

УДК 539.3

Георгиевский Д. В.¹, д. ф.-м. н., проф.

Об «ортогональных эффектах» напряжённо-деформированного состояния в механике сплошной среды

Описаны некоторые явления, возникающие в изотропной сплошной среде и выражающиеся в том, что угол между единичным девиатором напряжений в данной точке в данный момент времени и единичным девиатором деформаций (скоростей деформаций) в этой же точке в этот же момент времени не равен нулю. Его отличие от нуля не объясняется лишь экспериментальной погрешностью. К таким явлениям относятся эффект Пойнтинга, эффект Вайссенберга («центробетальный насос»), рэтчет, эффект Малышева, явления в экспериментах по виброползучести. Указано на возможность моделирования описанных явлений аппаратом тензорно нелинейных функций.

Ключевые слова: экспериментальная механика, эффекты второго порядка, тензорно нелинейные определяющие соотношения.

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 119991, Воробьёвы Горы, г. Москва, Россия
e-mail: georgiev@mech.math.msu.su

В экспериментальной механике сплошной среды [1, 2] и теории определяющих соотношений давно известны явления, называемые в различных приложениях эффектами второго порядка, эффектами высших порядков, а также «ортогональными эффектами». Их смысл заключается в том, что в изотропной среде при некоторых видах напряжённо-деформированного состояния единичный тензор-девиатор напряжений в данной точке в данный момент времени существенно отличается от единичного тензора-девиатора деформаций (скоростей деформаций) в этой же точке в этот же момент времени.

Впервые ещё в середине XIX века, проводя опыты с кручением металлических цилиндров, Г. Вертгейм обнаружил и измерил удлинение цилиндров. Им было проведено около шестидесяти таких опытов [3], в них осуществлялись малые деформации сплошных и полых, стальных и латунных цилиндров кругового и эллиптического

D. V. Georgievskii¹, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.

On «orthogonal effects» of stress-strain state in continuum mechanics

Some phenomena in isotropic continuum media being expressed by the fact that an angle between an unit stress deviator at given point at given time moment and an unit strain (strain rate) deviator at the same point at the same time moment is not equal to zero, are collected. This difference from zero could not be explained only by an experimental error. The Poynting effect, Weissenberg effect («centripetal pump»), ratcheting, Malyshev effect, phenomena in vibrocreep experiments may be numbered among mentioned appearances. A possibility to simulate these phenomena on the basis of theory of tensor nonlinear functions is pointed out in published paper.

Key Words: experimental mechanics, effects of second order, tensor nonlinear constitutive relations.

¹M. V. Lomonosov Moscow State University, 119991, Vorobyovy Gory, Moscow, Russia
e-mail: georgiev@mech.math.msu.su

сечения. В начале XX века Дж. Пойнтинг также наблюдал изменение длины и объёма скручиваемых стальных образцов, но уже при больших деформациях [4]. Относительное удлинение образца приближённо пропорционально квадрату угла закручивания, а при фиксированном значении угла удлинение пропорционально квадрату радиуса. Пойнтингом же показано, что удлинение и изменение объёма скорее всего не связаны с изменением упругих постоянных, т. е. с деформационной анизотропией.

Для явления возникновения деформаций в направлении, ортогональном чисто сдвиговому усилию, был введён термин «эффект Пойнтинга». В [5] это явление было отнесено к так называемым эффектам второго порядка. Его количественному описанию для изотропных и анизотропных материалов при малых и конечных деформациях посвящено большое количество работ [6-11].

В 1958 г. в [12, 13] приведены результаты первых экспериментальных исследований по кручению различных образцов под действием крутящих моментов при непрерывном пластическом растяжении. В [12] испытания велись при нагружении, мало отличающемся от простого. После некоторой осевой деформации момент внезапно прикладывался и снимался. Отмечены различные аномалии в поведении образцов, свидетельствующие ещё об одном помимо эффекта Пойнтинга явлении, указывающем на тензорную нелинейность определяющих соотношений, – рэтчете (см., например, [14, 15]). Он заключается в гораздо более сильном изменении осевых деформаций при совместном растяжении и циклическом кручении с ненулевым сдвигом, чем при отдельном растяжении без кручения. К числу аналогичных по смыслу явлений в реономных моделях можно отнести виброползучесть [16].

Говоря о гидродинамических приложениях, необходимо отметить привлекшее в конце 40-х годов XX века внимание специалистов явление, обнаруженное К. Вайссенбергом в экспериментах с очень вязкими жидкостями – растворами каучука, целлюлозы, крахмала, некоторыми пищевыми продуктами – и получившее название «центростремительный насос». Если такие среды вращать между двумя соосными цилиндрами, один из которых может, не вращаясь, двигаться только вдоль своей оси, а второй вращается и захватывает среду, то последняя заметно поднимается и течёт при этом внутрь. Эти течения противоположны действиям тяжести и центробежной силы.

