

УДК 539.3

Киричок І. Ф.¹, д. ф.-м. н., с. н. с.,
Карнаухова Т. В.², к. ф.-м. н., доц.

Осесиметричні резонансні коливання і вібророзігрів в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсорами при врахуванні температурної залежності властивостей матеріалів

В роботі представлено результати чисельного дослідження вимушених резонансних осесиметричних коливань і вібророзігріву циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсорами. Досліджено вплив температурної залежності комплексних характеристик пасивного і п'єзоактивного матеріалів на амплітуду коливань, температуру вібророзігріву та електричний показник сенсора.

Ключові слова: резонансні коливання, дисипативний розігрів, в'язкопружна циліндрична оболонка, сенсор.

¹ Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ, 03057, Київ, вул. Нестерова, 3
e-mail: term@inmech.kiev.ua

² Національний технічний університет "КПІ", 03057, Київ, просп. Перемоги, 3
e-mail: karn@inmech.kiev.ua

Вступ

В останні роки знаходять широке застосування методи активного демпфування вимушених коливань тонкостінних елементів за допомогою п'єзоелектричних включень, які виконують роль сенсорів або актуаторів [1, 2]. Побудові електротермомеханічних моделей динамічної поведінки шаруватих тонкостінних елементів із в'язкопружних пасивних (без п'єзоєфекту) і п'єзоактивних матеріалів з врахуванням температурної залежності властивостей матеріалів, геометричної і фізичної нелінійностей, а також розв'язанню конкретних задач присвячено роботи [3-7] та ін. Зокрема, в статтях [4-6] отримано аналітичні та чисельні результати про вимушені осесиметричні коливання і вібророзігрів циліндричних оболонок з п'єзоелектричними актуаторами.

В даній статті чисельно розв'язується задача про вимушені коливання і дисипативний розігрів шарнірно обпертої в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсорами при моногармонічному навантаженні. Досліджується

I. F. Kyrychok¹, Dr. Sci. (Phys.-Math.), sen. res.,
T. V. Karnaukhova², PhD (Phys.-Math.), Ass. Prof.

Axisymmetric resonant vibrations and vibroheating of viscoelastic cylindrical shell containing piezoelectric sensors with taking into account of temperature dependence of material characteristics

In the paper, the results of numerical investigation of the forced resonant axisymmetric vibrations and vibroheating of viscoelastic cylindrical shell with piezoelectric sensors are given. Influence of temperature dependence of material characteristics on vibration amplitude, heating temperature and electrical sensor indication are investigated.

Key Words: resonant vibrations, dissipative heating, viscoelastic cylindrical shell, sensor.

¹ Timoshenko Institute of Mechanics,
National Academy of Science of Ukraine,
3, Nesterov Str., Kyiv, 03057, Ukraine
e-mail: term@inmech.kiev.ua

² National technical university of Ukraine "KPI",
37, Peremogy Prosp., Kyiv, 03056, Ukraine
e-mail: karn@inmech.kiev.ua

вплив температурної залежності властивостей пасивного і п'єзоактивного матеріалів на динамічну і температурну поведінку оболонки та електричні показники п'єзосенсора.

Постановка задачі

Розглянемо тришарову циліндричну оболонку довжиною l , яка віднесена до ортогональної системи координат α, θ, z з координатою $z = 0$ на серединній поверхні радіуса R . Середній шар товщиною h_0 є ізотропним і пасивним. Зовнішні шари товщиною h_1 виготовлені із поляризованої по товщині в протилежних напрямках п'єзокераміки с однаковими властивостями. Вважаємо, що матеріали шарів є в'язкопружними, їх властивості залежать від температури, а поляризація зовнішнього ($z \geq h_0/2$) і внутрішнього ($z \leq h_0/2$) п'єзошарів характеризуються значеннями п'єзомодулів $-d_{31}$ і d_{31} , відповідно. Поверхні, що контактують з пасивним шаром, покриті суцільними електродами, на яких задано електричний потен-

ціал $\varphi(\pm h_0/2) = 0$. Зовнішні поверхні $z = \pm H/2$ ($H = h_0 + 2h_1$) п'єзошарів електродовані на ділянці $s^\pm = 2\pi R\Delta_\alpha$ ($\Delta_\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$) та неелектродовані поза s^\pm , де виконуються такі електростатичні граничні умови [3]:

$$\begin{aligned} \iint_{s^\pm} D_z^\pm ds &= 0 \quad (\alpha_0 \leq x \leq \alpha_1); \\ D_z^\pm &= 0 \quad (0 \leq \alpha < \alpha_0, \alpha_1 < \alpha \leq l), \end{aligned} \quad (1)$$

де D_z^\pm – нормальна складова електричної індукції на зовнішньому і на внутрішньому п'єзошарах оболонки.

