

УДК 539.3

Мольченко Л. В.¹, д. ф.-м. н.,
Лоос І. І.¹, к. ф.-м. н.,
Федорченко Л. М.¹, студент

Магнітопружність ортотропної гнучкої конічної оболонки з врахуванням ортотропної електропровідності

Розглядається напружено-деформований стан гнучкої ортотропної конічної оболонки в нестационарному магнітному полі. Проведено аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: оболонка, магнітне поле, магнітопружність.

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, просп. Глушкова, 4 е
e-mail: Mol_LV@univ.kiev.ua, Loiri@univ.kiev.ua

L. V. Molchenko¹, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
I. I. Loos¹, PhD (Phys.-Math.),
L. M. Fedorchenko¹, Stud.

The magnetoelasticity of flexible orthotropic conical shell with orthotropic electroconductivity

The stress-strain state of flexible orthotropic conical shell in no stationary magnetic field is considered. The analysis results has been carried out.

Key Words: shell, magnetic field, magnetoelasticity.

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv, 03680, Kyiv, Glushkova st., 4 e
e-mail: Mol_LV@univ.kiev.ua, Loiri@univ.kiev.ua

1. Вступ

Розвиток теорії спряжених полів і, зокрема, теорії електромагнітної взаємодії з середовищем, що деформується, вважається одним із головних напрямків розвитку сучасної механіки твердого тіла.

Механізм взаємодії пружного середовища з електромагнітним полем різнобічний і обумовлений геометричними характеристиками і фізичними властивостями тіла.

У рухомому суцільному середовищі при наявності електромагнітного поля виникають сили Лоренца. Механізм взаємодії через сили Лоренца буде мати місце в струмопровідному тілі і за відсутності феромагнітних, сегнетоелектричних чи п'єзоелектричних властивостей.

2. Основні рівняння

Завдяки такій взаємодії рівняння магнітопружності для подібних тіл в лагранжевих змінних в області, що займає тіло (внутрішня область), запишуться наступним чином [1, 2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \vec{J}_{cm}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, & \operatorname{div} \vec{D} &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \rho \left(\vec{F} + \hat{\vec{F}} \right) + \operatorname{div} \hat{\sigma}, \quad (2)$$

де \vec{J}_{cm} – густина стороннього електричного струму, \vec{J} – густина індукованого електричного струму, \vec{E} – напруженість електричного поля, \vec{H} – напруженість магнітного поля, \vec{D} – електрична індукція, \vec{B} – магнітна індукція, $\hat{\sigma}$ – тензор напружень; \vec{v} – швидкість деформації; ρ – густина матеріалу; \vec{F} і $\hat{\vec{F}}$ – об'ємна механічна і Лоренца сили відповідно.

При повільній зміні електромагнітного поля у рухомому тілі рівняння Максвелла доповнюються матеріальними співвідношеннями. Це – закон Ома і вирази для пондеромоторних сил в змінних Лагранжа:

$$\vec{B} = \mu_{ij} \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon_{ij} \vec{E}, \quad (3)$$

$$\vec{J} = \sigma_{ij} \Gamma F^T F^{-1} \left[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right], \quad (4)$$

$$\hat{\vec{F}} = \Gamma^{-1} F^{-1} \left[\vec{J}_{cm} \times \vec{B} + \sigma_{ij} \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \times \vec{B} \right], \quad (5)$$

де

$$F = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}, \quad \Gamma = \det \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{\xi}} \right| \quad (i, j=1, 2, 3),$$

σ_{ij} , ε_{ij} , μ_{ij} – відповідно тензори електричної провідності, діелектричної та магнітної проникливості, відповідно, з анізотропною електропровідністю.

Для отримання рівнянь магнітопружності тонких оболонок в геометрично нелінійній постановці використовується варіаційний підхід з застосуванням гіпотез Кірхгофа – Лява та електромагнітних гіпотез [2, 3].

Пружні властивості матеріалу оболонки вважаються ортотропними, головні напрямки пружності якого співпадають з напрямками відповідних координатних ліній. Електромагнітні властивості оболонки характеризуються тензорами σ_{ij} , ε_{ij} , μ_{ij} . Виходячи з кристалографії [4], для розглядуваного класу провідних ортотропних тіл з ромбічною кристалічною структурою тензори σ_{ij} , μ_{ij} , ε_{ij} приймають діагональний вигляд.

