УДК 519.87

Назаренко О. М.[1], к. ф.- м. н., доц.,
Карпуша М. В.[2], аспірант.

Дискретно-неперервні моделі в багатокритеріальних задачах оптимізації з лінійним і квадратичним критеріями якості

[1]Сумський державний університет, 40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова 2.
[2] Сумський державний університет, 40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова 2,
e-mail: m.karpusha@mss.sumdu.edu.ua.

O. M. Nazarenko[1], Ph.D. (Physics&Mathematics), Associate Professor,
M. V. Karpusha[2], Postgraduate Student.

Discrete-continuous Model in Multicriteria Optimization Problem with Linear and Quadratic Quality Criterias

[1]Sumy State University, 40007, Sumy, Rymskogo-Korsakova str., 2.
[2]Sumy State University, 40007, Sumy, Rymskogo-Korsakova str., 2,
e-mail: m.karpusha@mss.sumdu.edu.ua.

У даній роботі розглянуті дискретно-неперервні моделі з тризначними дискретними змінними, які можуть бути використані при параметричній ідентифікації задачі багатокритеріальної оптимізації з лінійним і квадратичним критеріями якості в умовах статистичної невизначеності. Апробація запропонованих моделей проводилася на основі реальних статистичних даних фінансових систем.
Ключові слова: параметрична ідентифікація, дискретно-неперервна модель, статистична невизначеність.

This paper discusses the use of discrete-continuous models with discrete variables for multicriteria optimization problems with linear and quadratic quality criterias under statistical uncertainty. The models have the following features: consider preliminary data analysis for stationary and nonstationary; investigate continuous and discrete effects presence in these time series; these models use multiple logit- and probit-model to determine the most probable option for changes of time series that allows to determine high predictive properties; iterative procedure allows to fulfill all prerequisites of the method of least squares estimation for unknown parameters and allows to get high simulation properties; envisage the procedure of verification that mathematical model describes the investigated time series in the best way. Testing of the proposed discrete-continuous models was conducted based on actual statistics of financial systems. Parametric identification of the portfolio optimization problem was considered. High imitation and forecasting properties of the obtained models point to possibility of using the results during modeling real systems.
Key words: identification, discrete-continuous model, statistical uncertainty.

Статтю представив д. ф.-м. н., проф. Буй Д. Б.

Вступ. Задачі багатокритеріальної оптимізації зустрічаються в різних сферах науки, техніки та економіки, де застосовуються критерії з суперечливими цілями. При цьому на практиці найбільш розповсюдженими є лінійні та квадратичні критерії. Вони дозволяють адекватно описувати досліджувані процеси при досить вивченому та простому алгоритмі розв'язання таких задач. Тому для підвищення ефективності отриманих розв'язків актуальним є використання адекватних методів параметричної ідентифікації невідомих параметрів цих моделей. Проблема такої ідентифікації виникає для задач, що описують досить складні процеси. У випадку великої розмірності ускладнення самої математичної моделі веде до труднощів при знаходженні чисельного розв'язку. Тому актуальним є розвиток методів, які б описували складні системи досить простими моделями і враховували особливості даної системи, яка функціонує в умовах невизначеності, в процесі параметричної ідентифікації.

У даній роботі моделювання і ідентифікацію невідомих параметрів оптимізаційних задач пропонується проводити за допомогою дискретно-неперервних моделей. Цей підхід був використаний для параметричної ідентифікації та прогнозування часових рядів [5]. Дані моделі мають наступні переваги: ураховують попередній аналіз даних на стаціонарність чи нестаціонарність; досліджують наявність у даних часових рядах ефектів двох типів: неперервних та дискретних; при прогнозуванні даних моделей використовуються множинні логіт- та пробіт-моделі, що дозволяють отримати високі прогнозні властивості; ітераційна процедура дозволяє виконати всі передумови використання методу найменших квадратів для оцінки невідомих параметрів даної моделі та отримати високі імітаційні властивості; передбачають процедуру верифікації, що дозволяє отримати математичну модель, яка найкращим чином описує досліджувані часові ряди. Отримані високоточні інтервальні прогнозні значення використовуються при постановці багатокритеріальної задачі оптимізації [6].