На оболонку діє осесиметричний поверхневий тиск $q_z = q \cos \omega t$ з частотою ω , близькою до резонансної. В результаті, на розімкнутих електродних сенсорах s^\pm виникають електричні потенціали $\varphi(\pm H/2) = \pm V_s$, амплітудні значення яких необхідно визначити. Торці оболонки шарнірно оберті, а поверхні знаходяться в умовах конвективного теплообміну з оточуючим середовищем.

При моделюванні електротермомеханічної поведінки розглядуваної оболонки приймаємо, що по всьому пакету шарів справедливий гіпотези Кірхгофа – Лява для механічних величин і адекватні припущення відносно електричних змінних [8], з яких випливає, що $D_z = \text{const}$ є постійною по товщині п'єзошарів. Вважаємо, що температура по товщині пакету постійна, а в'язкопружні властивості матеріалів описуються концепцією комплексних модулів [8], які залежать від температури.

Побудова розв'язку задачі

З використанням підходу [7] поставлена задача зводиться до розв'язання рівнянь гармонічних коливань (множник $e^{i\omega t}$ опускається)

$$\begin{aligned} N_{\alpha,\alpha} + \bar{\rho}\omega^2 u &= 0, \quad M_{\alpha,\alpha} - Q_\alpha = 0, \\ Q_{\alpha,\alpha} - N_\theta/R + \bar{\rho}\omega^2 w + q_z &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

виразів для зусиль і моментів

$$\begin{aligned} N_\alpha &= C_{11}\varepsilon_\alpha + C_{12}\varepsilon_\theta, \quad M_\alpha = D_{11}\kappa_\alpha, \\ N_\alpha &= C_{12}\varepsilon_\alpha + C_{11}\varepsilon_\theta, \quad M_\theta = D_{12}\kappa_\alpha; \end{aligned} \quad (3)$$

кінематичних співвідношень

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= u_{,\alpha}, \quad \varepsilon_\theta = w/R, \\ \kappa_\alpha &= \vartheta_{\alpha,\alpha}, \quad \vartheta_\alpha = -w_{,\alpha}; \end{aligned} \quad (4)$$

усередненого за період коливань і товщиною оболонки рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{a} T_{,t} = T_{,\alpha\alpha} - \frac{2\alpha_s}{\lambda H} (T - T_c) + \frac{1}{\lambda H} \widehat{W} \quad (5)$$

з дисипативною функцією

$$\frac{2}{\omega} \widehat{W} = N'_\alpha \varepsilon'_\alpha - N'_\alpha \varepsilon''_\alpha + N''_\theta \varepsilon'_\theta - N''_\theta \varepsilon''_\theta + M''_\alpha \kappa'_\alpha - M''_\alpha \kappa''_\alpha. \quad (6)$$

Рівняння (2) – (4) необхідно доповнити умовами шарнірного обпирання торців оболонки

$$N_\alpha = 0, \quad w = 0, \quad M_\alpha = 0 \quad (\alpha = 0, l). \quad (7)$$

Граничні та початкова умови рівняння теплопровідності (5) – (6) такі:

$$\begin{aligned} \lambda T_{,\alpha} &= \pm \alpha_{n,l} (T - T_c) \quad (\alpha = 0, l), \\ T &= T_0 \quad (t = 0). \end{aligned} \quad (8)$$

Обумовлені гармонічним деформуванням системи електричні потенціали $\pm V_s$ на розімкнутих електродах сенсора на основі розв'язку задачі термомеханіки (2) – (8) і першої умови (1) обчислюються за формулою

$$\frac{V_s}{h_1} = \frac{\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} b_{31}(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\theta + h'\kappa_\alpha) d\alpha}{\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} b_{33} d\alpha}, \quad h' = \frac{h_0 + h_1}{2}. \quad (9)$$

У співвідношеннях (2) – (9) введено такі позначення:

$$\begin{aligned} C_{1k} &= h_0 [B_{1k} + (2B_{1k}^s + \gamma_{33})\delta], \\ D_{1k} &= h_0^3 (B_{1k} + 2B_{1k}^s \delta_*^3 + 2\gamma_{33} \delta^3) / 12, \\ B_{11} &= E / (1 - \nu^2), \quad B_{11}^s = [s_{11}^E (1 - \nu_E^2)]^{-1}, \\ B_{12} &= \nu B_{11}, \quad B_{12}^s = \nu_E B_{11}^s, \quad \nu_E = -s_{12}^E / s_{11}^E, \\ b_{31} &= d_{31} [s_{11}^E (1 - \nu_E)]^{-1}, \quad \gamma_{33} = b_{31}^2 / b_{33}, \\ b_{33} &= \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2), \quad k_p^2 = 2b_{31} d_{31} / \varepsilon_{33}^T, \\ \delta &= h_1 / h_0, \quad \delta_*^3 = 4\delta^3 + 6\delta^2 + 3\delta, \\ \bar{\rho} &= 2\rho_* h_1 + \rho h_0, \quad s_{1k}^E = s_{1k}^E (1 - i\delta_*^s), \\ d_{31} &= d_{31}^E (1 - i\delta_{31}^d), \quad \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{33}^E (1 - i\delta_{33}^e) \end{aligned}$$

