

УДК 533.9

Момот А.І., к.ф.-м.н.

Аналіз механізмів згасання іонно-звукових хвиль у заповищеній плазмі

Виконаний числовий розв'язок дисперсійного рівняння в області іонно-звукових коливань. В обчисленнях використовувались вирази для поздовжньої діелектричної проникності отримані в рамках кінетичної теорії заповищеної плазми з урахуванням самоузгодженого заряджання порошинок за рахунок поглинання електронів та іонів. Представленні дисперсійні криві та залежності декременту згасання від хвильового вектора. Проведений аналіз вкладу двох основних механізмів, які спричиняють зміну дисперсії та згасання іонно-звукових хвиль: самоузгоджене заряджання порошинок і зниження електронної концентрації.

Ключові слова: заповищена плазма, іонно-звукові хвилі, дисперсійне рівняння, самоузгоджене заряджання.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет, 03022, м. Київ, пр-т Глушкова 2, e-mail: momot@univ.kiev.ua

A.I. Momot, Ph.D.

Analysis of ion-acoustic waves damping mechanisms in dusty plasma

The numerical solution of the dispersion equation in the domain of ion-acoustic vibrations is performed. The expressions for longitudinal dielectric permittivity obtained in the framework of kinetic theory of dusty plasma with regard to self-consistent charging of dust particles due to plasma particles absorption were used in the computations. Dispersion curves and damping rates are presented. The analysis of two main mechanisms (self-consistent grain charging and decrease of electron density) influence on ion-acoustic wave dispersion and damping is done.

Key Words: dusty plasma, ion-acoustic waves, dispersion equation, self-consistent charging.

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Faculty of Physics, 03022, Kyiv Glushkova st, 2, e-mail: momot@univ.kiev.ua

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Макарець М. В.

Відомо, що присутність твердотільних дрібних домішок (порошинок) може суттєво впливати на електродинамічні та кінетичні властивості плазми. Зокрема, це стосується і хвиль у плазмі. Одна з головних причин впливу порошинок на колективні процеси у плазмі є поглинання ними електронів та іонів, які стикаються з поверхнею порошинок. Поглинання призводить до появи потоків плазмових частинок до поверхні порошинки. Так як теплова швидкість електронів набагато більша за теплову швидкість іонів, то порошинки заряджаються від'ємно. У стаціонарному стані іонний та електронний струми на порошинку є рівними. Таке заряджання є самоузгодженим, оскільки заряд порошинки визначається плазмовими потоками, які в свою чергу залежать від заряду. Збурення розподілу електронів та іонів призводить до збурення заряду порошинки і, отже, до додаткового відгуку плазми на електромагнітне поле. Заряд порошинки

мікронного розміру може досягати 10^5 зарядів електрона, тому присутність порошинок суттєво знижує концентрацію електронів у плазмі.

Останні 20 років питання розповсюдження хвиль у заповищеній плазмі викликає значний інтерес [1-3] який не вщухає і зараз [4,5], опубліковано багато статей, що розглядають як теоретичні так і експериментальні аспекти цього питання. Однак, у багатьох цих роботах використовувався спрощений підхід у рамках гідродинамічної моделі. Кінетична теорія електромагнітних процесів у заповищеній плазмі з урахуванням самоузгодженого заряджання порошинок була запропонована в [6]. В роботі [7] ця теорія була узагальнена на випадок плазми з порошинками різних розмірів. Присутність таких порошинок у природній плазмі є швидше правилом, ніж виключення. Також у [7] проведено числове дослідження розповсюдження іонно-звукових хвиль і виявлено суттєвий вплив пилової компоненти як на їх дисперсію так і на

згасання. Але не виконаний аналіз вкладу двох основних механізмів, які спричиняють зміну дисперсії та згасання: самоузгоджене зарядження порошинок і зниження електронної концентрації. Тому метою даної роботи є вивчення окремого впливу цих механізмів на розповсюдження іонно-звукових хвиль у запоорошеній плазмі.

