

УДК 537.635

Віділ А.Ю.<sup>1</sup>, аспірант

### Параметричне збудження спінових хвиль в анізотропних (111) плівках паралельною накачкою

*Вивчені пороги параметричного збудження спінових хвиль і однорідної прецесії паралельною накачкою у ферромагнітному еліпсоїді із врахуванням полів кубічної та одновісної анізотропії. Показано залежність порогового поля в дотично намагнічених в площині (111) плівках на основі залізо-ітрієвого гранату (ЗІГ) від орієнтації підмагнічуючого поля, а також від намагніченості насичення матеріалу і температури.*

*Ключові слова: магнітна кристалографічна анізотропія, еліпсоїд обертання, поріг параметричного збудження.*

<sup>1</sup> Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Глушкова 4г, e-mail: [vidil@univ.net.ua](mailto:vidil@univ.net.ua)

A. Yu. Vidil<sup>1</sup>, Postgraduate student

### Parametric spin wave excitation for parallel pumping in anisotropic (111) films

*The results of theoretical investigation of parametric excitation of spin waves and uniform precession with parallel pumping in ferromagnetic ellipsoid with regard to the fields of cubic and uniaxial anisotropy have been presented. The dependencies of the threshold field in tangentially magnetized in the plane (111) of Yttrium-Iron-Garnet (YIG) based films on the bias field orientation, sample magnetization and temperature are shown.*

*Key Words: magnetic crystallographic anisotropy, ferromagnetic ellipsoid, the threshold of parametric excitation.*

<sup>1</sup> Taras Shevchenko National University of Kyiv, 03680, Kyiv, Glushkova st., 4g, [vidil@univ.net.ua](mailto:vidil@univ.net.ua)

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Анісімов І.О.

#### Вступ

Нелінійність в рівнянні Ландау-Ліфшиця призводить до зв'язку різних типів коливань намагніченості між собою. Одним з проявів такого зв'язку є можливість параметричного збудження коливань намагніченості.

В роботі [3] спостерігалось параметричне збудження спінових хвиль (ПЗСХ) у вигляді порогового поглинання електромагнітної енергії феритом, що знаходився у змінному магнітному полі, паралельному до підмагнічуючого поля. Ефект дістав назву параметричного збудження при паралельному накачуванні. Авторами в [3] була представлена теорія без врахування кристалографічної анізотропії, а останні дослідження в цьому напрямі були зосереджені на вивченні залежності коефіцієнта релаксації спінових хвиль від хвильового вектора в розрахунках порогових полів [1,4] та впливу анізотропії на переважні напрямки розповсюдження спінових хвиль [5]. Узагальнення нелінійної теорії спін-хвильових резонансів в рамках Гамільтонового формалізму проводилося в статті [6].

Відомо, що спектр спінових хвиль в плівках при дотичному підмагнічуванні сильно залежить від товщини зразка [7,8]. Так, починаючи з деякої критичної товщини зразка у спектрі виявляються забороненими вироджені з однорідною прецесією спінові хвилі. Останні дослідження в області вирощування плівок ЗІГ нанометрової товщини [9] створюють передумови для параметричного збудження з усього спектру спінових хвиль тільки однорідної прецесії. Тому є актуальною задача визначення впливу анізотропії на пороги параметричного збудження як спінових хвиль, так і однорідної прецесії.

Метою даної роботи є дослідження порогів збудження однорідної прецесії та спінових хвиль в еліпсоїдальному зразку з врахуванням полів кубічної анізотропії і одновісної анізотропії першого порядку.

#### Теорія

Для аналізу параметричних процесів скористаємося рівнянням Ландау-Ліфшиця в кругових змінних  $a = m_x + im_y$ , прийнявши

$$m_z \approx 1 - aa^* / 2 :$$

$$-i\dot{a} = a\gamma H_z - \left(1 - \frac{1}{2}aa^*\right)\gamma H^+. \quad (1)$$

Введені позначення  $H_z$ ,  $H^+ = H_x + iH_y$  відповідають компонентам ефективного магнітного поля,  $\gamma$  – гіромагнітне відношення,  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$  – нормована намагніченість.

В ефективному магнітному полі врахуємо зовнішнє підмагнічуюче поле  $\mathbf{H}$ , НВЧ поле накачки  $\mathbf{h}$ , розмагнічуюче поле  $\mathbf{H}_d$ , обмінне поле  $\mathbf{H}_{ex}$ , а також поля кубічної  $\mathbf{H}_c$  та одновісної  $\mathbf{H}_u$  анізотропії.