– залежні від температури T комплексні податливості, п'єзомодуль і діелектрична проникливість п'єзоматеріалу; $E = E' + iE''$, $\nu = \text{const}$ – коефіцієнти в'язкопружності і Пуассона пасивного матеріалу; w, u – амплітуди прогину і осьового переміщення; ρ_0, ρ_1 – питомі густини пасивного і п'єзоактивного матеріалів. Тут і далі застосовуються стандартні позначення комплексних величин:

$$a = a' + ia'', \quad |a| = (a'^2 + a''^2)^{1/2}.$$

Для розв'язання нелінійної взаємозв'язаної системи рівнянь (2) – (8) використовується метод покрокового за часом інтегрування [8]. При цьому система (2) – (4) записується у формі звичайних диференціальних рівнянь нормального вигляду відносно комплексних величин u , w , ϑ_α , N_α , Q_α , M_α . На кожному кроці інтегруються отримані рівняння методом дискретної ортогоналізації, а рівняння теплопровідності – методом кінцевих різниць.

Результати розрахунків та їх аналіз

Числові розрахунки проведено для частот навантаження, близьких до першої резонансної частоти осесиметричних згинних коливань оболонки з розмірами $R = 0,1$ м, $l = 0,2$ м, $h_0 = 0,004$ м, $h_1 = 0,1 \cdot 10^{-4}$ м і параметрами сенсора $\alpha_0 = 0,375 l$, $\alpha_1 = 0,625 l$. Пасивний шар виготовлений із полімера, а п'єзошари – із п'єзокераміки ЦТСтБС-2, температурні апроксимації електромеханічних властивостей яких приведені в статті [7].

На рис. 1 показано розподіли вздовж оболонки безрозмірної амплітуди прогинів $\tilde{w} = |w| \cdot 10^2 / h_0$ (криві 1) і температури вібророзігріву (криві 2), розраховані на резонансній частоті $\omega = 0,158 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ при $q = 0,1 \cdot 10^4 \text{ Па}$, $\gamma_0 = \alpha_{s,0,l} l / \lambda = 0,25$. Тут і далі штрихові криві відповідають ізотермічним характеристикам матеріалів, а суцільні – при врахуванні їх залежності від температури. Частотні залежності максимальної температури $T(\alpha = 0,5l)$, амплітуд прогинів \tilde{w} і показника сенсора $|V_s|$ показані на рис. 2, 3, 4

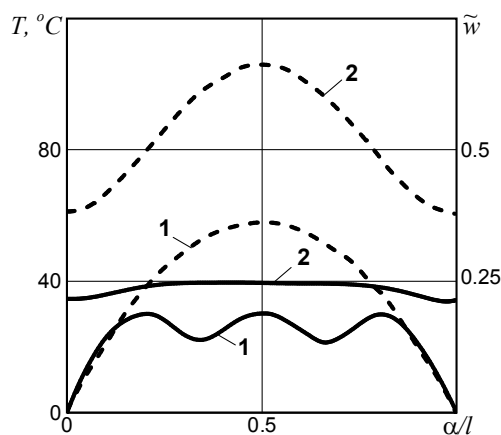


Рис. 1. Розподіли амплітуди прогину (криві 1) і температури (криві 2) по координаті

відповідно. Тут криві 1, 2 розраховані при $q = 0,05 \cdot 10^4$, $0,10 \cdot 10^4 \text{ Па}$. Аналіз кривих показує, що врахування температурної залежності властивостей матеріалів (суцільні лінії) при вимушених коливаннях оболонки приводить до появи частотних характеристик м'якого типу та зменшенню резонансної частоти. Збільшення механічного навантаження супроводжується ростом температури вібророзігріву, яка може досягати критичного значення T_{kp} , коли розм'ягчується пасивний матеріал, або деполаризується п'єзокераміка сенсора (точка Кюрі) і система втрачає працездатність. Проводячи числові розрахунки для різних амплітуд навантаження, за критичне значення приймалось навантаження q_{kp} , при якому максимальна температура досягає T_{kp} . Для механічного навантаження $q \geq q_{kp}$ обчислювався критичний час, який відповідає значенню T_{kp} .

