

УДК 539.595

Ткаченко Р.В.¹, аспірант
Лимарченко О.С.¹, д.т.н., проф.

Коливання вільної поверхні рідини в резервуарі на рухомій платформі при вібраційному навантаженні

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр.-т Глушкова 4е, e-mail: terri_v@mail.ru, olelim2000@yahoo.com

Tkachenko R.¹, graduate student
Limarchenko O.S.¹, doctor of eng., professor

Oscillation of a free surface of liquid in reservoir on moving platform under vibration loading

¹ Taras Shevchenko Kiev National University, 03680, Kyiv, Glushkov ave., 4e, e-mail: terri_v@mail.ru, olelim2000@yahoo.com

Досліджується сумісний рух циліндричного резервуару, частково заповненого ідеальною нестисливою рідиною з вільною поверхнею, приєднаного пружиною до рухомої платформи. Вивчаються нелінійні коливання системи під дією прикладеної до рухомої платформи гармонічної сили.

Ключові слова: резервуар, рідина з вільною поверхнею, рухома платформа.

Combined motion of a rigid cylindrical reservoir, partially filled by liquid with a free surface, attached by spring to movable platform is under consideration. Mathematical model of the system is based on representation of free surfaced liquid motion in the form of decomposition with respect to normal modes of oscillations. We investigate combined motion of the system "liquid-reservoir-platform". Nonlinear oscillations of the system under harmonic external force applied to the platform were studied. It was ascertained that for different stiffness of springs behavior of liquid can vary considerably. In law of liquid oscillations modulation dominates, steady modes of oscillations do not manifest practically. Numerical simulation was done for frequencies of external excitation in three ranges, namely, for frequencies lower and greater than the resonant frequency of liquid oscillations with respect to the first normal mode and in close vicinity of this frequency. Peculiarities of behavior of the system for all three frequency ranges were studied.

Key Words: rigid cylindrical reservoir, liquid with a free surface, movable platform.

Статтю представив доктор фіз.-мат. наук, професор Жук Я.О.

Вступ

В сучасній техніці широко використовуються резервуари з рідиною, які знаходяться на рухомих платформах при різних способах закріплення [1, 3]. Такі системи описуються моделями у вигляді нестационарних нелінійних рівнянь. На сучасному етапі для розв'язку таких задач використовуються наближені методи, переважно основані на варіаційних алгоритмах.

Метою роботи є вивчення коливного руху рідини і резервуару при пружинному закріпленні резервуара до рухомої платформи під дією гармонічного збудження.

Об'єкт дослідження і постановка задачі

Досліджується горизонтальний рух абсолютно твердого циліндричного резервуара, частково заповненого ідеальною рідиною, приєднаного пружиною до рухомої рами (для порівняння розглядалось також жорстке закріплення) під дією сили, що змінюється за гармонічним законом. В початковий момент часу система плат-

форма – резервуар з рідиною знаходиться у стані спокою. Розглядається поведінка системи при різних жорсткостях закріплення і частотах силового збудження.

Математична модель нелінійної динаміки сумісного руху резервуару з рідиною при пружному закріпленні на рухомій платформі побудована в роботі [1] на основі методів роботи [2]. Після переходу до дискретної моделі відносно амплітудних параметрів коливань рідини a_k , параметрів поступального руху платформи ε_k і деформації пружини u_k маємо систему звичайних диференціальних рівнянь, яка в загальному вигляді має форму

$$\sum_{n=1}^N p_{rn}(a_k, t) \ddot{a}_n + \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn}(a_k, t) \ddot{\varepsilon}_{n-N} + \sum_{n=N+4}^{N+6} p_{rn}(a_k, t) \ddot{u}_{n-N-3} = q_r(a_k, \dot{a}_l, t), r = \overline{1, N+6}.$$

Модель описує сумісний рух компонент системи.

