

УДК 539.595

Лимарченко О.С.<sup>1</sup>, д.т.н., проф.  
Тімохін О.П.<sup>1</sup>, аспірант

### Аналіз впливу сил Кориоліса і нелінійностей на динаміку трубопроводу

<sup>1</sup> Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Глушкова 4е,  
e-mail: olelim2010@yahoo.com

O.S. Limarchenko<sup>1</sup>, doctor of eng., prof.  
O.P. Timokhin<sup>1</sup>, graduate student

### Analysis of the Coriolis force and nonlinearities effect on dynamics of pipeline

<sup>2</sup>Taras Shevchenko Kiev National University, 03680, Kyiv, Glushkov ave., 4e,  
e-mail: olelim2010@yahoo.com

*Розглядається задача про вплив сил Кориоліса і нелінійних механізмів на формування динамічних процесів в трубопроводі, в якому тече рідина. Досліджено два режими швидкостей течії: течія із швидкістю трохи менша за критичну і закритичний режим. Показано як вказані механізми порізному визначають властивості системи.*

*Ключові слова: динаміка трубопроводу з рідиною, сили Кориоліса, нелінійності.*

*The problem about influence of the Coriolis forces and nonlinear mechanisms on formation of dynamical processes in pipeline with flowing liquid is under consideration. Modeling is done on the basis of nonlinear multimodal model, which takes into account 12 normal modes and combined character of motion of pipeline and liquid. Two modes of velocities of liquid were considered, namely, 0,9 and 1,5 of critical velocity of liquid. It was shown that mainly the Coriolis forces provide energy redistribution in the system, but nonlinearities are responsible for installation of mode of system oscillation relative to the so-called alternative position of dynamical equilibrium, which considerably changes system behavior from point of view of stability of motion. Preliminary prediction of liquid behavior is done on the basis of linear model with four degrees of freedom. Predicted results were confirmed by nonlinear model with twelve degrees of freedom on the basis of modeling of particular cases of transient processes in pipeline with liquid flow with velocities before and after the first critical velocity.*

*Key Words: dynamics of pipeline with liquid, Coriolis forces, nonlinearities.*

Статтю представив д.ф.-м.н., професор Жук Я.О.

#### Вступ

В задачах динаміки трубопроводів з рідиною, що тече, одним з найменш досліджених є поведінка трубопроводу з рідиною в околі критичних швидкостей і особливо при швидкостях, що перевершують критичні. Складність таких режимів обумовлена тим, що математичні задачі для таких режимів є нестійкими і система допускає наявність так званого альтернативного положення динамічної рівноваги [3–5]. Дослідження динамічної стійкості таких систем дозволяє зробити висновок, який відрізняється від висновків раніше проведених досліджень: в закритичному діапазоні система знову стає стійкою, але вже відносно не прямолінійного незбуреного стану рівноваги, а відносно альтернативного положення рівноваги. Проте, при зростанні збурень коливання можуть розвиватися таким чином, що система може переходити від коливань навколо прямо-

лінійного стану трубопроводу до коливань відносно двох симетрично розташованих відносно незбуреного стану альтернативних положень рівноваги. Ціком природно очікувати зміну ролі сил Кориоліса і нелінійностей в перерозподілі енергії в системі.

Метою роботи є аналіз впливу сил Кориоліса і нелінійностей на формування динамічних процесів при закритичних швидкостях течії і порівняння одержаних результатів з випадком докритичних швидкостей течії рідини.

#### Постановка задачі

Математичне моделювання задачі здійснюється на основі нелінійної моделі сумісного руху рідини і трубопроводу, яка включає велику кількість форм коливань. Поведінка трубопроводу розглядається на основі балочної моделі, що відповідає випадкам видовжених (по відношенню до

діаметра труби) трубопровод. В системі враховані всі відомі нелінійні ефекти, що впливають на формування динамічних процесів.

Загальний вид рівнянь руху системи трубопровод – рідина в амплітудних параметрах збудження форм коливань буде таким [1-2]

$$\begin{aligned} & \ddot{c}_r N_r + \frac{1}{2} \sum_{ijk} \ddot{c}_i c_j c_k d_{jkir}^2 + \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \left( d_{jkir}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) + \\ & + \frac{EJ}{\rho + \mu} c_r N_r \kappa_r^4 + \frac{EJ}{\rho + \mu} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^6 + \\ & + \frac{EF}{2(\rho + \mu)} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 + \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{\rho + \mu} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 - \\ & - \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{\rho + \mu} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \frac{2\rho V}{\rho + \mu} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ir}^1 - \beta_{ri}^1) + \\ & + \frac{PF}{\rho + \mu} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \frac{2\rho \dot{V}}{\rho + \mu} \sum_i c_i \beta_{ir}^1 = 0. \end{aligned}$$