Вираз для поздовжньої діелектричної проникності плазми без зіткнень, отриманий з кінетичного рівняння Власова, має вигляд [8]

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{k_{D\alpha}^2}{k^2} W\left(\frac{\omega}{k v_{T\alpha}}\right), \quad (1)$$

де індекс α позначає сорт плазмових частинок ($\alpha = e$ – електрон, $\alpha = i$ – іон), $v_{T\alpha} = \sqrt{T_{\alpha} / m_{\alpha}}$ – теплова швидкість частинок, $k_{D\alpha}^2 = 4\pi e^2 n_{\alpha} / T_{\alpha}$, e_{α} – заряд плазмової частини, $e_e = -e$, $e_i = e$, тобто іони є однозарядними. Тут

$$W(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x e^{-x^2/2}}{x - y - i0} dx \quad (2)$$

є плазмовою дисперсійною функцією, яка аналітична при $\text{Im } y \geq 0$ і може бути аналітично продовжена на всю комплексну площину на основі представлення

$$W(y) = 1 - \sqrt{2} y e^{-y^2/2} \int_0^{y/\sqrt{2}} e^{x^2/2} dx + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} y e^{-y^2/2}. \quad (3)$$

Умовою існування власних поздовжніх коливань у середовищі є рівняння

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 0, \quad (4)$$

яке визначає залежність частоти власних коливань ω від хвильового вектора \mathbf{k} . Як видно, поздовжня діелектрична проникність є комплексною величиною, тому при дійсному \mathbf{k} власна частота буде комплексною $\omega + i\gamma$, де γ – декремент згасання. Згасання хвиль у плазмі без зіткнень називають згасанням Ландау, воно спричинене резонансною взаємодією поля хвилі з плазмовими частинками, тобто взаємодією з частинками швидкість теплового руху яких близька до фазової швидкості хвилі.

З літератури давно відомі наближені аналітичні розв'язки рівняння (4) для діелектричної проникності (1). Метою цієї роботи є отримання точних числових розв'язків, для цього зручно переписати (1) у безрозмірних змінних

$$\varepsilon\left(\frac{k}{k_{Di}}, \frac{\omega + i\gamma}{\omega_{pi}}\right) = 1 + \frac{1}{(k/k_{Di})^2} W\left(\frac{\omega/\omega_{pi} + \gamma/\omega_{pi}}{k/k_{Di}}\right) + \frac{T_i}{T_e} \frac{n_e/n_i}{(k/k_{Di})^2} W\left(\frac{\omega/\omega_{pi} + \gamma/\omega_{pi}}{k/k_{Di}} \sqrt{\frac{T_i m_e}{T_e m_i}}\right), \quad (5)$$

де $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi e^2 n_i / T_i}$ – плазмова іонна частота. Рівняння (5) залежить від наступних параметрів: відношення температур електронів та іонів, відношення їх концентрацій а також відношення маси електрона до іона. У експериментах із запоорошеною плазмою зазвичай $T_i/T_e \ll 1$, тобто плазма є сильно неізотермічною. Обчислення, результати яких будуть наведені далі, проводились для випадку водневої плазми ($m_i/m_e = 1836$). Концентрації плазмових частинок пов'язані умовою квазінейтральності плазми

$$e_e n_e + e_i n_i + Q = 0, \quad (6)$$

де Q – це заряд накопичений на порошинках, звідси $n_e/n_i = 1 - P$, де $P = Q/e_e n_i$ – так званий параметр Хавнеса, який характеризує кількість електронного заряду накопичена на порошинках. Для плазми без порошу $P = 0$, тому концентрації електронів та іонів є рівними.

Отже, використовуючи в обчисленнях вираз для діелектричної проникності плазми без порошинок (5), але з $n_e/n_i = 1 - P$ буде враховано вплив порошинок на іонно-звукові хвилі лише за рахунок зміни концентрації електронів та іонів.