Результати моделювання

Для розрахунків приймалася модель, яка включає 12 форм коливань [1]. Для мас рідини, резервуару, платформи прийнято $M_{res} = 0,25 M_l$, $M_{fr} = 5 M_l$. Розглядалися жорсткості пружини $c = 50000$ Н/м, 100000 Н/м, 200000 Н/м 500000 Н/м, 2000000 Н/м. На платформу діє сила такого типу $F = A \cos(\omega t)$, де $\omega = 3.0; 3.5; 3.8; 4.0; 4.1; 4.13; 4.14; 4.147; 4.157; 4.2; 4.25; 4.3; 4.5; 4.8; 5.2; 5.5$. Поведінка системи розглядалася на інтервалі до $t = 125$ с, що відповідає приблизно 80 періодів коливань за першою формою. Розглядаємо коливання системи в околі резонансної частоти по першій формі (для резервуару радіуса 1 м і глибини заповнення 1 м $\omega = 4,143368$).

Амплітуди зміни вібрацій підбиралися таким чином, щоб коливання рідини потрапляли в зону нелінійного діапазону збурень на вільній поверхні (від 210 Н до 20000 Н). При коливаннях вільної поверхні рідини перевірялося виконання основних властивостей нелінійного хвилеутворення (висота горба хвилі більші глибини впадини, відсутність вузлових ліній, відсутність виходу на режим усталених коливань [3], тощо).

Проаналізуємо характер зміни збурень вільної поверхні ξ/R в дорезонансній, резонансній і

зарезонансній області по відношенню до частоти першої гармоніки ψ_1 . Однією із характерних особливостей нелінійних коливань є модуляція без дрейфу середнього значення. Це характерно для областей віддалених від резонансної зони, наприклад для $\omega = 3.0$ і менших жорсткостей.

На Рис. 1 приведено коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 3.0$, $c = 100000$ Н/м, $A = 7647$. Помітна модуляція без дрейфу середнього значення, причому максимальне значення амплітуди ξ/R буде 0,3005. При більших значеннях жорсткостей і при відсутності пружини присутня модуляція, з незначним зсувом середнього значення в додатному напрямку. При наближенні до резонансної зони, як до резонансу так і після ($\omega = 3.5; 3.8; 4.0; 4.2; 4.3; 4.5$), для всіх жорсткостей пружини маємо модуляцію, період якої змінюється зі зміною жорсткості пружини. Середнє значення зсунуто в додатний бік, гребінь хвилі більше глибини впадини, вихід на усталений режим не спостерігається, що узгоджується з даними експериментів. Однак існує вихід на упорядкований режим в дорезонансній зоні при $\omega = 3.8$, $A = 210$ Н, $c = 100000$ Н/м і $\omega = 4.0$, $A = 662$ Н; $c = 200000$ Н/м, в зарезонансній зоні при $\omega = 4.2$, $A = 520$ Н, $c = 2000000$ Н/м і при тих же параметрах для ω і A при жорсткому закріпленні.

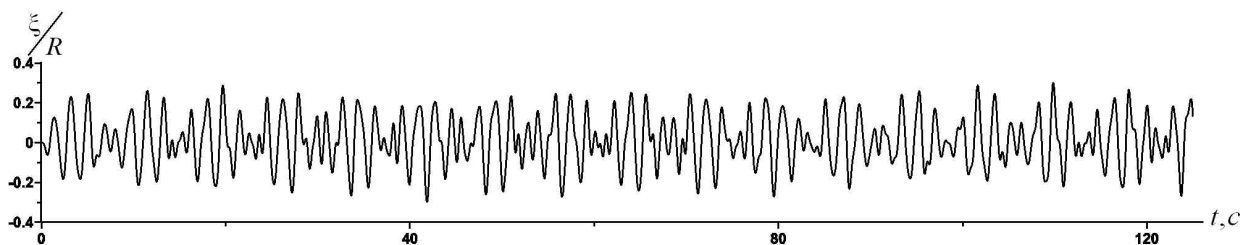


Рис. 1. Коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 3.0$, $c = 100000$ Н/м, $A = 7647$

