

УДК 519.9

Трунова Л.А., аспірантка

Точкове джерело в околі кутикового відбивача

Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, просп.
Глушкова, 4е, e-mail: elvie89@ukr.net

L.A. Trunova, graduate student

Point source in the vicinity of the corner reflector

Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Glushkova st., 4e, e-mail:
elvie89@ukr.net

Розглянута плоска задача взаємодії точкового джерела з кутиковим відбивачем скінчених розмірів. Розміри кутикового відбивача порівнянні з довжиною хвилі. Проведено дослідження характеристик поля випромінювання кутикової антени в залежності від її параметрів, а саме геометрії куточка та місця розташування джерела.

Ключові слова: характеристика направленості, кутиковий відбивач, точкове джерело.

The plane problem of interaction between a point source and corner reflector of finite size was considered. The pressure field near corner reflector with hard boundaries was determined. The problem using the method of boundary regions was solved. Dimensions of corner reflector are proportional to the wavelength. The research of the characteristics of the radiation field of corner antenna depending on its parameters, namely geometry of corner and location of the source was conducted. There are two areas where the location of the source characteristics of the far field can be identified. At one of which is adjacent to the top corner, characteristics of the far field are stable. In another section of the source location these characteristics are unstable and unsatisfactory, and the radiation power is much lower. The range of variation of the angle of corners, for which is saved optimal directivity diagram can be specified.

Key words: directivity characteristic, the corner reflector, a point source.

Статтю представив д. ф.-м. н., проф. Жук Я.О.

Вступ

Конструкцію, котра являє собою групу джерел, розташованих в околиці кутикового відбивача, прийнято розглядати як кутикову антену [1]. Кутикові антени знаходять застосування в приймально-випромінюючих пристроях, що працюють на звукових і електромагнітних хвилях. Однак, якщо в електромагнітних приладах такі антени працюють зазвичай в діапазоні ультракоротких хвиль, то в акустичних системах інтерес представляють конструкції, у котрих розміри кутикового відбивача порівнянні з довжиною хвилі. Останнім часом кутикові антени знаходять широке застосування при акустичному зондуванні атмосферного прикордонного шару [2, 3, 4].

Дана стаття присвячена дослідженню характеристик поля випромінювання джерела, котре розташоване в околі кутикового відбивача. При цьому геометричні розміри куточка порівнянні з довжиною хвилі. Досліджується поле кутикової антени в залежності від її

параметрів, а саме геометрії куточка та місця розташування джерела.

Постановка та побудова розв'язку задачі

Розглянемо плоску задачу випромінювання точкового джерела, котре розташоване в околиці кутикового відбивача скінчених розмірів з кутом розкриття $2\theta_1$, рис. 1. Джерело розташоване на осі симетрії куточка на відстані R від початку координат O . Джерело створює гармонічну циліндричну хвилю із частотою ω . Будемо вважати, що поверхні куточка акустично жорсткі, а сам куточок занурений в ідеальне рідке середовище із густиною ρ і швидкістю звуку c . Для побудови розв'язку задачі, введемо полярну систему координат $r\theta$. Згідно з методом часткових областей [5] увесь простір існування звукового поля природно ділиться на три області: I – зовнішність кола радіуса a , тобто $r \geq a$, $|\theta| \leq \pi$; II – сектор $0 \leq r \leq a$, $|\theta| \leq \theta_1$; III – сектор $0 \leq r \leq a$, $|\theta| \geq \pi - \theta_1$.

Поле в області I, з урахуванням симетрії відносно осі $\theta = 0$, запишемо у вигляді

суперпозиції біжучих циліндричних хвиль із кутовою залежністю у вигляді функцій $\cos(n\theta)$, $n = 0, 1, 2, \dots$

$$p_I = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)'}(ka)} \cos(n\theta), \quad (1)$$

де $H_n^{(1)}(kr)$ – функція Ханкеля. Часовий множник $\exp(-i\omega t)$ не пишемо.

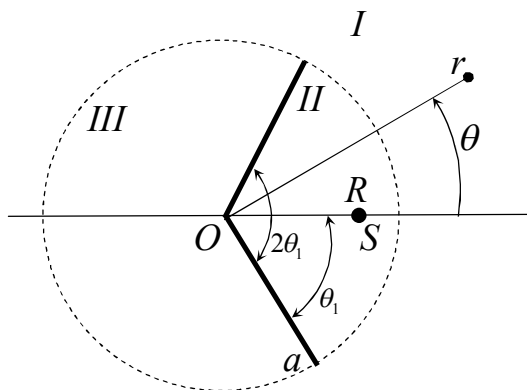


Рис. 1. Геометрія кутикової антени

Поле в області II представимо у вигляді суми двох доданків, одне з них є поле джерела p_0 у клиноподібній області, а друге – суперпозиція, підібраних відповідно до граничних умов на сторонах куточка, стоячих хвиль. Поле в області III – також у вигляді суперпозиції стоячих хвиль:

$$p_{II} = p_0 + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{J_{\alpha_n}(kr)}{J'_{\alpha_n}(ka)} \cos(\alpha_n \theta), \quad (2)$$

$$p_{III} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{J_{\beta_n}(kr)}{J'_{\beta_n}(ka)} \cos(\beta_n (\theta - \theta_1)), \quad (3)$$