Одним из объяснений эффекта Вайссенберга стало введение в неньютоновскую модель так называемой поперечной вязкости и, таким образом, привлечение тензорно-нелинейных определяющих соотношений между скоростями деформаций и напряжениями [17, 18]. По предложению

К. Труделла подобные среды стали называть средами Рейнера – Ривлина [18-20]. К их числу относятся коллоидные растворы, высокополимерные соединения, некоторые геоматериалы [21]. Различные аспекты и качественные особенности течений сред Рейнера – Ривлина к настоящему времени хорошо изучены и вошли в обзоры, монографии и учебники [22-29].

В [30] дан анализ тензорно нелинейных определяющих соотношений, связывающих девиаторы напряжений и скоростей деформаций в несжимаемых изотропных средах. Приведены связи квадратичных и кубических инвариантов, куда входят две материальные функции среды. Основное внимание уделено комбинациям сдвиговых течений в различных криволинейных системах координат.

В [31] получены точные автомодельные решения, соответствующие обобщённой диффузии вихревого слоя в плоском и осесимметричном случаях в среде Рейнера – Ривлина. В [32] описана принципиальная схема установочного эксперимента по нахождению двух материальных функций от двух инвариантов, входящих в определяющие соотношения тензорно нелинейной несжимаемой среды. В качестве базового течения такой среды взята комбинация радиального растекания и двух одномерных сдвигов во взаимно перпендикулярных направлениях, реализующихся в цилиндрическом слое.

В [33] представлены свойства изотропных нелинейных трёхмерных и двумерных тензор-функций, встречающихся в МДТГ, которые зависят от двух тензорных аргументов и обладают потенциалом по одному из них. Вторым тензорным аргументом может быть некоторый материальный параметр, характеризующий структуру, например, повреждённость.

Список использованных источников

1. *Bell J. F.* Experimental Foundations in Mechanics of Solids. Part. 1. Infinite Strains / J. F. Bell. – Moscow: Nauka, 1984. – 600 p. (in Russian).
2. *Bell J. F.* Experimental Foundations in Mechanics of Solids. Part. 2. Finite Strains / J. F. Bell. – Moscow: Nauka, 1984. – 432 p. (in Russian).
3. *Wertheim G.* Memoir sur la torsion. Premiere Partie / G. Wertheim // Annales de Chimie et de Physique. – 1857. – Ser. 50. – P. 195-321.
4. *Poynting J. H.* On the changes in the dimensions of a steel wire when twisted, and on the pressure of distorsional waves in steel / J. H. Poynting // Proc. Roy. Soc. London. – 1912. – Ser. A86. – P. 534-561.
5. *Green A. E.* A note on second-order effect in the torsion of incompressible cylinders / A.E. Green // Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1954. – V. 50. – No. 3. – P. 488-490.
6. *Chen M.* Second-order effect of an elastic circular shaft during torsion / M. Chen, Z. Chen // Appl. Math. Mech. – 1991. – V. 12. – P. 769-776.
7. *Astapov V. F.* Torsion of a continuous cylinder of isotropic elastic material / V. F. Astapov, A. A. Markin, M. Yu. Sokolova // Izv. Tula State Univ. Ser. Mathematics, Mechanics, Informatics. – 1999. – V. 5. – No. 2. (in Russian).