Постановка задачі. Нехай деяка система характеризується вектором-стовпцем фазових координат $\mathbf{x} \in R^n$. Розглянемо квадратичну $f_1(\mathbf{x}) = \mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x}$ та лінійну $f_2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}'\mathbf{c}$ функції якості, що відображають стани даної системи і суттєво залежать від фазових координат. Задачу багатокритеріальної оптимізації запишемо в наступному вигляді:

$$\begin{cases} \{ f_1(\mathbf{x}),\ f_2(\mathbf{x}) \} \to \min, \\ \mathbf{x} \in \Omega. \end{cases} \tag{1}$$

Тут Ω – допустима множина, яка входить в область визначення $\mathrm{D}_1(f_1) \subset R^n$, $\mathrm{D}_2(f_2) \subset R^n$. Її будемо задавати наступним чином:

$$\Omega = \{ \mathbf{x} \in R^n :\ g_i(x) \le 0,\ i = 1, 2, \ldots, m. \}. \tag{2}$$

Після ідентифікації параметрів $\mathbf{c}$, $\mathbf{Q}$ та системи обмежень (2) наступним етапом є визначення множини оптимальних за Парето розв'язків або деякої точки з цієї множини.

Для розв'язання задачі (1) найбільш розповсюдженими є методи скаляризації, які полягають у зведені вектору цільових функцій багатокритеріальної задачі в одну скалярну функцію. Розглянемо два з них: метод зважених сум та метод ε-обмежень. За допомогою першого методу шляхом побудови зважених сум можна отримати наступну задачу квадратичного програмування:

$$\begin{cases} f_2(\mathbf{x}) + \lambda\, f_1(\mathbf{x}) \to \min, \\ \mathbf{x} \in \Omega. \end{cases} \tag{3}$$

Метод ε-обмежень мінімізує одну з цільових функцій, а інші цільові функції перетворюються в обмеження. Тоді задачу (1) можна сформулювати у вигляді:

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) \to \min, \\ f_2(\mathbf{x}) \le \varepsilon_1, \\ \mathbf{x} \in \Omega, \end{cases} \tag{4}$$

або

$$\begin{cases} f_2(\mathbf{x}) \to \min, \\ f_1(\mathbf{x}) \le \varepsilon_2, \\ \mathbf{x} \in \Omega. \end{cases} \tag{5}$$

Якщо в задачах (3), (4) та (5) параметри $\mathbf{c}$ і $\mathbf{Q}$ є визначеними з якихось міркувань, то при розв'язанні цих задач не виникає труднощів. Але, якщо складність системи не дозволяє встановити точні значення $\mathbf{c}$ і $\mathbf{Q}$, то актуальним стає розвиток методів, які б адекватно оцінювали невідомі параметри, враховуючи невизначеність. Зазначимо, що повністю врахувати фактор невизначеності неможливо.

Класичним методом визначення параметрів $\mathbf{c}$ і $\mathbf{Q}$ є використання усереднених значень на основі статистичної інформації минулого. Недоліком такого підходу є чутливість цих параметрів до незначних змін статистичної інформації. Це може приводити до неадекватних результатів при розв'язанні задачі (1). В роботах Беста М., Грауера Р., Чопра В., Зіемба В., Каллберга Ж. показано, що неправильна ідентифікація компонент вектора $\mathbf{c}$ набагато більше впливає на стійкість оптимального рішення $\mathbf{x}^*$ ніж неправильна ідентифікація елементів матриці $\mathbf{Q}$ [4]. Більш точні оцінки вектора $\mathbf{c}$ можна отримати за допомогою дискретно-неперервних моделей. У [6] проведений порівняльний аналіз застосування точкових прогнозів в задачі оптимізації (1) методами усереднення та прогнозування за допомогою дискретно-неперервних моделей. Однак у такій постановці задача (1) розв'язується як класична задача оптимізації з детермінованими входами, і при такому підході ігнорується невизначеність на етапі оптимізації. Тому актуальним є врахування невизначеності параметра $\mathbf{c}$ в самій оптимізаційній задачі.

Найбільш простий спосіб полягає у побудові довірчих інтервалів компонент вектора $\mathbf{c}$. Припустимо, що різниця між прогнозним $\hat{c}_i$ і реальним c_i значеннями не перевищує δ_i $(i = 1, \dots, n)$. Тоді множину невизначеності можна задати у вигляді:

$$U(\hat{\mathbf{c}}, \boldsymbol{\delta}) = \{\mathbf{c}, |c_i - \hat{c}_i| \le \delta_i, \, i = 1, \dots, n\}.$$

Задачу (1) сформулюємо у вигляді:

$$\begin{cases} \mathbf{c}'\mathbf{x} - \boldsymbol{\delta}'|\mathbf{x}| - \lambda \, \mathbf{x}'\mathbf{Q}\,\mathbf{x} \to \max, \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1. \end{cases} \tag{6}$$