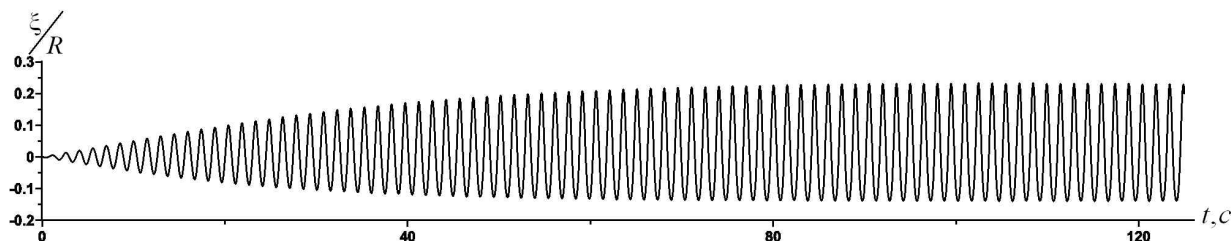


Рис. 2. Коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 4.2$, $c = 2000000$ Н/м, $A = 520$ Н

На Рис. 2 приведено коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 4.2$, $C = 2000000$ Н/м, $A = 520$ Н, що вказує на вихід на упорядкований режим руху. Тут максимальні значення амплітуд ξ/R досягаються в околі мінімальних значень амплітуд зовнішніх сил при всіх вказаних жорст-

костях. Режим близький до упорядкованого, з ледь помітною модуляцією відбувається в околі резонансу при $\omega = 4.13; 4.14; 4.147; 4.157$, і $c = 500000$ Н/м.

На Рис. 3 приведено коливання в часі вільної поверхні рідини при $\omega = 4.14$, $C = 5000000$ Н/м,

$A=535$ Н (80 періодів коливань). Амплітуда ξ/R до 35 періоду зростає до максимальної, 5 періодів тримається на одному рівні, потім дуже повільно спадає до 50 періоду, а далі знову зростає. Відмітимо також, що в цих випадках максимальні амплітуди ξ/R спостерігаються при менших значеннях амплітуд зовнішніх сил (605 Н, 535 Н,

400 Н, 470 Н, 381 Н). При інших значеннях жорсткостей і частот зовнішніх сил максимальні значення ξ/R досягаються при суттєво більших значеннях амплітуд коливань зовнішніх сил. Середні значення при коливаннях ξ/R зсунуті в додатному напрямку, горби хвиль вищі впадин.

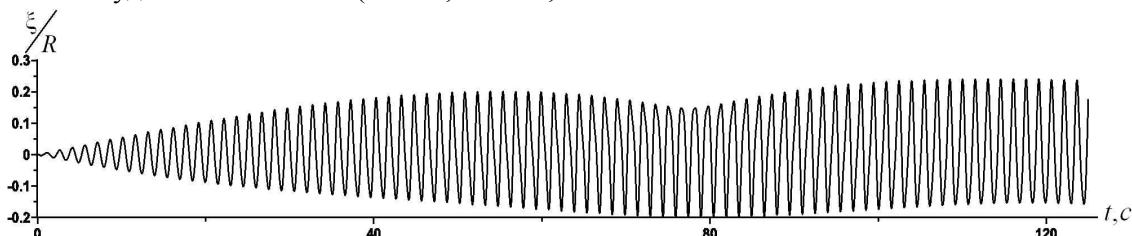


Рис 3. Коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 4.14$, $c=5000000$ Н/м, $A=535$ Н

Відмітимо ще одну з характерних властивостей нелінійних коливань – антирезонанс. Присутні коливання з модуляцією, де є невеликі зони, в яких коливання відбуваються в околі нуля, і амплітуди їх суттєво менші максимальних протягом декількох періодів коливань.

На Рис. 4 приведено коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 4.3$, $C=500000$ Н/м, $A=1480$ Н характерні для антирезонансу. Тут че-

рез кожні 10 періодів відбувається 3-5 коливань з амплітудою приблизно в 10 раз меншою максимальної (0,2981), середнє значення більше зсунуте в додатному напрямку (горби хвилі в 1.6 рази більші за глибини впадин), що якісно узгоджується з експериментом.