В розглянутій задачі рівноважна намагніченість  $\mathbf{M}_0$  і НВЧ поле накачки паралельні й лежать в площині (111). Необхідна для цього орієнтація підмагнічуючого поля  $\mathbf{H}$  визначається з рівняння

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \theta_M} \right|_{\theta_M = \frac{\pi}{2}} = 0, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial \varphi_M} \right|_{\theta_M = \frac{\pi}{2}} = 0,$$

$$U = 4\pi M_0^2 \mathbf{m} \mathcal{K} \mathbf{m} - \frac{K_1}{2} (m_x^4 + m_y^4 + m_z^4) - \quad (2)$$

$$- K_{u1} m_y^2 - \mathbf{M} \mathbf{H},$$

де  $K_1$ ,  $K_{u1}$  – константи кубічної і одновісної анізотропії відповідно,  $\mathcal{K}$  – тензор розмагнічуючих коефіцієнтів,  $(x', y', z')$  – система координат, осі якої співпадають з кристалграфічними осями кубічної ґратки. Вектори  $\mathbf{H}$  і  $\mathbf{M}$  параметризуються кутами  $\theta_H$ ,  $\theta_M$  та  $\varphi_H$ ,  $\varphi_M$  сферичної системи координат, які відраховуються від осей  $\langle 111 \rangle$  і  $\langle 110 \rangle$  відповідно (Рис. 1).

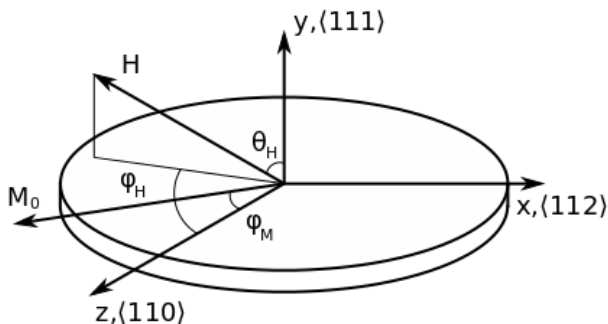


Рис. 1 Орієнтація координатних осей у півці.

Розглянемо детально послідовність перетворень системи координат та компонент ефективного магнітного поля [10]. Розв'язок рівняння (2) для обраного зрізу підкладинки

зручно проводити в системі координат  $(x, y, z)$ , де осі орієнтовані вздовж кристалграфічних напрямків  $\langle 112 \rangle \parallel x$ ,  $\langle 111 \rangle \parallel y$ ,  $\langle 110 \rangle \parallel z$ . В такому випадку зв'язок між проекціями намагніченості в двох системах координат буде визначатися матрицею послідовних поворотів на кут  $\varphi = \pi/4$  відносно осі  $y$  і на кут  $\theta = \arccos(1/\sqrt{3})$  відносно осі  $z$ :  $\mathbf{m}' = A_1 \cdot \mathbf{m}$ , де

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \sin \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \cos \theta \sin \varphi & \sin \theta \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Рівняння Ландау-Ліфшиця для прецесійних коливань намагніченості зручно розв'язувати для заданої орієнтації вісі  $z$  вздовж напрямку рівноважної намагніченості. Для підмагнічування в площині (111)  $\varphi_M \approx \varphi_H$ , такому перетворенню відповідає матриця повороту навколо осі  $y$

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_H & 0 & -\sin \varphi_H \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_H & 0 & \cos \varphi_H \end{pmatrix}.$$

Скориставшись представленням плоских однорідних спінових хвиль

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

$$a(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

остаточно отримаємо вирази компонент ефективного магнітного поля в вигляді

$$\mathbf{H}_{ex} = -D \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k}^2 \mathbf{m}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

$$\mathbf{H}_d = -4\pi M_0 \mathcal{K} \mathbf{m}_0 - 4\pi M_0 \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\mathbf{k}(\mathbf{m}_{\mathbf{k}} \mathbf{k})}{\mathbf{k}^2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

$$\mathbf{H} = H_0 \cdot (0, \cos \theta_H, \sin \theta_H),$$

$$\mathbf{h} = h_0 \cdot (0, 0, \cos \omega_p t),$$

$$\mathbf{H}_c = \frac{K_1}{2M_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{m}} (m_x^4 + m_y^4 + m_z^4),$$

$$\mathbf{H}_u = \frac{K_{u1}}{M_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{m}} m_y^2$$