де $J_{\alpha}(kr)$ – функція Бесселя. Штрих біля функцій Бесселя у виразах (3) і (4) означає похідну за повним аргументом. Значення α_n й β_n визначаються із граничних умов на жорстких поверхнях куточка, тому

$$\alpha_n = \frac{\pi n}{\theta_1}, \quad \beta_n = \frac{\pi n}{(\pi - \theta_1)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Для запису поля джерела, що розташоване в області II, слід скористатися відомим виразом для поля джерела в клиноподібній області [6]:

$$p_0(r, \theta; R, \theta_0) = \frac{\pi i}{2\theta_1} \cdot$$

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n T_n \cos(\alpha_n \theta_0) \cos(\alpha_n \theta), & r < R, \\ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n E_n \cos(\alpha_n \theta_0) \cos(\alpha_n \theta), & R < r < a, \end{cases} \quad (4)$$

де $T_n = J_{\alpha_n}(kr) H_{\alpha_n}^{(1)}(kR)$, $E_n = J_{\alpha_n}(kR) H_{\alpha_n}^{(1)}(kr)$, r, θ – координати точки спостереження, R, θ_0 – координати джерела; у нашому випадку кут $\theta_0 = 0$, оскільки джерело розташоване на осі симетрії куточка, $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_n = 2$ при $n > 0$.

Умови спряження полів на межі часткових областей I і II, III (рис. 1) мають вигляд

$$\frac{\partial p_I}{\partial r} = \begin{cases} \frac{\partial p_{II}}{\partial r}, & r = a, \quad |\theta| \leq \theta_1, \\ \frac{\partial p_{III}}{\partial r}, & r = a, \quad |\theta| \geq \pi - \theta_1, \end{cases} \quad (5)$$

$$p_I = p_{II}, \quad r = a, \quad |\theta| \leq \theta_1, \quad (6)$$

$$p_I = p_{III}, \quad r = a, \quad |\theta| \geq \pi - \theta_1. \quad (7)$$

Підставивши вирази (1)-(4) в умови (5)-(7), одержимо функціональну систему рівнянь. Далі проводимо стандартну процедуру переходу від функціональної до алгебраїчної системи рівнянь, використовуючи властивості повноти і ортогональності відповідного набору функцій косинусів у виразах (1)-(4). Ця процедура детально описана у монографії [5]. У результаті одержимо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду щодо невідомих коефіцієнтів A_n , B_n , C_n . Нескінченна система рівнянь розв'язувалася методом редукції.

Насамперед, слід перевірити виконання умов спряження полів на межі часткових областей I, II, III та збереження потоку потужності крізь коло, що оточує джерело, при зміні радіусу кола. Нехай параметри кутикової антени такі: $2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0,5$ (λ – довжина хвилі), координата джерела $R = a/2$. Кількість мод (число доданків у сумах (1)-(3)) рівно 80, 20, 60 відповідно. При такій кількості маємо рівність: $\alpha_{20} = \beta_{60} = 80$.

На мал. 2 а, б показані, відповідно, дійсна і уявна частини комплексних амплітуд тиску на колі радіуса a . Аналогічні криві для комплексних амплітуд радіальної швидкості представлені на мал. 2 в, г. Як бачимо, характеристики поля тиску із графічною

точністю збігаються. Для коливальної швидкості, в околі кута 45° , збіжність кривих менша. Однак, такий результат є прогнозованим, внаслідок наявності кутових точок у кутикового відбивача скінченних розмірів. Але, як відомо [5], особливість швидкості біля кутових точок має локальний характер і на енергетичні характеристики та дальнє поле впливу не має.

Для перевірки енергетичних співвідношень були обчислені середні потоки потужності через концентричні кола різних радіусів із загальним центром в початку координат O , а саме $0,7a$, a і $3a$. Результати розрахунків збігаються з точністю до четвертого знаку після коми.