При цьому поперечні відхилення трубопроводу в мають вигляд  $u(x,t) = \sum_{i=1}^N A_i(x)c_i(t)$ , де  $\rho$  і  $\mu$  – лінійні густини рідини і трубопроводу,  $EJ$  – згинна жорсткість трубопроводу,  $F$  – площа

поперечного перерізу трубопровода,  $J$  – меридіанальний момент інерції перерізу трубопроводу,  $N_r$ ,  $d_{jkir}^2$ ,  $d_{ijk}^6$ ,  $d_{ijk}^4$ ,  $\beta_{ir}^2$ ,  $\beta_{ir}^1$  – квадратури від форм коливань трубопроводу  $A_i(x)$  як консольно закріпленої балки,  $\kappa_r^4$  – частотний параметр. В цих рівняннях силі Кориоліса відповідає член  $\frac{2\rho V}{\rho + \mu} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ir}^1 - \beta_{ri}^1)$ , а члени з квадратурами  $d_{jkir}^2$ ,  $d_{ijk}^4$ ,  $d_{ijk}^6$  представляють собою нелінійні силові фактори.

### Результати чисельного моделювання

Розглядаються два режими течії рідини при початковому відхиленні по першій формі на 2% від довжини труби:  $V = 0.9 \cdot V_{kp}^1$  і  $V = 1.5 \cdot V_{kp}^1$ . При цьому варіант 1 відповідає лінійній моделі без врахування сил Кориоліса (Рис. 1 а), варіант 2 відповідає лінійній моделі з врахуванням сил Кориоліса (Рис. 1 б), варіант 3 відповідає нелінійній моделі без врахування сил Кориоліса (Рис. 1 в), а варіант 4 відповідає повній моделі, в якій враховані всі фактори (Рис. 1 г).

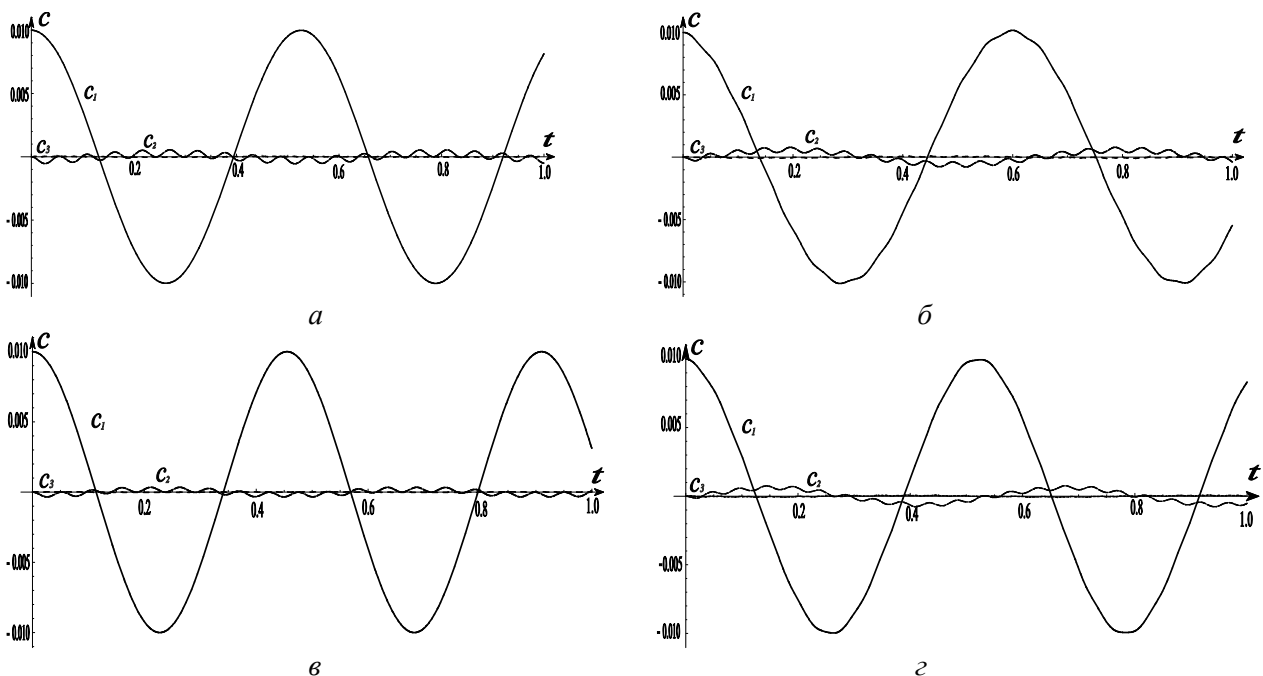


Рис. 1. Амплітуди перших трьох форм коливань трубопроводу  $c_1(t), c_2(t), c_3(t)$

З малюнків помітно, що в лінійній системі, де не враховано сили Кориоліса і нелінійні фактори, ефект взаємовпливу форм коливань практично відсутній. Наявність нелінійних факторів

також не чинить суттєвого впливу на характер коливального процесу – частота зміни амплітуди першої форми зростає, проте взаємовплив форм все ж відсутній.