де  $D$  – константа неоднорідної обмінної взаємодії,  $\omega_p$  – частота накачки,  $\mathbf{m}' = A_1 \cdot A_2 \cdot \mathbf{m}$ . Підставляючи вирази для полів в (1), отримаємо рівняння руху спінової хвилі  $a_{\mathbf{k}}$

$$-i\dot{a}_{\mathbf{k}} = A_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k}} + B_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k}}^* + \frac{\gamma h_0}{2} \left( e^{i\omega_p t} + e^{-i\omega_p t} \right) a_{\mathbf{k}}, \quad (3)$$

де коефіцієнти  $A_{\mathbf{k}}$ ,  $B_{\mathbf{k}}$  для зразка у формі диску (Рис. 1) із розмагнічуючими коефіцієнтами  $N_{xx} = N_{zz} = (1 - N_{yy})/2$  матимуть вигляд

$$A_{\mathbf{k}} = \omega_H - \omega_M N_{zz} + \frac{\omega_M}{2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} + Dk^2 + \frac{\gamma K_1}{2M_0} - \frac{\gamma K_{u1}}{M_0},$$

$$B_{\mathbf{k}} = \frac{\omega_M}{2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} e^{i\varphi_{\mathbf{k}}} + \frac{\gamma K_1}{2M_0} - i\sqrt{2} \frac{\gamma K_1}{M_0} \cos 3\varphi_H + \frac{\gamma K_{u1}}{M_0},$$

де  $\omega_H = \gamma H_z$ ,  $\omega_M = \gamma 4\pi M_0$ , кути розповсюдження спінових хвиль  $\theta_{\mathbf{k}}$ ,  $\varphi_{\mathbf{k}}$  – полярний і азимутальний відповідно. Рівняння для однорідної прецесії ( $\mathbf{k} = 0$ ) відрізняється коефіцієнтами

$$A_0 = \omega_H - \frac{\omega_M}{4} (1 - 3N_{yy}) + \frac{\gamma K_1}{2M_0} - \frac{\gamma K_{u1}}{M_0},$$

$$B_0 = \frac{\omega_M}{4} (1 - 3N_{yy}) + \frac{\gamma K_1}{2M_0} - i\sqrt{2} \frac{\gamma K_1}{M_0} \cos 3\varphi_H + \frac{\gamma K_{u1}}{M_0}.$$

Скориставшись перетворенням Хольштейна-Примакова, перейдемо в рівнянні (3) до еліптичних змінних

$$a_{\mathbf{k}} = \lambda_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} - \mu_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^*, \quad a_{-\mathbf{k}}^* = \lambda_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} - \mu_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^*,$$

$$\lambda_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{A_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}}}{2\omega_{\mathbf{k}}}}, \quad \mu_{\mathbf{k}} = \frac{B_{\mathbf{k}}}{|B_{\mathbf{k}}|} \sqrt{\frac{A_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k}}}{2\omega_{\mathbf{k}}}}.$$

Розглянемо першу зону, де умова параметричного резонансу має вигляд  $\omega_0 = \omega_{\mathbf{k}} = \omega_p/2$ , та залишимо в рівнянні лише резонансні члени

$$-i\dot{b}_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} - \gamma h_0 \frac{B_{\mathbf{k}}}{2\omega_{\mathbf{k}}} e^{i\omega_p t} b_{-\mathbf{k}}^*, \quad (4)$$

де  $\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{A_{\mathbf{k}}^2 - |B_{\mathbf{k}}|^2}$ .

Увівши в (4) релаксацію заміною  $\omega_{\mathbf{k}} \rightarrow \omega_{\mathbf{k}} + i\omega_{\text{rk}}$ , отримаємо порогову умову збудження спінових хвиль

$$\frac{|B_{\mathbf{k}}|}{2\omega_{\mathbf{k}}} h_0 = \omega_{\text{rk}},$$

звідки вирази порогових полів для збудження спінової хвилі або однорідної прецесії паралельною накачкою матимуть вигляд

$$h_{0th} = \min \left\{ \frac{\omega_p \gamma \Delta H_{\mathbf{k}}}{2 |B_{\mathbf{k}}|} \right\}_{|\mathbf{k}|, \theta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}}}, \quad (5)$$

$$h_{0th}^{(0)} = \frac{\omega_p \gamma \Delta H_0}{2 |B_0|},$$

де  $\Delta H_{\mathbf{k}}$ ,  $\Delta H_0$  – ширина резонансної лінії.

