

УДК 539.595

Лимарченко О. С.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,  
Тімохін О. П.<sup>1</sup>, аспірант

### Поведінка трубопроводу при закритичних швидкостях течії рідини

Досліджується задача коливань трубопроводу з рідиною при за критичних швидкостях течії рідини. Розглядається поведінка системи при малому початковому відхиленні від прямолінійної форми. Встановлено точку біфуркації розв'язку, коли прямолінійний стан трубопроводу втрачає стійкість, проте стійким стає певне альтернативне викривлене положення. Побудовано форми альтернативних положень в залежності від значень швидкості течії. Проаналізовано вплив сил Кориоліса на розвинення коливань в докритичній і закритичній областях зміни швидкості.

Ключові слова: трубопровід, швидкісна течія рідини, біфуркація, сили Кориоліса.

<sup>1</sup> Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, 01033, Київ, вул. Володимирська, 64  
e-mail: olelim2010@yahoo.com

#### Вступ

Метою даної роботи є аналіз руху системи трубопроводу – рідина в діапазоні біля- і закритичних значень швидкості течії. Відомо, що для трубопроводу з рідиною існує критична швидкість, яка визначається рівністю відцентрових сил, зумовлених течією рідини на криволінійних ділянках трубопроводу, і сил пружності [1]. Практично всі дослідження поведінки трубопроводів обмежуються випадками, коли швидкість течіє менша за критичну [1-5]. Окремо також варто проаналізувати внесок сил Кориоліса в докритичних та за критичних діапазонах.

#### Визначення зон стійкості трубопроводів

Трубопровід розглядається в балочному наближенні. Прийнято, що  $A_i(x)$  – форми коливань труби як балки з нерухоною рідиною, виражені через функції Крилова. В результаті дискретизації функції Лагранжа, записаної для балки з рідиною, рівняння Лагранжа другого роду відносно амплітудних параметрів коливань трубопроводу  $c_i$  набудуть вигляду [2, 5]:

© О. С. Лимарченко, О. П. Тімохін, 2013

O. S. Limarchenko<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Tech.), Prof.,  
O. P. Timokhin<sup>1</sup>, PhD student

### Behavior of pipeline for supercritical velocities of liquid flow

The problem of oscillations of pipeline with flowing liquid for supercritical velocities of liquid flow is under consideration. System behavior for small initial deviations from rectilinear shape is considered. Point of solution bifurcation was determined, when rectilinear state of pipeline losses stability, however certain alternative curved state becomes to be stable. Shapes of these alternative positions depending on values of flow velocities are constructed. Effect of the Coriolis forces on development of oscillations for subcritical and supercritical domains of liquid variation was analyzed.

Key Words: pipeline, high-speed liquid flow bifurcation, Coriolis forces.

<sup>1</sup> The Taras Shevchenko Kiev National University, 01601, Kyiv, Volodymyrska street, 64  
e-mail: olelim2010@yahoo.com

$$\begin{aligned} \ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho + \mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \\ & + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) - \frac{PF}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \\ & - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{1}{2N_r} \sum_{ijk} \ddot{c}_i c_j c_k d_{jkr}^2 - \\ & - \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left( d_{jkr}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) - \frac{EJ}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijkl}^6 - \\ & - \frac{2EF}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^3 - \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4. \end{aligned}$$

Введені величини  $N_i$ ,  $\beta_{ij}^1$ ,  $\beta_{ij}^2$ ,  $\kappa_i^4$ ,  $d_{ijkl}^2$ ,  $d_{ijkl}^3$ ,  $d_{ijkl}^4$ ,  $d_{ijkl}^6$  є квадратурами від відомих форм коливань  $A_i(x)$  по відомій області та визначаються чисельно. Для приведення системи до форми Коші підставимо замість нелінійного члену рівнянь руху, що містить  $\ddot{c}_r$ , його лінійне представлення. В підсумку одержимо рівняння з точністю до третього порядку малості відносно амплітуд коливань.

Звернемо увагу на підкреслений член рівнянь руху, який відповідає дії сил Кориоліса. З рівнянь видно, що дія сил Кориоліса не проявляється для випадку одного рівняння, оскільки коефіцієнт при амплітудному параметрі є антисиметричним виразом. Отже, дія сил Кориоліса проявляється лише для багатомодової моделі. Кориолісов член фактично замість форми коливань створює вираз, в якому здійснюється часовий і просторовий зсув по фазі на  $\pi/2$ . В результаті в часі і в просторі одержуються вирази, які не є елементами системи форм коливань і основних законів зміни за часом. В підсумку це призводить до того, що в системі встановлюється на рівні лінійних членів взаємозв'язок між всіма формами коливань. Дослідження показують, що цей механізм перерозподілу енергії в системі значно переважає вплив нелінійних механізмів.