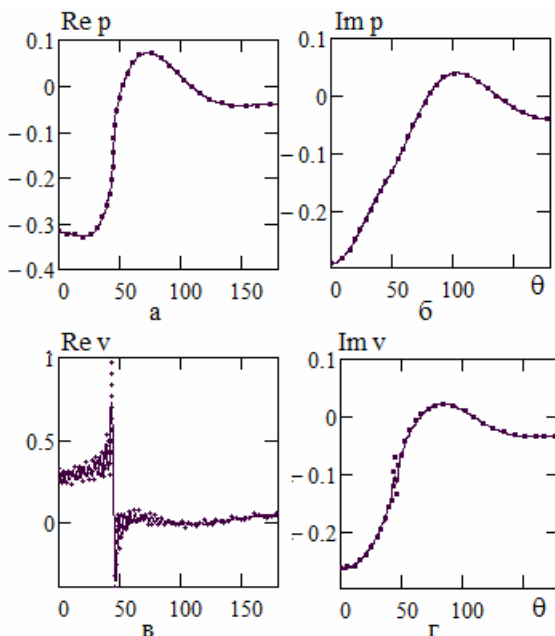


Рис. 2. Поля тиску (а, б) і радіальної швидкості (в, г) на межі часткових областей I і II, III: лінії – поле з боку області I, крапки – поле з боку областей II, III; $2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0,5$, $R = a/2$

Аналіз чисельних результатів

Розглянемо, як змінюється тиск у дальньому полі при $\theta = 0$ та потужність випромінювання залежно від положення джерела S відносно початку координат O , (рис. 3, $2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0,5$). Із графіків рис. 3 а (криві 1 і 3) випливає, що, з погляду енергетичної ефективності антени, найбільш доцільно розмішувати джерело звуку в глибині розкриття кутикової антени, тобто ближче до точки O . При цьому рівень тильного випромінювання ($\theta = 180^\circ$, крива 2) змінюється в невеликих межах. Слід зазначити, що розміщення джерела в

околі точки $R = 0,75a$ призводить до значного зменшення потужності випромінювання. Цікаво відзначити, що в широкому діапазоні зміни положення джерела ($R \leq 0,6a$) коефіцієнт концентрації (рис. 3 б, крива 1) залишається сталою величиною. При цьому, в зазначеному діапазоні положення джерела, діаграма спрямованості також залишається практично незмінною, а ширина її головної пелюстки на рівні 0,7 дорівнює $\Delta\theta_{0,7} \approx 74^\circ$.

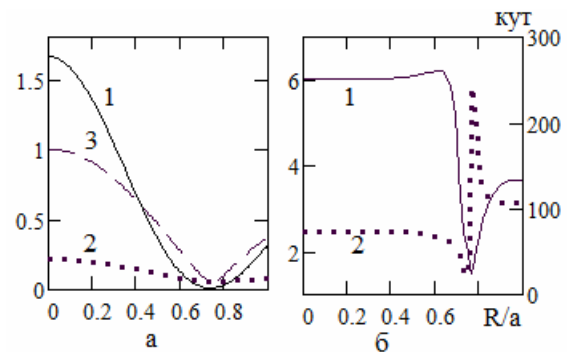


Рис. 3. Характеристики поля в дальній зоні залежно від величини R/a , $2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0,5$:

a – нормована амплітуда тиску при $\theta = 0$ (крива 1) і $\theta = 180^\circ$ (крива 2), 3 – потужність випромінювання; b : 1 – коефіцієнт концентрації Ω , 2 – ширина головної пелюстки $\Delta\theta_{0,7}$

На рис. 4 (крива 1) наведено характерний вигляд діаграми спрямованості при розміщенні джерела на осі куточка з координатою $R \leq 0,6a$. Як бачимо, формується основна пелюстка із шириною $\Delta\theta_{0,7} \approx 74^\circ$ й тильна пелюстка з рівнем 0,24. При розміщенні джерела в околі точки $R = 0,75a$ вигляд діаграми спрямованості (крива 2) різко спотворюється. Тут максимум випромінювання відповідає куту $\theta = 180^\circ$, крім цього виникають ще три великі пелюстки з рівнем порядку 0,8 і 0,9. При цьому максимальна величина амплітуди тиску для характеристики 1 ($\theta = 0$) на рис. 4 приблизно у вісім разів більша ніж для характеристики 2 ($\theta = 180^\circ$).

