Nauka, 1967. – 576 p. (in Russian).
12. *Popov G. Ya., Abdymanapov S. A., Efimov V. V.* The Green's functions and matrixes of the onedimensional boundary problems. Almaty: Ruan, 1998. – 106 p. (in Russian).
13. *Beytmen G., Erdelye A.* The higher transcendental functions. – Moscow: Nauka, 1967. – 576 p. (in Russian).

Поступила в редколлегию 31.03.13