У випадку конічної оболонки, якщо в якості незалежної змінної прийняти довжину дуги меридіану конуса s (система координат s, θ, γ), то величини, що характеризують геометрію оболонки, запишуться наступним чином:

$$A=1, B=r, \frac{1}{R_s}=0, \frac{1}{R_\theta}=\frac{\sin\varphi}{r}, r=s\cos\varphi,$$

де A, B – коефіцієнти Ламе серединної поверхні оболонки; R_s, R_θ – головні радіуси кривизни; φ – кут між нормаллю до серединної поверхні та віссю обертання; $r=r(s)$ – радіус паралельного кола.

З урахуванням діагонального вигляду тензорів σ_{ij} , μ_{ij} , ε_{ij} , а також враховуючи описану геометрію оболонки, отримуємо повну систему рівнянь магнітопружності гнучкої ортотропної конічної оболонки з урахуванням електромагнітної ортотропії [2, 5].

3. Чисельний приклад

Розглядається зрізана ортотропна конічна оболонка з бороалюмінію, яка знаходиться у зовнішньому магнітному полі під дією нормальної складової механічної сили $P_\gamma = 5 \cdot 10^3 \sin \omega t$ Н/м² і зовнішнього електричного струму $J_{\theta cm} = 5 \cdot 10^5 \times \sin \omega t$ А/м². Товщина оболонки стала. Напружено-деформований стан оболонки визначаємо в залежності від кута φ ($\varphi = \pi/30, \pi/15, \pi/10, \pi/6$).

Параметри оболонки та матеріалу наступні:

$$s_0 = 0; s_N = 0,5 \text{ м}; e_s = 22,9 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2;$$

$$e_\theta = 10,7 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2;$$

$$\sigma_s = \sigma_\theta = 0,454 \cdot 10^8 \text{ (ом} \cdot \text{м)}^{-1};$$

$$\sigma_\gamma = 0,2 \cdot 10^8 \text{ (ом} \cdot \text{м)}^{-1};$$

$$v_s = 0,262; v_\theta = 0,32; \mu = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м};$$

$$\omega = 314,16 \text{ с}^{-1}; \rho = 2600 \text{ кг/м}^3;$$

$$h_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}; B_s^\pm = B_\theta^\pm = 0,1 \text{ Т}.$$

Граничні умови обрані наступним чином:

$$u = M_s = 0; Q_s = -200 \text{ Н/м}; B_\gamma = 0,3 \sin \omega t$$

при $s = 0$,

$$u = 0; w = 0; \vartheta_s = 0; B_\gamma = 0$$

при $s = 0,5$.

Розв'язок задачі визначався на інтервалі за часом $t = 1 \cdot 10^{-2}$ с, крок інтегрування за часом обирався рівним $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3}$ с при 100 точках інтегрування за довжиною оболонки.

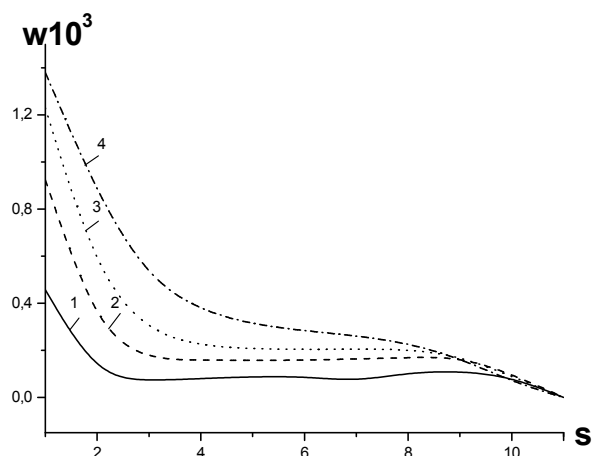


Рис. 1. Максимальні прогини оболонки

На рис. 1 показано зміну максимальних прогинів $w = w(s)/h_0$ для значень кута $\varphi = \pi/6; \pi/10; \pi/15; \pi/30$ – (відповідно графіки 1 – 4). Точки 1 – 11 за віссю s – це точки видачі результатів, які відповідають $s = 0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5$. Максимальні значення прогинів досягаються на п'ятій ітерації за часом при $t = 5 \cdot 10^{-3}$ с, що відповідає вигляду навантаження. Видно, що зі збільшенням кута конусності прогин збільшується.