Як видно з рис. 1 зменшення концентрації електронів призводить до помітної зміни

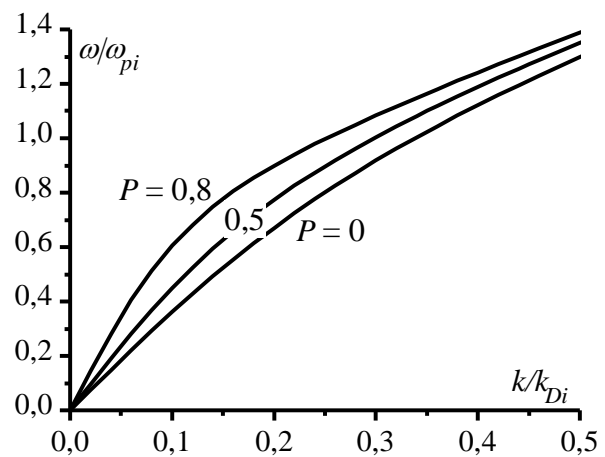


Рис. 1. Дисперсійні залежності для іонно-звукових хвиль у плазмі при $T_i/T_e = 0,1$ і $P = 0; 0,5; 0,8$.

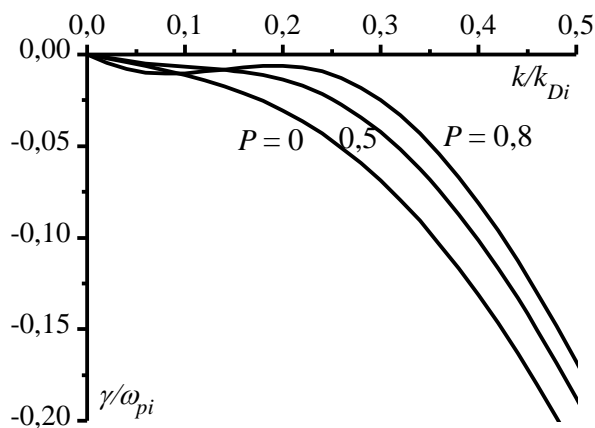


Рис. 2. Залежність декременту згасання іонно-звукових хвиль від хвильового вектора у плазмі при $T_i/T_e = 0,1$ і $P = 0; 0,5; 0,8$.

дисперсійних кривих, а саме збільшення власної частоти. Наприклад, при $P = 0,8$ (електронів у п'ять разів менше ніж іонів) і $k/k_{Di} = 0,1$ власна частота збільшується майже на 70%.

Декремент згасання іонно-звукових хвиль у водневій плазмі без порошу ($P = 0$) з $T_i/T_e = 0,1$ монотонно зростає з хвильовим вектором (див. рис. 2). Згасання спричинене тим, що зі збільшенням k зменшується фазова швидкість хвилі $v_{ph} = \omega/k$ наближаючись до теплової швидкості іонів (див. рис. 3), тобто все більше іонів резонансно взаємодіють з полем хвилі. Згасання на електронах є малим, адже їх тепла швидкість $v_{Te} = v_{Ti} \sqrt{(m_i/m_e)(T_i/T_e)} \approx 135v_{Ti}$ набагато більша за фазову швидкість хвилі і резонансна взаємодія є незначною. Фазова швидкість при $P = 0,5$ більша ніж при $P = 0$, це

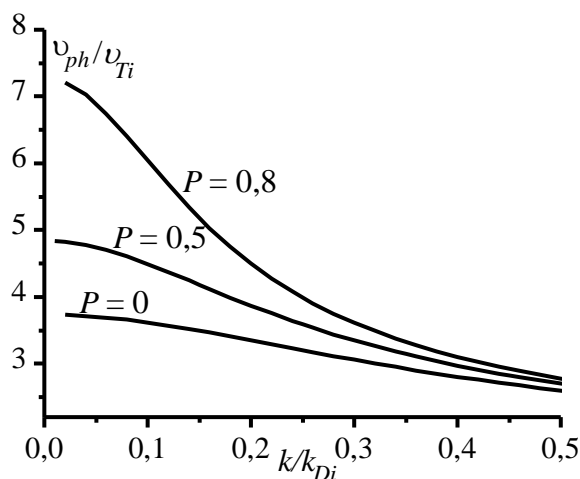


Рис. 3. Фазова швидкість іонно-звукових хвиль від хвильового вектора при $T_i/T_e = 0,1$ і $P = 0; 0,5; 0,8$.