### Результати

Аналіз результатів проведено для (111) плівок чистого ЗІГ та заміщеного Ga-ЗІГ у формі диску діаметром 1.6 мм і товщиною 23.3 мкм. Магнітні параметри матеріалів взяті з [11,12]. Порогові залежності для Ga-ЗІГ представлені при різних температурах:  $T = 300$  К ( $K_1 = -3.5 \cdot 10^3$  ерг,  $K_1 = -1.7 \cdot 10^3$  ерг,  $4\pi M_0 = 670$  Гс,  $4\pi M_0^2 / |K_1| \approx 13.5$ ),  $T = 220$  К ( $K_1 = -7.5 \cdot 10^3$  ерг,  $4\pi M_0 = 765$  Гс,  $4\pi M_0^2 / |K_1| \approx 6$ ),  $T = 77$  К ( $K_1 = -20 \cdot 10^3$  ерг,  $4\pi M_0 = 930$  Гс,  $4\pi M_0^2 / |K_1| \approx 3.5$ ). Для чистого ЗІГ із  $4\pi M_0 = 1750$  Гс константи кубічної та одновісної анізотропії становлять  $K_1 = -7 \cdot 10^3$  ерг,  $K_{u1} = -3.5 \cdot 10^3$  ерг. Значення константи неоднорідного обміну  $D$  для ЗІГ взято рівним  $5.17 \cdot 10^{-9}$  Е·см<sup>2</sup>, ширина резонансних ліній  $\Delta H_{\mathbf{k}} = 0.2$  Е,  $\Delta H_0 = 0.5$  Е.

Розв'язок рівняння (2) дає кутові залежності  $\theta_H(\varphi_H)$ , при яких вектор рівноважної намагніченості буде орієнтуватись в площині (111) (Рис. 2). До зазначеної кутової залежності

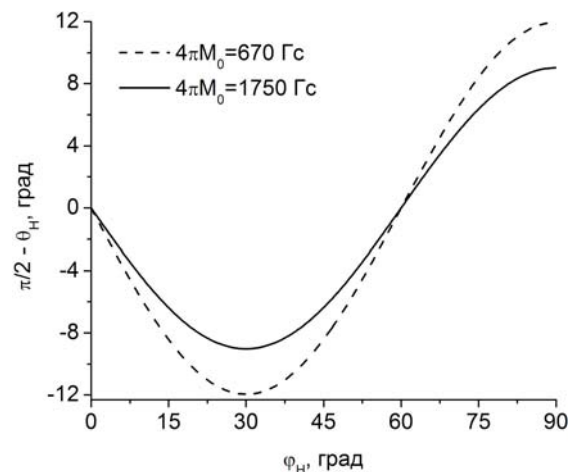


Рис. 2 Залежності кута виходу зовнішнього поля з площини (111) від кута повороту  $\varphi_H$ ,  $H_0 = 150$  Е.

призводить наявність кубічної анізотропії в кристалі, а амплітуда коливань кута  $\theta_H$  обумовлена відношенням намагніченості насичення і поля кубічної анізотропії.

Розглянемо спочатку пороги параметричного збудження спінових хвиль. Це зручно зробити на прикладі польових залежностей, в літературі відомих як «butterfly» [2]. Наступна залежність (Рис. 3), побудована для підмагнічування вздовж осі  $\langle 110 \rangle$ , демонструє необхідність врахування

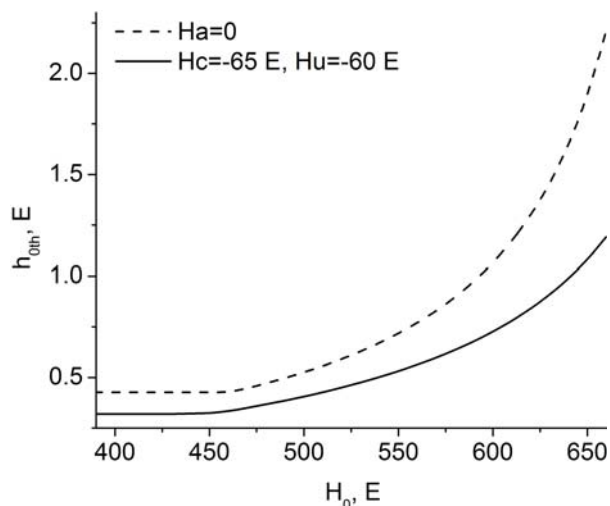


Рис. 3 Залежності амплітуди порогового НВЧ поля від підмагнічуючого поля для Ga-3ІГ:  $4\pi M_0 = 670$  Гс,  $\omega_p = 4$  ГГц.