8. *Gavrilyachenko T. V.* On special behavior of nonlinear compressible solids of cylindrical form by torsion / T. V. Gavrilyachenko, M. I. Karyakin // *Applied Mech. And Techn. Phys.* – 2000. – V. 41. – No. 2. – P. 188-193. (in Russian).
9. *Batra R. C.* Generalized Poynting effects in prismatic bars / R. C. Batra, F. dell'Isola, G. C. Ruta // *J. Elasticity.* – 1998. – V. 50. – No. 2. – P. 181-196.
10. *Akinola A.* An energy function for transversely-isotropic elastic material and the Poynting effect / A. Akinola // *Korean J. Comput. Appl. Math.* – 1999. – V. 6. – No. 3. – P. 639-649.
11. *Adamov A. A.* Torsion of a viscoelastic cylinder of incompressible material by finite strains / A. A. Adamov // *Stress-strain state and strength of constructions.* Sverdlovsk: USSR Ural Sci. Center Ed., 1982. – P. 61-65. (in Russian).
12. *Malyshev B. M.* Plastic flow by synchronous continuous tension and torsion under small torsion moments / B. M. Malyshev // *Vestn. Moscow State Univ. Ser. Mathematics, Mechanics, Astronomy, Physics, Chemistry.* – 1958. – No. 1. – P. 55-68. (in Russian).
13. *Malyshev B. M.* Torsion of tubes by step change of torsion moment in a process of continuous tension / B. M. Malyshev // *Vestn. Moscow State Univ. Ser. Mathematics, Mechanics, Astronomy, Physics, Chemistry.* – 1958. – No. 2. – P. 33-46. (in Russian).
14. *Chaboche J. L.* Modeling of ratcheting: evaluation of various approaches / J. L. Chaboche // *Europ. J. Mech. Ser. A. Solids.* – 1994. – V. 13. – No. 4. – P. 501-518.
15. *Delobelle P.* Experimental study and phenomenological modelization of ratchet under uniaxial and biaxial loading on an austenitic stainless steel / P. Delobelle, P. Robinet, L. Bocher // *Internat. J. Plasticity.* – 1995. – V. 11. – No. 4. – P. 295-330.
16. *Lokoshchenko A. M.* On vibrocreep / A. M. Lokoshchenko, S. A. Shesterikov // *Izv. USSR Acad. Sci. Ser. Mech. of Solids* – 1966. – No. 3. P. 141-143. (in Russian).
17. *Malinin N. I.* On a problem of Weissenberg effect / N. I. Malinin // *Colloid. J.* – 1960. – V. 22. – No. 2. – P. 201. (in Russian).
18. *Reiner M.* *Rheology* / M. Reiner. – Moscow: Mir, 1965. – 224 p. (in Russian).
19. *Rivlin R. S.* Stress-deformation relations for isotropic materials / R. S. Rivlin, J. L. Ericksen // *J. Rational Mech. Anal.* – 1955. – V. 4. – No. 2. – P. 323-425.
20. *Rivlin R. S.* The formulation of constitutive equations in continuum physics. Part I / R. S. Rivlin // *Arch. Rational Mech. Anal.* 1960. – V. 4. – No. 2. – P. 129-144.
21. *Nikolaevskii V. N.* *Mechanics of geomaterials. Complicated models* / V. N. Nikolaevskii // *Itogi nauki i tekhniki. Ser. MDTT.* – Moscow: VINITI Ed., 1987. – V. 19. – P. 148-176. (in Russian).
22. *Wilkinson W. L.* *Non-Newtonian Fluids. Hydro-mechanics, Mixing, and Heat Transfer* / W. L. Wilkinson. – Moscow: Mir, 1964. – 216 p. (in Russian).
23. *Astarita J.* *Foundations in Hydromechanics of Non-Newtonian Fluids* / J. Astarita, J. Marrucci. – Moscow: Mir, 1978. – 312 p. (in Russian).
24. *Bibik E. E.* *Rheology of Dispersible Systems* / E. E. Bibik. – Leningrad: LGU Ed., 1981. – 172 p. (in Russian).
25. *Litvinov V. G.* *Flow of Nonlinear Viscous Fluid* / V. G. Litvinov. – Moscow: Nauka, 1982. – 374 p. (in Russian).
26. *Brutyan M. A.* *Hydrodynamics of non-Newtonian fluids* / M. A. Brutyan, P. L. Krapivskii // *Итоги Itogi nauki i tekhniki. Ser. Complex and Special Parts of Mechanics.* – Moscow: VINITI Ed., 1991. – V. 4. – P. 3-98. (in Russian).
27. *Andreev V. K.* *Symmetries of nonclassical models of hydrodynamics* / V. K. Andreev, V. V. Bublik, V. O. Bytev. – Novosibirsk: Nauka, 2003. – 352 p. (in Russian).
28. *Skul'skii O. I.* *Mechanics of anomalous viscous fluids* / O. I. Skul'skii, S. N. Aristov. – Moscow: R&C Dynamics, 2004. – 156 p. (in Russian).
29. *Miroshnichenko D. S.* *Influence of non-Newtonian properties of disperse fluids on rheological behavior of diluted suspensions* / D. S. Miroshnichenko. – Thesis for candidate of phys.-math. sci. 01.02.05. – Kyiv: KNU im. T. G. Shevchenka, 2000. – 129 p. (in Ukrainian).
30. *Georgievskii D. V.* *Tensor nonlinear effects by isothermal deformation of continuum media* / D. V. Georgievskii // *Advances of Mechanics (Uspekhi mekhaniki).* – 2002. – V. 1. – P. 150-176. (in Russian).
31. *Georgievskii D. V.* *Tensor nonlinear shear flows: material functions and diffusion-vortex solutions* / D. V. Georgievskii // *Nonlinear Dynamics.* – 2011. – V. 7. – No. 2. – P. 451-463. (in Russian).
32. *Georgievskii D. V.* *Establishing experiments to find the material functions of tensor nonlinear constitutive relations* / D. V. Georgievskii, W. H. Mueller, B. E. Abali // *Izv. Ran. Ser. Phys.* – 2012. – V. 76. – No. 12. – P. 1534-1537. (in Russian).
33. *Georgievskii D. V.* *On potential isotropic tensor functions of two tensor arguments in solid mechanics* / D. V. Georgievskii // *Izv. RAN. Ser. MTT.* – 2010. – No. 3. – P. 220-224. (in Russian).

Поступила в редколлегию 12.01.13