Тут використання модуля можна пояснити наступним чином. Якщо величина x_i буде додатною, то найгіршим можливим значенням з усіх значень прогнозного інтервалу буде $\hat{c}_i - \delta_i$. Якщо ж x_i від'ємна, то найгіршим варіантом буде значення $\hat{c}_i + \delta_i$. Тоді задача оптимізації (6) полягає в мінімізації найгірших випадків. При такій постановці чим ширші довірчі інтервали, тим менше значення x_i, а при зменшенні δ_i значення x_i збільшується (у порівнянні з класичним розв'язком) [1].

Використовуючи статистичну інформацію на історичному періоді за допомогою дискретно-неперервних моделей можна знайти множину $U(\hat{\mathbf{c}}, \boldsymbol{\delta})$. Отримані інтервальні прогнозні значення використовуються для параметричної ідентифікації задачі (6).

Дискретно-неперервна модель з тризначною дискретною змінною. Припустимо, що існує часовий ряд спостережень $\{c_t, \, t = 1, 2, \dots, N\}$ на проміжку $t \in [1, N]$ (період ідентифікації). Першим етапом є встановлення стаціонарності чи нестаціонарності відповідного часового ряду. У випадку нестаціонарності використовуються методи зведення до стаціонарного типу [3].

Після зведення даного часового ряду до стаціонарного наступним етапом є побудова регресійної моделі

$$r_t = f(t, \mathbf{a}) + \mathbf{d}'\mathbf{z} + \varepsilon_t, \tag{7}$$

де r_t – значення ряду в момент часу t, $f(t, \mathbf{a})$ – неперервна складова, $\mathbf{d}'\mathbf{z}$ – дискретна складова, $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_l)'$, $\mathbf{d} = (d_0, d_1, \dots, d_m)'$ – вектори оцінювальних параметрів, $\mathbf{z} = (z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{mt})'$ – вектор змінних дискретної складової; ε_t – випадкове збурення.

У якості неперервної складової розглядаються авторегресійні моделі, а при наявності у часовому ряді змінного математичного сподівання до неперервної частини включається тренд.

Дискретна складова визначається ітераційним шляхом. Після оцінювання неперервної частини регресійної моделі (7) і обчислення залишків $\varepsilon_t^{(1)} = r_t - f(t, \hat{\mathbf{a}})$ на першому кроці дискретна змінна формується наступним чином:

$$z_{1t} = \begin{cases} +T^{(1)}, \, \varepsilon_t^{(1)} > \xi^{(1)}, \\ 0, \, -\xi^{(1)} \le \varepsilon_t^{(1)} \le \xi^{(1)}, \\ -S^{(1)}, \, \varepsilon_t^{(1)} < -\xi^{(1)}. \end{cases} \tag{8}$$

Тут $\xi^{(1)}$ – точність наближення, $S^{(1)}$ і $T^{(1)}$ – кількість точок з даного проміжку, в яких виконуються нерівності $\varepsilon_t^{(1)} > \xi^{(1)}$ і $\varepsilon_t^{(1)} < -\xi^{(1)}$ відповідно (тоді середнє значення фіктивної змінної автоматично дорівнює нулю). Далі оцінюється регресійна модель $\varepsilon_t^{(1)} = d_1 z_{1t} + \varepsilon_t^{(2)}$. На k-кроці (k = 2, 3, …, m) обчислюються залишки $\varepsilon_t^{(k)} = \varepsilon_t^{(k-1)} - \hat{d}_{(k-1)} z_{(k-1)t}$, нова фіктивна змінна дорівнює

$$z_{kt} = \begin{cases} +T^{(k)}, \, \varepsilon_t^{(k)} > \xi^{(k)}, \\ 0, \, -\xi^{(k)} \le \varepsilon_t^{(k)} \le \xi^{(k)}, \\ -S^{(k)}, \, \varepsilon_t^{(k)} < -\xi^{(k)}, \end{cases} \tag{9}$$

і регресійна модель має вигляд $\varepsilon_t^{(k)} = d_k z_{kt} + \varepsilon_t^{(k+1)}$.