полів анізотропії в розрахунках порогів параметричного збудження паралельною накачкою, оскільки при типових для експерименту магнітних параметрах матеріалу в безобмінній ділянці спектру спінових хвиль пороги поля можуть відрізнятися в кілька разів для випадків з врахуванням полів анізотропії та без їх врахування.

Із загального вигляду коефіцієнта еліптичності

$$B_k = \frac{\omega_M}{2} \sin^2 \theta_k e^{i\varphi_k} + F(\varphi_H), \quad (6)$$

де  $F(\varphi_H)$  – вклад полів анізотропії, можна зробити деякі висновки відносно впливу намагніченості насичення матеріалу та власне полів анізотропії на пороги поля. Як видно, обертання вектора рівноважної намагніченості  $\mathbf{M}_0$  в площині  $\langle 111 \rangle$  призводить до зміни уявної частини коефіцієнта  $B_k$  в рівнянні (3). Така поведінка коефіцієнта еліптичності проявляється в залежності порогових полів збудження спінових хвиль від кута повороту магнітного

поля  $\varphi_H$ . На графіку (Рис. 4) представлено пороги залежності, для яких різниця амплітуди порогів максимальна:  $\varphi_H = n\pi/3$ ,  $\varphi_H = \pi/6 + n\pi/3$ . Збудження спінових хвиль в

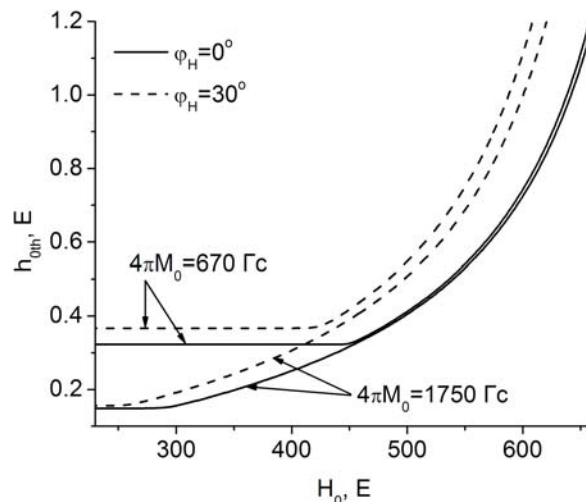


Рис. 4 Порогові поля для дисків 3ІГ  $4\pi M_0 = 1750$  й  $4\pi M_0 = 670$  Гс при частоті накачки  $\omega_p = 4$  ГГц.

короткохвильовій частині спектру (область малих полів підмагнічування) відбувається при  $\theta_k = \pi/2$ , тоді поля анізотропії в функції  $F(\varphi_H)$  дають більший внесок в пороги поля в порівнянні із першим членом в (6) при зменшенні намагніченості насичення матеріалу. В безобмінній частині спектру (великі поля підмагнічування) збудження спінових хвиль буде супроводжуватись зменшенням кута  $\theta_k$ , а отже й першого доданку в (6), що спричиняє суттєву залежність порогів від полів анізотропії (і кута  $\varphi_H$ ) незалежно від намагніченості насичення матеріалу. Варіації амплітуди порогів при повороті  $\mathbf{M}_0$  в площині  $\langle 111 \rangle$  складають менше 1% для чистого 3ІГ при збудженні спінових хвиль в короткохвильовій частині спектру (прямі ділянки кривих на графіках Рис. 4) і порядку 16% при збудженні у безобмінній частині. Використання заміщеного Ga-3ІГ із намагніченістю насичення 670 Гс збільшує варіації полів відповідно до 3% і 25%.

Теоретичні дослідження впливу температури зразка на пороги при підмагнічуванні вздовж осі  $\langle 110 \rangle$  показані на Рис. 5. Зміна температури суттєво впливає на співвідношення між полем кубічної анізотропії і намагніченістю насичення, що виражається коефіцієнтом  $4\pi M_0^2 / |K_1|$ . При низьких температурах вплив кубічної анізотропії

проявляється найбільше.