На основі одномодового наближення діаграма залежності першого власного значення (парціальної частоти) від безрозмірної швидкості течії (віднесеної до критичної швидкості, визначеної за [1]) набуває вигляду, показаного на рис. 1. До критичного значення швидкості частота є дійсною, а для закритичних значень вона стає уявною, що свідчить про втрату стійкості прямолінійної форми трубопроводу.

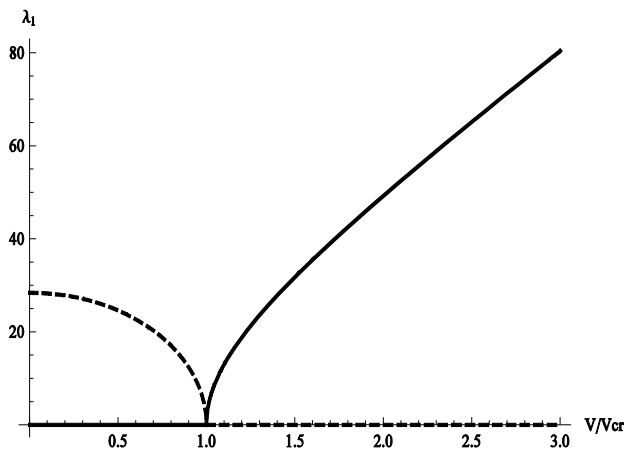


Рис. 1. Перша парціальна частота

При визначенні за методикою роботи [1] другої парціальної частоти залежності перших двох частот від безрозмірної швидкості течії рідини набудуть вигляду, представленою на рис. 2. Як видно з цих малюнків, закони зміни цих частот є незалежними. Проте, відомо, що для випадку багатомодової моделі системи суттєвим стає прояв сил Кориолісу, що значно змінює поведінку системи.

Якщо скористатися двомодовою моделлю системи і визначити зміну власних частот сумісних

коливань від безрозмірної швидкості, то внесок сил Кориоліса вагомо змінює характер залежності дійсних та уявних значень власних частот в порівнянні з парціальними частотами (рис. 3).

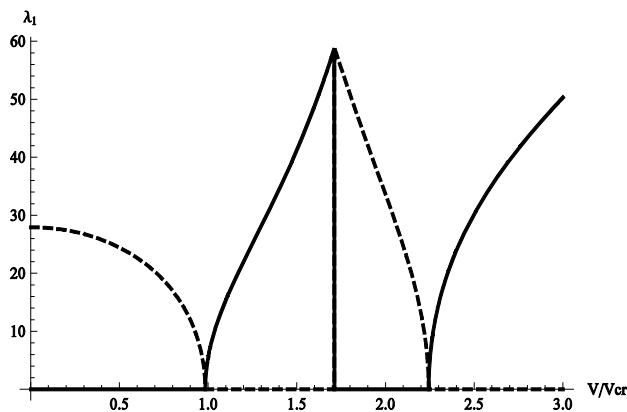


Рис. 2. Перші дві парціальні частоти

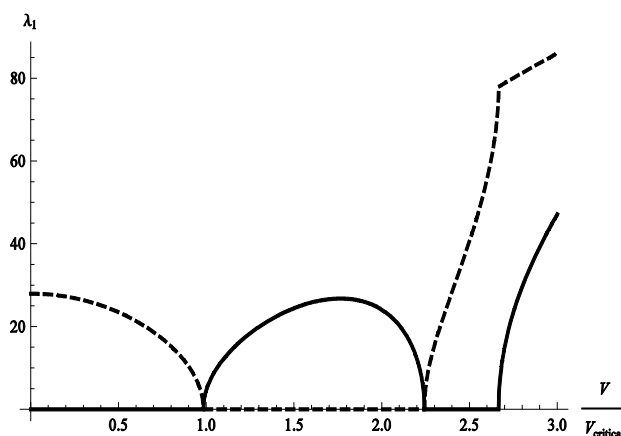


Рис. 3. Дійсні та уявні частини значень  $\lambda_1$

Тепер характер розвинення коливань може бути представлений таким чином. При зростанні швидкості течії до першої критичної швидкості прямолінійна форма коливань трубопроводу втрачає стійкість. На відрізку від першої критичної швидкості до приблизно 2,25 цієї швидкості стійким буде нове викривлене альтернативне положення динамічної рівноваги. Далі приблизно від 2,25 до 2,7 вказаної швидкості прямолінійне положення рівноваги стає знову стійким.