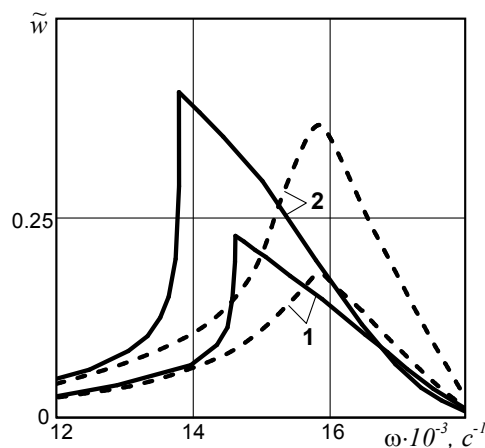


Рис. 2. Амплітудно-частотні характеристики

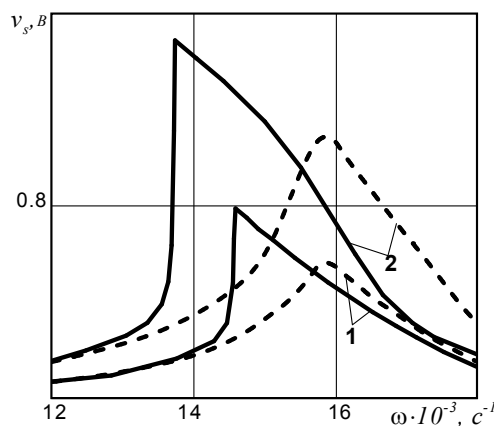


Рис. 3. Частотні залежності амплітуди показника сенсора

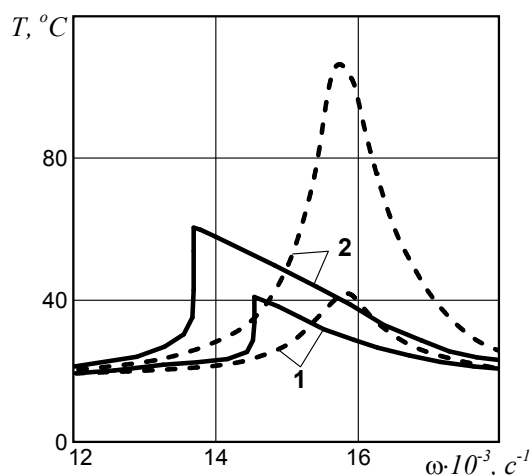


Рис. 4. Частотні залежності максимальної температури вібророзігріву

Висновки

Дано постановку задачі про вимушені осесиметричні резонансні коливання і вібророзігрів в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсорами при врахуванні температурної залежності властивостей пасивного і п'єзоактивного матеріалів. Показано, що врахування взаємозв'язаності механічних і теплових полів приводить до зменшення ізотермічної резонансної частоти і трансформації частотних залежностей амплітуд прогину, температури вібророзігріву оболонки та показника сенсора в нелінійні характеристики м'якого типу.

Список використаних джерел

1. Gabbert U., Tzou H. S. Smart structures and structronic systems. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001. – 384 p.

2. Tzou H. S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). – Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers, 1993. – 400 p.
3. Karnaukhov V. G., Mykhailenko V. V. Nonlinear thermomechanics of piezoelectrical non-elastic bodies under monoharmonic loading. – Zhytomir: ZSTU, 2005. – 428 p. (in Russian).
4. Kyrychok I. F., Karnaukhova T. V., Peresun'ko N. V. Resonant axisymmetric vibrations and dissipative heating of cylindrical shells and their control by piezoelectric actuators // Theoretical and applied mechanics. – 2009. – P. 132-114. (in Russian).
5. Kozlov V. I., Karnaukhova T. V., Peresun'ko N. V. Damping forced axisymmetric vibrations of viscoelastic cylindrical shell by piezoelectric actuators // Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics & Mathematics. – 2007. – N 4. – P. 84-87. (in Ukrainian).
6. Kyrychok I. F., Karnaukhova T. V. Forced axisymmetric vibrations and heating of viscoelastic cylindrical shells with piezoelectric actuators taking into account of thermomechanical coupling // Appl. Mechanics. – 2010. – V. 46, N 10. – P. 53-61. (in Russian).
7. Kyrychok I. F. Axisymmetric resonant vibrations and heating of revolution' shells and their control by piezoelectric sensors and actuators // Appl. Mechanics. – 2010. – V. 46, N 8. – P. 42-57. (in Russian).
8. Karnaukhov V. G., Kyrychok I. F. Coupling problems of theory of viscoelastic plates and shells. – Kyiv: Naukova Dumka. – 1986. – 222 p. (in Russian).

Надійшла до редколегії 14.05.13