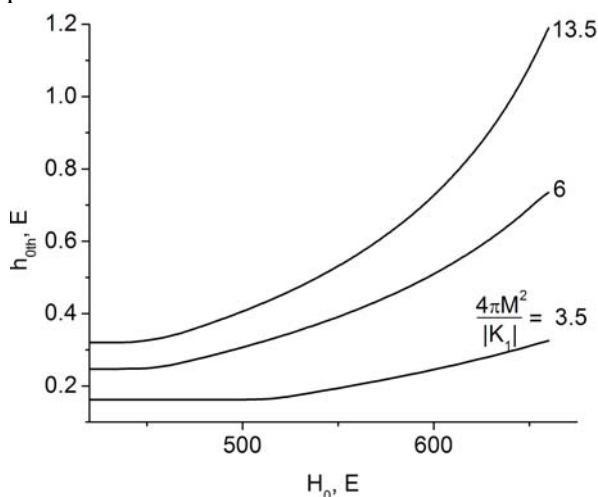


Рис. 5 Залежність порогу ПЗСХ від підмагнічуючого поля для Ga-ЗІГ при різних значеннях  $4\pi M_0^2/|K_1|$  ( $T=300, 220, 77$  К) на частоті накачки  $\omega_p = 4$  ГГц.

Тепер розглянемо вплив анізотропії на порогові поля однорідної прецесії. В першу чергу слід відзначити якісну відмінність порогів параметричного збудження однорідної прецесії для зразка сферичної форми ( $N_x = N_y = N_z = 1/3$ ). Без врахування полів анізотропії коефіцієнт  $B_0 = 0$ , а поріг параметричної нестійкості прямує до нескінченності. Врахування ж полів кубічної й одновісної анізотропії дає скінченне значення порогового поля

$$h_{0th}^0 = \frac{\omega_p \gamma \Delta H_0}{2 \left| \frac{\gamma K_1}{2M_0} - i\sqrt{2} \frac{\gamma K_1}{M_0} \cos 3\varphi_H + \frac{\gamma K_{ul}}{M_0} \right|}$$

Для параметричного збудження однорідної прецесії, як і в випадку спінових хвиль, присутня анізотропія порогів в площині (111). Величини варіації порогових полів параметричного збудження однорідної прецесії при повороті поля на кут  $\varphi_H$  співрозмірні з результатами для збудження спінових хвиль в області малих підмагнічуючих полів ( $\theta_k = \pi/2$ ) і не перевищують 1% для зразків із чистого ЗІГ. В обох випадках при збільшенні частоти накачки відбувається зменшення відносної амплітуди ефекту.

Вплив температури на порогові залежності показано на Рис. 6. Видно, що при зниженні температури зразка зростає глибина модуляції порогів.

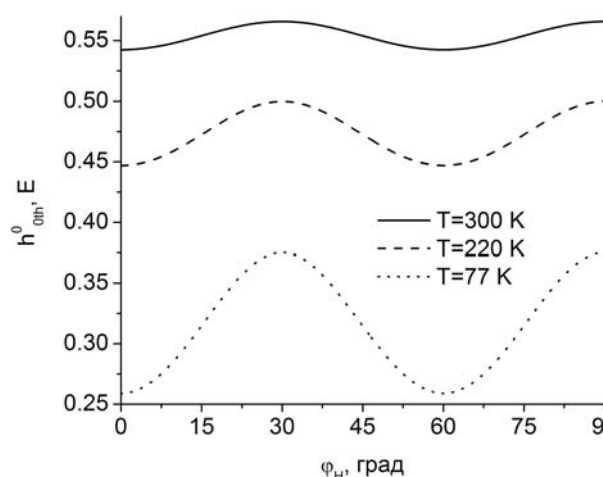


Рис. 6 Залежності порогів однорідної прецесії від кута повороту  $\varphi_H$  для зразка Ga-ЗІГ для різних температур ( $H_0 = 200$  Е,  $\Delta H_0 = 0.5$  Е).

### Висновки

Досліджено вплив полів кубічної й одновісної анізотропії у плівках ЗІГ та Ga-ЗІГ на пороги параметричного збудження спінових хвиль і однорідної прецесії паралельною накачкою в першій зоні. Важливо відмітити, що причиною обговорення однорідної прецесії стала принципова можливість її параметричного збудження окремо від спінових хвиль. Отримані дані вказують на необхідність врахування анізотропії в розрахунках порогових полів.