Для нелінійних коливань також характерним є суттєвий вплив вищих гармонік. Найяскравіше це спостерігається при $\omega = 4.8, 5.2, 5.5$.

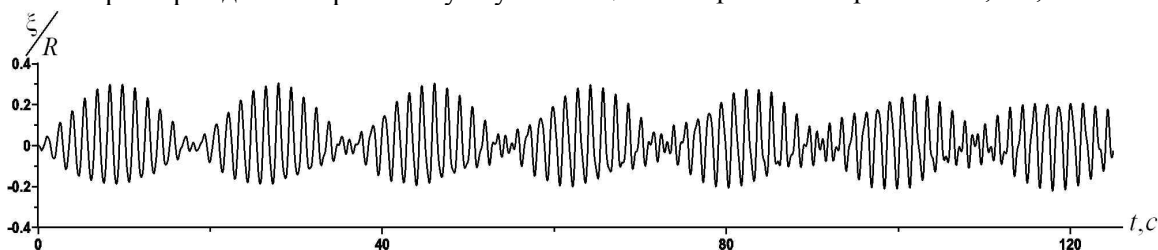


Рис 4. Коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 4.3$, $c=500000$ Н/м, $A=1480$ Н

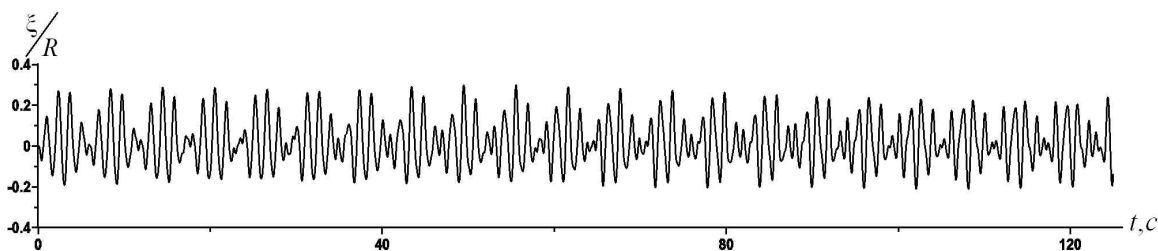


Рис 5. Коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 5.2$, $c=5000000$ Н/м, $A=14900$ Н.

На Рис. 5 наведені коливання вільної поверхні рідини при $\omega = 4.3$, $c=5000000$ Н/м, $A=1480$ Н з найбільш суттєвим впливом вищих гармонік. Це пояснюється наближенням до другої резонансної частоти по ψ_1 .

Якщо розглядати збурення вільної поверхні на стінці циліндра в точках перпендикулярних до напрямку дії зовнішньої сили, то тут також

проявляються основні характеристики нелінійних коливань але з меншими амплітудами.

На Рис. 6 приведено коливання вільної поверхні рідини на стінці циліндра в точках перпендикулярних до напрямку дії зовнішньої сили, при $\omega = 4.14$, $c=500000$ Н/м, $A=535$ Н. Вихід на коливальний режим відбувається з суттєвим запізненням, що обумовлене потребою часу на роз-

винення нелінійних механізмів коливань. В околі резонансу найбільші амплітуди коливань і пері-

оди модуляції більші ніж в дорезонансному і зарезонансному діапазонах.