В свою чергу наявність сил Коріоліса навіть в чисто лінійній системі приводить до енергообміну між формами коливань в трубопроводі, взаємний вплив форм стає помітним.

Таким чином, на основі проведеного моделювання можна зробити висновок, що в режимах течії рідини з докритичними швидкостями сили Коріоліса є основним механізмом енергообміну між формами коливань і вони вносять в характер поведінки системи трубопровід – рідина більш вагомий внесок ніж нелінійні силові фактори.

Перейдемо тепер до розгляду закритичного режиму течії рідини. Аналогічно попереднім варіантам розглянуто чотири випадки моделювання поведінки системи для швидкості течії  $V = 1.5 \cdot V_{kp}^1$  (Рис. 2). Нумерація варіантів обрана аналогічно Рис. 1. З Рис. 2 помітно, що в закритичній області розв'язок, одержаний на основі лінійної моделі, очікувано веде себе нестійко – амплітуди всіх трьох форм аперіодично зростають з часом. Також встановлено, що врахування сил Коріоліса не є стабілізуючим фактором.

В свою чергу врахування нелінійних механізмів приводить до обмеження області нестійкості

коливань – амплітуда першої форми не зростає аперіодично до нескінченності, а здійснює стійкі коливання навколо альтернативного положення динамічної рівноваги, що помітно з графіків як зміщення середнього значення коливань для амплітуди  $c_1$ , а амплітуда  $c_2$  продовжує здійснювати коливання навколо прямолінійної форми трубопроводу.

Порівняння рисунків *в* і *г* свідчить, що внесення в систему сил Коріоліса призводить до збільшення періоду коливань за першою формою. В той же час помітно, що саме нелінійності сприяють зростанню впливу вищих гармонік на формування динамічних процесів в системі.

Включення в модель всіх механізмів одночасно приводить в закритичній області до результатів подібних до випадку докритичних швидкостей – сили Коріоліса виконують основну роль в енергообміні між формами коливань, проте стійкість системи визначається тим, що коливання відбуваються відносно альтернативного положення динамічної рівноваги, яке обумовлене нелінійними механізмами.