Параметричне збудження спінових хвиль має два принципових режими: області малих і великих підмагнічуючих полів. Перша область відповідає збудженню спінових хвиль із  $\theta_k = \pi/2$ , при цьому анізотропія порогових полів в площині (111) менше 1% для зразків із чистого ЗІГ і зростає в межах 2-3% у Ga-заміщених гранатах. В другій області збуджуються спінові хвилі в безобмінній області спектру, де  $k \approx 0$ , а варіація порогових полів сягає 25% для Ga-ЗІГ із  $4\pi M_0 = 670$  Гс. Порогові залежності сильно обумовлені величиною  $4\pi M_0$  і температурою зразка.

Анізотропію порогів в площині (111) виявлено також для параметричного збудження однорідної прецесії, величина ефекту аналогічна випадку збудження спінових хвиль в області малих підмагнічуючих полів.

На основі проведених досліджень можна зробити рекомендації щодо умов проведення експерименту для найкращого спостереження зазначеного ефекту. При спостереженні анізотропії порогових полів в площині (111) для



спінових хвиль параметричне збудження необхідно проводити у безобмінній ділянці спектру в матеріалах з меншими намагніченостями насичення при малих частотах накачки і температурах.

Для спостереження анізотропії порогів параметричного збудження однорідної прецесії необхідно проводити експерименти на тонких плівках, оскільки це є умовою можливості збудження тільки однорідної прецесії без вироджених по частоті спінових хвиль. Більша глибина модуляції порогів спостерігається при зменшенні підмагнічуючого поля, а також температури і намагніченості насичення матеріалу.

#### Список використаних джерел

1. *Patton C. E., Chen M.* Nonlinear phenomena and chaos in magnetic materials. – Singapore: World Scientific, 1994. – 300 p.
2. *Gurevich A., Melkov G.* Magnetic oscillations and waves. – Moscow: Nauka, 1994. – 464 p.
3. *Schlomann E., Green J., Milano U.* Recent developments in ferromagnetic resonance at high power levels // *J. Appl. Phys.* – 1960. – **31**, N 5. – P. 386S-395S.
4. *Patton C. E., Jantz W.* Influence of the spin-wave linewidth on the spin-wave propagation direction for parallel pumping in single crystal YIG // *IEEE Trans. on Magn.* – 1978. – **14**, N 5. – P. 698-700.
5. *Bady I., Schlomann E.* Spin Wave excitation in planar ferrites // *J. Appl. Phys.* – 1962. – **33**, N 3. – P. 1377-1378.
6. *Krivosik P., Patton C. E.* Hamiltonian formulation of nonlinear spin-wave dynamics: theory and applications // *Phys. Rev. B* – 2010. – **82**. – P. 184428.
7. *Patton C. E., Wilts C. H., Humphrey F. B. F.* Relaxation processes for ferromagnetic resonance in thin films // *J. Appl. Phys.* – 1967. – **38**, N 3. – P. 1358-1359.
8. *McMichael R. D., Stiles M. D., Chen P. J., Egelhoff W. F.* Ferromagnetic resonance linewidth in thin films coupled to NiO // *J. Appl. Phys.* – 1998. – **83**, N 11. – P. 7037-7039.
9. *Sun Y., Song Y., Chang H., Kabatek M., Jantz M., Schneider W., Wu M., Schultheiss H., Hoffman A.* Growth and ferromagnetic resonance properties of nanometer-thick yttrium iron garnet films // *Appl. Phys. Lett.* – 2012. – **101**. – P. 152405.
10. *Popov M.A., Zavislyak I.V.* Parametric excitation of spin waves in a nonlinear magnetostatic // *J. Tech. Phys.* – 2008. – **53**, N 4. – P.472-478.
11. *Pugh P.R.T., Booth J.G., Boyle J.W., Cowen J.A., Boardman A.D., Zavislyak I.V., Bobkov V., Romanyuk V.* Investigations of annealed epitaxial Ga:YIG (III) films by Brillouin light scattering and microwave spectroscopy // *J. Magn. Magn. Mat.* – 1999. – **196**. – P. 458-500.
12. *Hansen P.* Anisotropy and magnetostriction of gallium-substituted yttrium iron garnet // *J. Appl. Phys.* – 1974. – **45**, N 8. – P. 3638.

Надійшла до редколегії 25.11.13