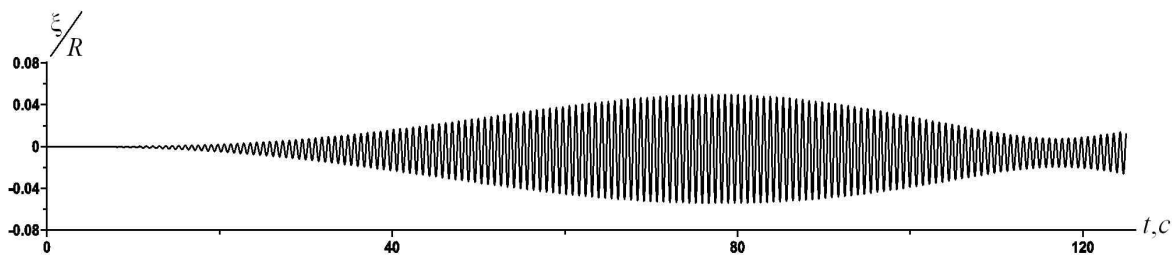


Рис 6. Коливання вільної поверхні рідини на стінці циліндра в точках перпендикулярних до напрямку дії зовнішньої сили, при $\omega=4.14$, $c=500000$ Н/м, $A=535$ Н.

Отже в дорезонансних областях і при $\omega=4.3$ без пружини для ξ_x/R відбувається повтор характеру руху ξ/R але з меншими амплітудами. При відсутності пружини рух зміщено в додатню область. Відмінним є рух в резонансному випадку $\omega=4.14$, де при безпружинному закріпленні коливання відбуваються повністю в додатній області з виходом на упорядкований режим.

Висновки

Досліджено задачу про сумісний рух системи «резервуар–рідина–платформа» при пружному закріпленні резервуара. Для різних жорсткостей і частот силового збудження руху платформи проаналізовано зміну в часі збурень на вільній поверхні, параметрів поступального руху резервуара і платформи. Моделювання свідчить, що пружне закріплення в більшості випадків приводить до збільшення амплітуд коливань вільної

поверхні за виключенням невеликої зони в околі частоти $\omega = 4.3$, де пружина зменшує ці амплітуди тим більше, чим менше жорсткість пружини. Тобто використання пружини як засобу зменшення коливань рідини на рухомій платформі недоречне.

Встановлено, що при коливаннях вільної поверхні рідини суттєво проявляються нелінійні ефекти: модуляція коливань, дрейф середнього значення, антирезонанс, вплив вищих гармонік. Наявність пружини в більшості підсилює ці ефекти, за виключенням малої зони в околі $\omega = 4.3$.

Показано, що вихід системи на усталений режим не спостерігається, але при $\omega=3.8$, $A=210$ Н, $c=100000$ Н/м; $\omega=4.0$, $A=662$ Н, $c=200000$ Н/м в дорезонансному діапазоні; при $\omega=4.2$, $A=520$ Н, $c=2000000$ Н/м в зарезонансній зоні і при тих же параметрах для ω і A при жорсткому закріпленні спостерігається вихід на упорядкований режим близький до усталеного.

Список використаних джерел

1. Лимарченко О.С. Влияние пружинного закрепления на динамику цилиндрического резервуара с жидкостью, находящегося на подвижной платформе / О.С. Лимарченко, Р.В. Ткаченко // Прикл. механика, 2014. – 50. – №3. – С. 93-96.
2. Limarchenko O. Nonlinear properties for dynamic behavior of liquid with a free surface in a rigid moving tank / O. Limarchenko // Int. J. Nonlinear Sci. and Numer. Simul. – 2000. – 1. – № 1. – P. 105–118.
3. Pal P. Sloshing of liquid in partially filled container – an experimental study / P. Pal // International Journal of Recent Trends in Engineering. – 2009. – 1, №. 6, P. 1–5.

References

1. LIMARCHENKO O.S. and TKACHENKO R.V. (2014) Vliyanie pruzhinnoho zakrepleniya na dinamiku tsilindricheskogo rezervuara s zhidkostyu, nakhodyashchegosya na podvizhnoi platform. In International Applied Mechanics, 50, № 3, pp. 93-96.
2. LIMARCHENKO O. (2000) Nonlinear properties for dynamic behavior of liquid with a free surface in a rigid moving tank. In Int. J. Nonlinear Sci. and Numer. Simul., 1, № 1, pp. 105–118.
3. PAL P. (2009) Sloshing of liquid in partially filled container – an experimental study. In International Journal of Recent Trends in Engineering, 1, No. 6, pp. 1–5

Надійшла до редколегії 11.09.2014