очевидно, повинно призвести до зменшення згасання на іонах, що і спостерігається на рис. 2. Подальше зменшення концентрації електронів ($P = 0,8$) ще підвищує фазову швидкість хвилі, але вплив на декремент згасання тепер не є однозначним, а саме при $k/k_{Di} \geq 0,2$ згасання є меншим порівняно з випадками $P = 0$ та $P = 0,5$, а при $k/k_{Di} \leq 0,2$ навпаки більшим. Очевидно, що в цій області значень хвильового вектора зростання фазової швидкості є настільки високим, що починає відігравати роль згасання на електронах. Загалом, вплив зменшення концентрації електронів на декремент згасання іонно-звукових хвиль є суттєвим, наприклад при $k/k_{Di} = 0,2$ його значення відрізняється майже у 5 разів для $P = 0$ та $P = 0,8$.

Порівняємо наведені вище результати обчислень з числовим розв'язком дисперсійного рівняння (4) з діелектричною проникністю, яка отримана на основі лінійного розв'язку кінетичного рівняння яке враховує самоузгоджене зарядження порошинок та з інтегралом зіткнень, що описує поглинання електронів та іонів порошиною [6,7]. Дисперсійні криві іонно-звукових хвиль у запорошеній плазмі, обчислені з урахуванням самоузгодженого зарядження порошинок кількісно співпадають з рис. 1, отже зміна дисперсії цих хвиль спричинена саме зменшенням концентрації електронів по відношенню до концентрації іонів.

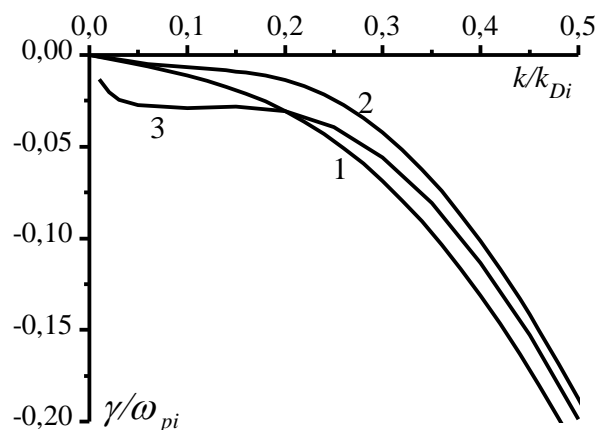


Рис. 4. Залежність декременту згасання іонно-звукових хвиль від хвильового вектора у плазмі при $T_i/T_e = 0,1$: 1 – плазма без порошу ($P = 0$), 2 – результат обчислень по формулі (5) для запорошеної плазми з $P = 0,5$, 3 – результати обчислення з урахуванням самоузгодженого зарядження порошинок з радіусом $a = 0,1k_{Di}$, $P = 0,5$ [4,5].

Порівняння декрементів згасання наведено на рис. 4. Видно, що врахування процесів самоузгодженого заряджання призводить до різкого збільшення згасання в області $k/k_{Di} \leq 0,2$, це може бути пояснено появою резонансів пов'язаних з динамікою заряджання [9]. Частота заряджання порошинки рівна [6]

$$\nu = \omega_{pi} \frac{ak_{Di}}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{T_i}{T_e} + z + 1 \right), \quad (7)$$

де a – радіус порошинки, $z = qe_e/aT_e$ – її безрозмірний заряд, який визначається з рівняння

$$e^{-z} \sqrt{\frac{T_i m_i}{T_e m_e}} = \left(\frac{T_i}{T_e} + z \right) \frac{n_i}{n_e}. \quad (8)$$