На рис. 2 наведено графік зміни $\sigma_\theta^\pm(s)$ для

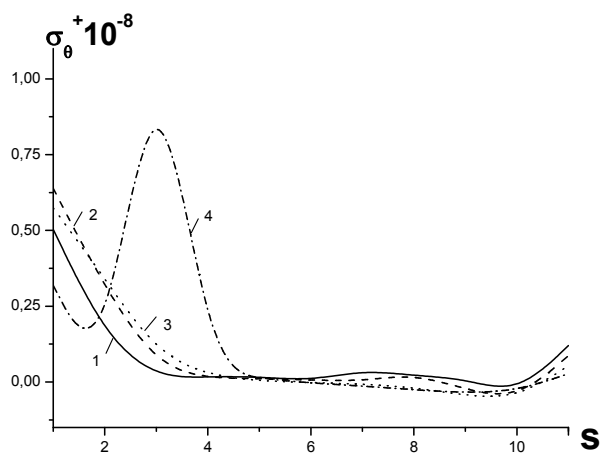


Рис. 2. Механічні напруження оболонки

розглядуваних вище значень кута φ при $t = 5 \cdot 10^{-3} c$, що відповідає максимальним значенням прогину на рис. 1. Тут $\sigma_{\theta}^{+}(s)$ – механічні напруження на зовнішній поверхні конічної оболонки.

Виходячи із наведених даних можна судити про вплив зміни кута конусності на напружено-деформований стан оболонки (номери кривих 1–4 відповідають прийнятим на рис. 1).

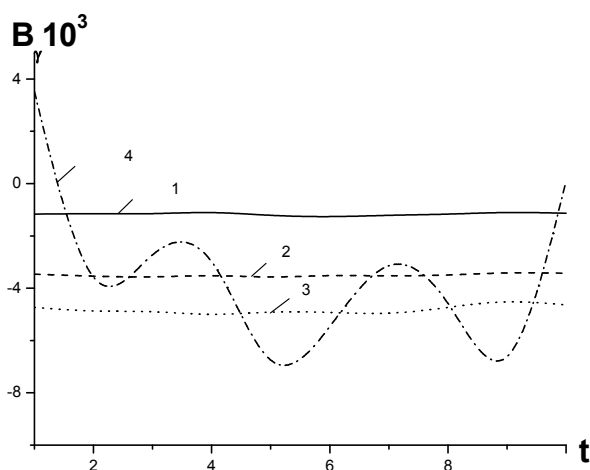


Рис. 3. Магнітна індукція оболонки

На рис. 3 показано розподіл нормальної складової магнітної індукції $B_{\gamma}(t)$ при $s = 0,04 m$ для кутів вказаних вище.

Варто зазначити, що при $\varphi = \pi/6; \pi/10; \pi/15$ значення магнітної індукції зменшуються зі збільшенням кута і залишаються монотонними. При $\varphi = \pi/30$ значення $B_{\gamma}(t)$ мають немонотон-

ний характер, відбувається чередування екстремальних значень $B_{\gamma}(t)$ за абсолютною величиною.

4. Висновки

На підставі отриманих рівнянь з використанням запропонованої методики маємо можливість враховувати як ортотропію матеріалу, так і ортотропію електромагнітного поля конічної оболонки, а також вплив деформацій на електромагнітні властивості тіла.

Такі задачі електромагнітопружності досить актуальні з точки зору додатків. У разі тонких ортотропних або ізотропних оболонок з ортотропною електропровідністю можна розв'язувати задачі магнітопружності шляхом варіації всіх фізико-механічних параметрів оболонки. В даному випадку вивчено вплив кутів конусності на напружено-деформований стан ортотропної оболонки.

Список використаних джерел

1. Moon F. C. Magneto-solid mechanics. – New-York: Wiley, 1984. – 437 p.
2. Grigorenko Y. M., Molchenko L. V. Foundations theory of plates and shells with elements mahnitoprzhnosti. – K.: HNV "Kiivskiyi universitet", 2009. – 403 p. (in Ukrainian).
3. Ambartsumian S. A., Bagdasarian G. E., Belubekyan M. V. Magnetoelasticity thin shells and plates. – Moscow: Nauka, 1977. – 272 p. (in Russian).
4. Kelly A., Groves Crystallography and defects in crystals. – Moscow: Mir, 1974. – 496 p. (in Russian).
5. Molchenko L. V., Loos I. I. Influence of conicity on the stress-strain state of a flexible orthotropic conical shell in a nonstationary magnetic field // Int. Appl. Mechanics. – 2011. – V. 46, Iss. 11. – P. 1261-1267.

Надійшла до редколегії 13.03.13