Практичні дослідження показують, що для досягнення високого значення коефіцієнта детермінації R^2 регресійної моделі (7) достатньо 2-3 ітерації. Значення точності $\xi^{(k)}, \, k = 1, 2, \dots, m$ на кожному кроці ітерації обирається таким чином, щоб забезпечити нечутливість оціненої регресійної моделі до незначних змін вхідної інформації [5]. Неоднозначності при визначенні прогнозного значення регресанта (для прогнозної точки $t^* = N + 1$ існує $3m$ значень регресанта) усуваються за допомогою множинних логіт- або пробіт- моделей.

Задача оптимізації інвестиційного портфеля. Задача багатокритеріальної оптимізації з лінійним та квадратичним критеріями була розглянута Марковіцем Г. в контексті оптимізації інвестиційного портфеля [2]. Такий підхід отримав велике розповсюдження на практиці, так як є досить простим та змістовним при використанні. Але недоліком підходу Марковіца було те, що він не враховував невизначеність параметрів в своїй моделі і тим самим використання його моделі на практиці може приводити до неадекватних результатів. Тому актуальним залишається розвиток цієї задачі.

Нехай інвестиційний портфель може складатися з n активів, x_i – доля капіталу, вкладеного в i-й актив. Тоді $\mathbf{x}=(x_1, x_2, ..., x_n)'$ – вектор, що визначає структуру портфеля, при чому $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.$ Будемо вважати, що на періоді $[1, N]$ відома статистична інформація про динаміку доходностей кожного з n активів $\{r_{it}, i=1, 2, \dots, n\}$. При математичному моделюванні таких систем використовують статистичну інформацію доходностей, а не цін, так як ці величини є обезрозміреними. В момент часу $t^*=N+1$ доходність портфеля є випадковою величиною

$$R=\sum_{i=1}^{n} x_i r_{i(N+1)}, \quad (10)$$

з математичним сподіванням $\boldsymbol{\mu}=\mathbf{x}'\mathbf{c}$ та дисперсією $\sigma^2=\mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x}$. Тут $r_{i(N+1)}, i=1, 2, \dots, n$ - доходність кожного з активів за інтервал часу $[N, N+1]$, $\mathbf{c}$ та $\mathbf{Q}$ - математичне сподівання та матриця коваріації вектору $\mathbf{r}_{N+1}=$ $=(r_{1(N+1)}, r_{2(N+1)} \dots, r_{n(N+1)})'$.

Задача статичної оптимізації портфеля полягає в тому, щоб мінімізувати ризик та максимізувати доходність. Позначивши, $f_1(\mathbf{x})=-\mathbf{x}'\mathbf{c}$ та $f_2(\mathbf{x})=\mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x}$ задачу оптимізації інвестиційного портфеля можна записати у вигляді (1), (3), (4) та (5). Крім обмеження $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ на практиці також можуть додаватися додаткові обмеження на вектор $\mathbf{x}$. Якщо дозволена операція короткого продажу, на компоненти вектора $\mathbf{x}$ накладаються обмеження $-1 \le x_i \le 1, i=1, 2, ..., n$. Короткий продаж – операція продажу цінного паперу, що інвестор запозичує у брокера. Згодом інвестор повертає борг, купуючи такий же цінній папір на торгах. Якщо заборонені операції короткого продажу, то в модель додається обмеження $0 \le x_i \le 1$, $i=1, 2, ..., n$.

В класичній задачі оптимізації інвестиційного портфеля параметр $\mathbf{c}$ обирається як математичне сподівання доходностей активів, а $\mathbf{Q}$ – як матриця коваріації на періоді $[1, N]$.

Як зазначено вище, у даній роботі у якості параметра $\mathbf{c}$ пропонується використовувати прогнозне значення доходностей активів, отриманих за допомогою дискретно-неперервних моделей. При цьому параметр $\mathbf{Q}$ ідентифікується як і в класичному підході.

Розглянемо портфель, що може складатися з наступних акцій українських компаній: Kernel Holding S.A. (KER), Astarta Holding N.V. (AST), Coal Energy S.A. (CLE), Milkiland N.V. (MLK), Agroton Public Limited (AGT), KSG Agro S.A. (KSG), Industrial Milk Company S.A. (IMC), Sadovaya Group S.A. (SGR), Ovostar Union N.V. (OVO), Westa ISIC S.A. (WES) (в дужках вказано котирування цих акцій на Варшавській фондовій біржі). Використана статистична інформація цін (p_t) та доходностей ($r_t=\Delta p_t / p_{t-1}$, $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$) акцій за період з 03.10.2011 г. по 17.02.2012 г.