На рис. 4 приведені значення трьох амплітуд відхилення положення рівноваги трубопроводу від безрозмірної течії рідини. Верхнє і нижнє положення рівноваги є симетричними. Точка, що відповідає значенню безрозмірної швидкості, яка дорівнює одиниці, є точкою біфуркації розв'язків (розв'язок може розгалужитися на три гілки). На рис. 5 показано форми динамічної рівноваги (альтернативні положення) трубопроводу для

різних закритичних значень швидкості течії рідини. Зауважимо, що всі вони утворені різними збуреннями першої форми коливань. На рис. 5 приведені лише верхні альтернативні положення. Ці положення відповідають рівновазі всіх сил, що діють на трубопровід в усталеному русі системи. При цьому в балансі сил приймають участь не лише сили пружності і відцентрові сили, а додатково ще й сили Кориоліса.

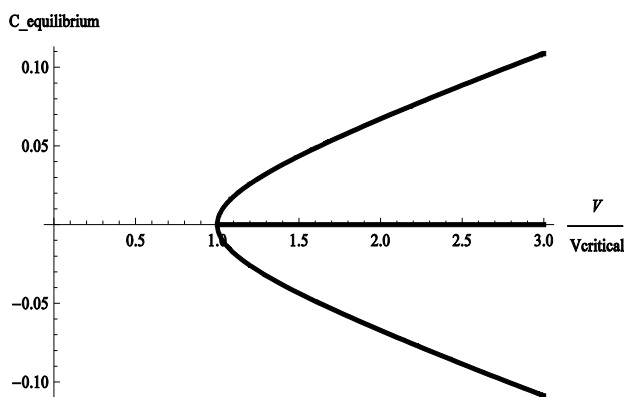


Рис. 4. Значення трьох амплітуд відхилень балки в залежності від безрозмірної швидкості

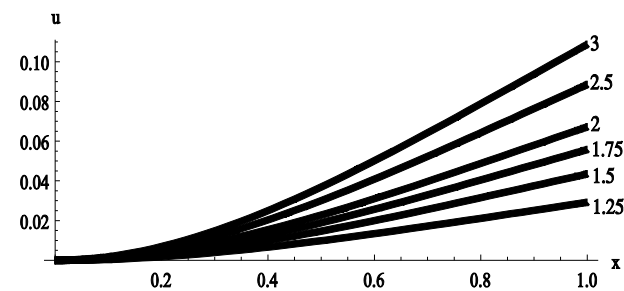


Рис. 5. Форми трубопроводу в альтернативних положеннях рівноваги при безрозмірних швидкостях течії 1,25; 1,5; 1,75; 2,0; 2,5; 3,0

Для системи тестових прикладів на основі розробленої моделі було чисельно було досліджено вплив сил Кориоліса для докритичних і закритичних швидкостях течії. Врахування сил Кориоліса в обох діапазонах зміни швидкостей є принципово важливим і визначальним при описі динамічної поведінки системи. Для режимів з докритичними швидкостями течії рідини сила Кориоліса сприяє енергообміну між формами коливань і її вплив значно посприятиме характер розвинення динамічних процесів. Проте у випадку закритичних швидкостей течії рідини вплив сили Кориоліса навпаки сприяє впорядкуванню коливань і приводить до домінування коливань в системі першої форми. Тобто, в закритичному діапазоні швидкостей сила Кориоліса стає стабілізуючим фактором, що сприяє регулярності коливань системи.

### Висновки

В роботі розглянуто питання динамічної стійкості коливань трубопроводу в околі критичних швидкостей течії і для діапазону закритичних швидкостей. Показано існування альтернативних положень динамічної рівноваги трубопроводу, навколо яких можуть розвиватися коливання. Встановлено точки біфуркації розв'язків і показано якими будуть форми альтернативних положень для різних значень критичних швидкостей. Чисельно на тестових прикладах проаналізовано вплив сил Кориоліса для докритичних і закритичних швидкостей течії. Показано, що характер впливу сил Кориоліса на цих діапазонах суттєво відрізняється.

### Список використаних джерел

1. Feodosiev V. I., On oscillations and stability of pipeline on liquid flowing inside it // Engineering Collected Articles, AS USSR. – 1951. – No. 10. – P. 169-170.
2. Bondar N. G. Nonlinear Autonomous Problems in Mechanics of Elastic Systems. – Kyiv: Budivelnik, 1971. – 140 p. (in Russian).
3. Kuiper G. L. Experimental investigation of dynamic stability of a free hanging pipe conveying fluid // Journal of Fluids and Structures. – 2008. – No. 24. – P. 541-558.
4. Paidoussis M. P. A horizontal fluid-conveying cantilever: spatial coherent structures, beam modes and jumps in stability diagram // Journal of Sound and Vibration. – 2005. – No. 280. – P. 141-157.
5. Vasilevskiy Yu. E., Limarchenko O. S. Nonlinear model of pipeline dynamics with high-speed fluid flow // Proceedings of the Institute of Mathematics of NAS of Ukraine. – 2006. – No. 4. – P. 322-334. (in Ukrainian).

Надійшла до редколегії 20.05.13