Вирази (7), (8) отримані в рамках моделі обмежених орбіт. Значення частоти заряджання (7) нормованої на плазмову іонну частоту $2\pi\nu/\omega_{pi} \approx 0,64$ ($a = 0,1k_{Di}$, $P = 0,5$, $T_i/T_e = 0,1$). З дисперсійної залежності (рис. 1) знаходимо значення хвильового вектора, що відповідає цій частоті $k/k_{Di} \approx 0,15$. Отже при $k/k_{Di} \leq 0,15$ процеси самоузгодженого заряджання порошинок повинні давати помітний додатковий

вклад у згасання іонно-звукових хвиль (реакцію плазми на електричне поле), а при $k/k_{Di} \geq 0,15$ на перший план виходять ефекти пов'язані зі збільшенням фазової швидкості, що і спостерігається на рис. 4.

Так як частота пропорційна добутку ak_{Di} , то зі зменшенням радіусу порошинок ефекти дисипації пов'язані з динамікою заряджання будуть проявлятися для менших значень частоти (хвильового вектора) хвилі. Цей висновок також підтверджується результатами обчислень.

Таким чином, встановлено, зміна дисперсії іонно-звукових хвиль у заповненій плазмі, а саме зростання власної частоти, головним чином пов'язана зі зменшенням концентрації електронів по відношенню до іонів. Зростання частоти призводить до збільшення фазової швидкості хвилі і як наслідок зменшення згасання Ландау на іонах. Зростання фазової швидкості також може призвести до збільшення згасання на електронах. Якщо частота іонно-звукової хвилі порядку або менше частоти заряджання то з'являється додаткове згасання пов'язане з реакцією заряду порошинки на поле хвилі.

Список використаних джерел

1. Shukla P.K. Dust ion-acoustic wave / P.K. Shukla P.K., V.P. Silin // Phys. Scr. – 1992. – Vol.45, №5. – P.508.
2. Varma R.K. Electrostatic oscillations in the presence of grain-charge perturbations in dusty plasmas / R.K. Varma, P.K. Shukla, V. Krishan // Phys. Rev. E. – 1993. – Vol.47, №5. – P.3612-3616.
3. Barkan A. Experiments on ion-acoustic waves in dusty plasmas / A. Barkan, N. D'Angelo, R.L. Merlino // Planet. Space Sci. – 1996. – Vol.44, №3. – P.239-242.
4. Asaduzzaman M. Effects of nonthermal ions and polarization force on dust-acoustic waves in a density-varying dusty plasma / A. Asaduzzaman, A.A. Mamun // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol.86, №1. – 016409.
5. Dai J.W. Dust ion acoustic instability with q-distribution in nonextensive statistics // J.W. Dai, X.C. Chen, X.Q. Li Astrophys. Space Sci. – 2013. Vol.346, №1. – P.183-190.
6. Sitenko A.G. Statistical properties and relaxation of dusty plasmas // A.G. Sitenko, A.G. Zagorodny, Yu.N. Chutov. P Schram, V.N. Tsytovich // Plasma Phys. Control. Fusion. – 1996. – Vol.38. – P.A105-A120.
7. Momot A.I. Kinetic theory of ion-acoustic waves in dusty plasmas with grains of different sizes / A.I. Momot, A.G. Zagorodny // Phys. Scripta – 2005. – Vol.71, №5. – P.543-547.
8. Sitenko A.G. Principles of the plasma theory // A.G. Sitenko, V.M. Malnev. – Kyiv: Naukova Dumka, 1994. – 372 p. (in Ukrainian).
9. Tsytovich V.N. Charging processes, dispersion properties and anomalous transport in dusty plasma/ V.N. Tsytovich, O. Havnes // Comm. Plasma Phys. Controll. Fusion. – 1993. – Vol.15, №5. – P.267-280.

Надійшла до редколегії 27.06.13