У [3, 4] розглянуто детально процес побудови дискретно-неперервних моделей. Причому в [4] показано, що використання точкових прогнозів, знайдених за допомогою дискретно-неперервних моделей, дозволяє удосконалити процес прийняття інвестиційного рішення. Розглянемо, як зміниться розв'язок задачі при використанні інтервальних прогнозів.

Розв'яжемо оптимізаційні задачі (3) та (6) для різних значень параметра λ від 2 до 100. На рис. 1 приведені структури оптимальних рішень в залежності від методу ідентифікації вектору $\mathbf{c}$. Тут в залежності від конкретного параметру λ показано відповідну структуру оптимального портфеля (одним відтінком сірого відкладається значення, яке відповідає відповідному розв'язку x_i^*, $i=\{1, 2, \dots, n\}$). На рис. 1 зображені випадки, коли для параметричної ідентифікації вектора $\mathbf{c}$ використані його усереднені значення, точкові та інтервальні прогнози дискретно-неперервних моделей та реальні значення $\mathbf{r}_{N+1}$.

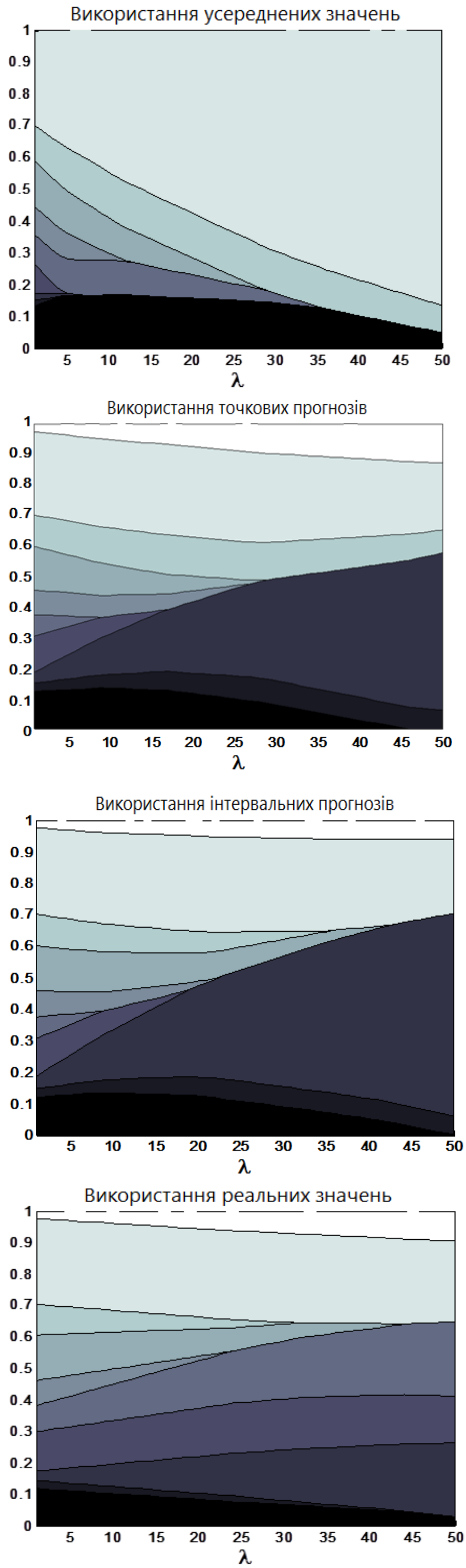

Рис. 1. Оптимальні розв'язки задач оптимізації портфеля

Проаналізуємо отримані результати. При розв'язанні задачі оптимізації портфеля (3) класичним методом отримали наступний результат: якщо деякий актив має великий рівень очікуваних доходів та низький рівень стандартного відхилення, то його доля в оптимальному портфелі буде високою, в той же час для портфелів з низьким доходом та високим відхиленням ця доля буде низькою. Хоча цей результат є досить логічним, але він суперечить основній ідеї портфельного інвестування – зменшення ризиків за допомогою розподілення всіх своїх коштів серед багатьох активів, що корелюють між собою (ідея диверсифікації портфеля). Тобто основна доля інвестицій буде інвестована в незначну кількість акцій, а не розподілена між ними більш менш рівномірно. Також в такому портфелі присутні акції, доля яких незначна. Включення таких активів для інвестора є невиправданим, так як їх дохід може не покривати його витрати на включення цієї акції в портфель. При цьому портфелі, які відповідають випадку, коли вектор $\mathbf{c}$ ідентифікований запропонованими моделями, мають більш рівномірну структуру та більш відповідають реальній ситуацій.