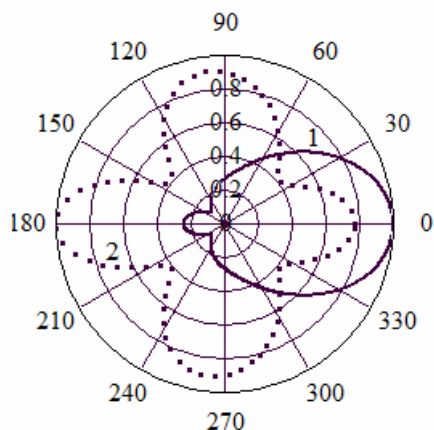


Рис. 4. Діаграми спрямованості кутикової антени, $2\theta_1 = 90^\circ$, $a/\lambda = 0,5$:
1 – $R = 0,5a$, 2 – $R = 0,75a$

На рис. 5 представлені приклади діаграм спрямованості для різних кутів розкриття $2\theta_1$ куточка. Дивлячись на рис. 4 і рис. 5 можна відзначити, що кутикова антена при кутах розкриття $2\theta_1 = 90^\circ, 100^\circ$ має найліпші діаграми спрямованості. Більш детальні розрахунки характеристик спрямованості підтверджують висновок про те, що найбільш оптимальні кути розкриття лежать у зоні $80^\circ \leq 2\theta_1 \leq 100^\circ$.

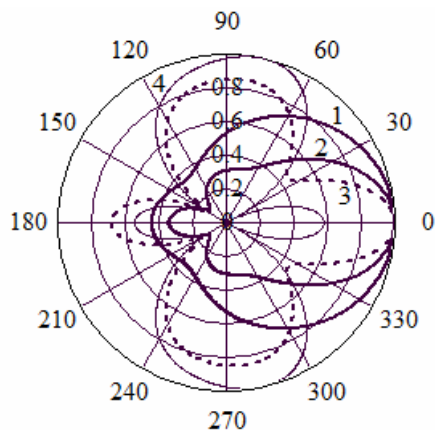


Рис. 5. Діаграми спрямованості кутикової антени для різних кутів розкриття $2\theta_1$, $a/\lambda = 0,5$ і $R/a = 0,5$:
1–4 відповідають $2\theta_1 = 40^\circ, 100^\circ, 140^\circ, 180^\circ$

Висновки

1. Побудовано розв'язок задачі визначення поля точкового гармонічного джерела, розташованого на осі кутикового відбивача, розміри якого порівнянні з довжиною хвилі.

2. Дослідження характеристик дальнього поля випромінювання показало, що при фіксованій геометрії куточка та переміщенні джерела уздовж його осі можна виділити дві ділянки місця розташування джерела. На одній,

котра примикає до вершини куточка, характеристики дальнього поля (коефіцієнт концентрації, ширина основної пелюстки діаграми спрямованості та інші) залишаються стабільними. Для куточка зі стороною $a = 0,5\lambda$ ця ділянка становить $0 < R \leq 0,6a$. На іншій ділянці розташування джерела ці характеристики нестабільні і незадовільні, а потужність випромінювання значно менша.

3. Показано, що при заданій довжині сторони куточка й положенні джерела можна вказати діапазон зміни кута розкриття куточка, для якого зберігається, у певних межах, оптимальна діаграма спрямованості. Для ситуації, коли $a = 0,5\lambda$ та $R = 0,5a$, цей діапазон кутів становить $80^\circ \leq 2\theta_1 \leq 100^\circ$.

Список використаних джерел

1. Кюн Р. Микроволновые антенны / Р. Кюн. – Л.: Судостроение, 1967. – 517 с.
2. Красненко Н.П. Акустическое зондирование атмосферного пограничного слоя / Н.П. Красненко. – Томск, 2001. – 280 с.
3. Каллистратова М.А. Радиоакустическое зондирование атмосферы / М.А. Каллистратова, А.И. Кон. – Москва: Наука, 1985. – 198 с.
4. Acoustic remote sensing application. Lecture notes in earth Science / Edited by S.P. Singal. – "Springer", 1999. – 580 p.
5. Гринченко В.Т. Волновые задачи акустики / В.Т. Гринченко, И.В. Вовк, В.Т. Мацыпура. – Киев: Интерсервис, 2013. – 572 с.
6. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука / Е.Л. Шендеров. – Л.: Судостроение, 1989. – 304 с.

References

1. KUN, P. (1967) *Mikrovolnovyye anteny*. L.: Sudostroenie.
2. KRASNENKO, N.P. (2001) *Akusticheskoe zondirovanie atmosfernogo pogrannichnogo sloya*. Tomsk.
3. KALLISTRATOVA, M.A. and KON, A.I. (1985) *Radioachusticheskoe zondirovanie atmosfery*. Moskva: Nauka.
4. *Acoustic remote sensing application. Lecture notes in earth Science* (1999). Edited by S.P. Singal. "Springer".
5. GRINCHENKO, V.T., VOVK, I.V., MATSIPURA, V.T. (2013) *Volnovyye zadachi akustyki*. Kiev: Interservis.
6. SHENDEROV, E. L. (1989) *Izluchenie i rasseyaniye zvyka*. L.: Sudostroenie.