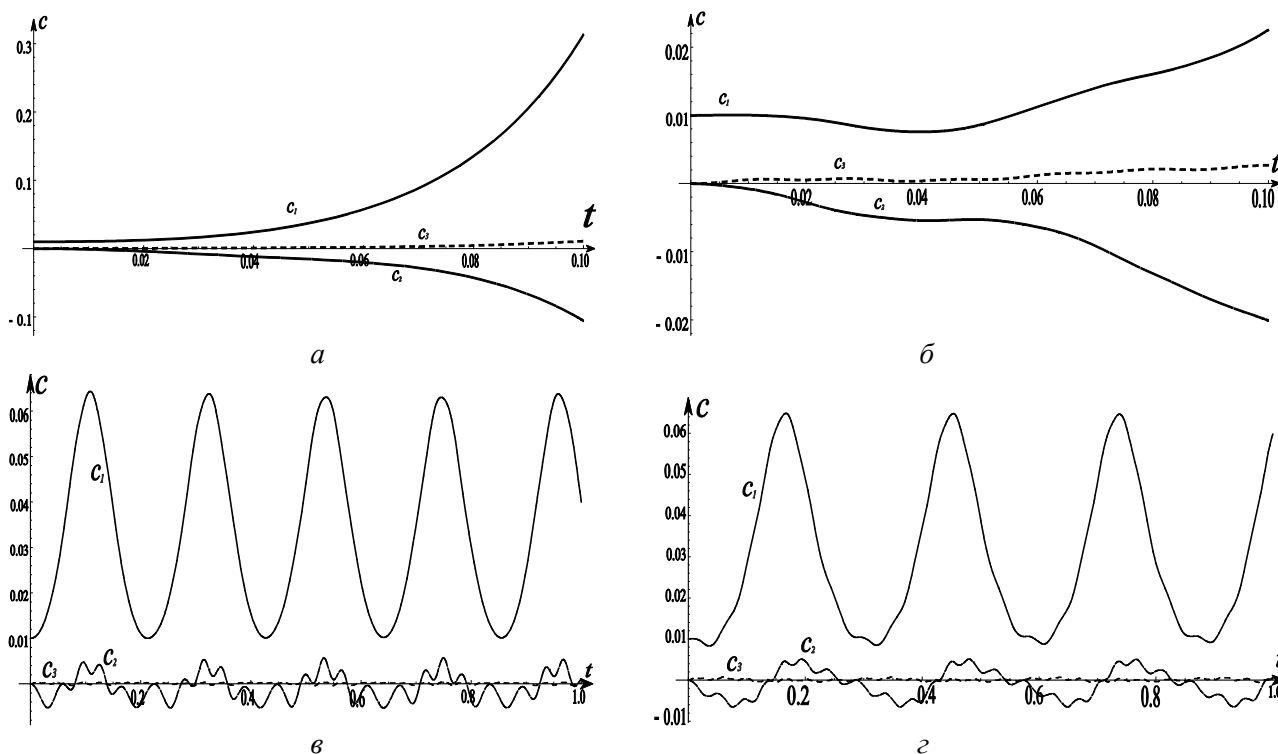


Рис. 2. Амплітуди перших трьох форм коливань трубопроводу  $c_1(t), c_2(t), c_3(t)$

### Висновки

На основі нелінійної багатомодової математичної моделі динаміки пружного трубопроводу з

рідиною, що тече, проведено дослідження поведінки системи при виділенні впливу нелінійних механізмів і сил Коріоліса для докритичного і закритичного режимів течії рідини.

Результати розрахунків дозволяють зробити висновок, що сила Кориоліса для всіх швидкісних режимів течії рідини є основним фактором енергообміну між формами коливань в системі трубопровід – рідина. З іншого боку нелінійні механізми в системі трубопровід – рідина є основним фактором, який визначає характер стійкості системи в закритичних режимах течії рідини. Нелінійні механізми впливають також на прояв впливу вищих гармонік коливань.

Включення в модель всіх механізмів одночасно приводить в закритичній області до результатів подібних до випадку докритичних швидкостей – сили Кориоліса виконують основну роль в енергообміні між формами коливань, проте стійкість системи визначається тим, що коливання відбуваються відносно альтернативного положення динамічної рівноваги, яке обумовлене нелінійними механізмами.

### Список використаних джерел

1. Василевський Ю.Є. Нелинейная модель динамики трубопровода при скоростном течении жидкости / Ю.Є. Василевский, О.С. Лимарченко // Збірник праць Інституту математики НАН України.– Київ: Інститут математики НАН України. – 2006. – 2, № 4. – С. 322-334.
2. Василевський Ю.Є. Нелінійна динаміка трубопроводу з рідиною в околі критичних швидкостей течії / Ю.Є. Василевський, О.С. Лимарченко // Вісник Київського університету. – Сер.: Фізико-математичні науки. – 2009. – №1. – С.41-46.
3. Ibrahim R.A. Mechanics of Pipes Conveying Fluids—Part II: Applications and Fluidelastic Problems / Ibrahim R. A. // Journal of Pressure Vessel Technology, 2011.– Vol. 133,–P. 024001-0240030.
4. Paidoussis M.P. A horizontal fluid-conveying cantilever: spatial coherent structures, beam modes and jumps in stability diagram / M.P. Paidoussis, A. Sarkar, C. Semler //Journal of Sound and Vibration, 2005.– No. 280.– P.141-157.
5. Tijsseling A.S. Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: sources, solutions and unsolved problems / Tijsseling A.S. // Eindhoven University of Technology, Report for EDF, 2002. – 50 p.

### References

1. VASILEVSKIY Yu.E., LIMARCHENKO O.S. (2006) Nelineinaya model dinamiki truboprovoda pri skorostnom techenii zhidkosti In *Sbornik trudov Instituta matematiki NAN Ukrainy*, 2, No. 4, pp. 322-334.
2. VASILEVSKIY YU.E., LIMARCHENKO O.S. (2009) Nelineinaya dinamiki truboprovoda s zhidkostyu v okrestnosti kriticheskikh skorostei techeniya In *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Series Physics & Mathematics*, No. 1, pp. 41-46.
3. IBRAHIM R.A. (2011) Mechanics of Pipes Conveying Fluids—Part II: Applications and Fluidelastic Problems. In *Journal of Pressure Vessel Technology*,. 133, pp. 024001-0240030.
4. PAIDOUSSIS M.P., SARKAR A., SEMLER C (2005). A horizontal fluid-conveying cantilever: spatial coherent structures, beam modes and jumps in stability diagram In *Journal of Sound and Vibration*,.No. 280, pp.141-157.
5. TIJSSELING A.S. (2002) *Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: sources, solutions and unsolved problems* Eindhoven University of Technology.

Надійшла до редколегії 01.06.14