Рис. 1 демонструє різницю в оптимальних розв'язках при різних значеннях параметра $\mathbf{c}$. При чому ця різниця збільшується при збільшенні ризикованості інвестиційної політики, тобто при збільшені значення λ.

Аналогічний аналіз був проведений при включені різного типу обмежень до оптимізаційної задачі. Уточнення обмежень дозволяє покращити результати розв'язанні задачі в класичному випадку, але якщо обмеження накладаються досить жорстко, то вони повністю визначають структуру портфеля і тим самим відпадає необхідність використання відповідної оптимізаційної задачі.

Як видно, використання інтервальних прогнозів якісно не змінює розв'язок задачі. В контексті оптимізації інвестиційного портфеля інвестор розглядає не єдиний можливий інтервал, а деяку множину можливих сценаріїв розвитку дійсності. Зазначимо, що для знаходження довірчого інтервалу можна використовувати метод реструктуризації портфеля [2]. Він полягає в тому, що методом Монте-Карло точкова оцінка з деяких міркувань перетворюється в множину ймовірних сценаріїв. Але такий підхід вимагає досить великих розрахунків для портфелів великої розмірності.

Отже, використовуючи запропоновані моделі можна отримати добре диверсифікований портфель. Реальний дохід інвестора, який шукає найменш ризиковий портфель різними методиками, буде наступним. Якщо інвестор буде використовувати методику усереднення, його власний капітал збільшиться на 1,15%, використовуючи точкові прогнози – на 1,34%, використовуючи інтервальні прогнози – на 1,38%. Хоча різниця між доходностями не є суттєвою, проте вона буде збільшуватися при збільшені рівня ризику.

Висновки. В даній роботі розглянуто використання дискретно-неперервних моделей для ідентифікації задачі оптимізації в умовах невизначеності. Дані моделі мають наступні переваги: враховують попередній аналіз даних на стаціонарність чи нестаціонарність; використовують множинні логіт- та пробіт-моделі при прогнозуванні, що дозволяє визначити найбільш ймовірний варіант прогнозу та отримати високі прогнозні властивості; досліджують наявність у даних часових рядах ефектів двох типів: неперервних та дискретних; використовують ітераційну процедуру, що дозволяє виконати всі передумови використання методу найменших квадратів для оцінки невідомих параметрів даної моделі та отримати високі імітаційні та прогнозні властивості; використовують процедуру верифікації, що дозволяє отримати математичну модель, яка найкращим чином описує досліджувані часові ряди. Дані моделі застосовувалися для параметричної ідентифікації задач оптимізації портфеля і дали значно кращі результати у порівнянні з класичними моделями.

Список використаних джерел

1. *Ben-Tal A.* Robust Optimization / A. Ben-Tal, L. Ghaoui, A. Nemirovski – Princeton University Press, 2009. – 542 p.
2. *Fabozzi F.* Robust Portfolio Optimization and Management / F. Fabozzi, P. Kolm, D. Pachamanova, S. Focardi. – N. Y.: John Wiley & Sons, 2007. – 495 p.
3. *Patterson K.* An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach. – Palgrave, 2000. – 797 p.
4. *Chopra V.* The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice / V. Chopra, W. Ziemba// Journal of Portfolio Choice. – 1993. – № 2 (19). – P. 6 – 11.
5. *Назаренко О. М.* Моделювання та прогнозування нестаціонарних часових рядів / О. М. Назаренко, М. В. Карпуша// Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – 2012. – №2. – С. 162 – 72.
6. *Назаренко О. М.* Ідентифікація параметрів задачі багатокритеріальної оптимізації інвестиційного портфеля / О. М. Назаренко, М. В. Карпуша // Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2012. – №1037. – С. 82 – 91.

References

1. BEN-TAL, A., GHAOUI, L., and NEMIROVSKI, A. (2009) *Robust Optimization.* Princeton University Press.
2. FABOZZI, F.et al. (2007) *Robust Portfolio Optimization and Management*. N. Y.: John Wiley & Sons.
3. PATTERSON, K. (2000) *An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach.* Palgrave.
4. CHOPRA, V., ZIEMBA, W. (1993) The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice. *Journal of Portfolio Choice.* 2 (19). p. 6-11.
5. NAZARENKO, O.M., KARPUSHA, M.V. (2012) Modeling and Forecasting Nonstationary Time Series. *Bulletin of National Technical University “KhPI”.* 2. p. 162-172.
6. NAZARENKO, O.M., KARPUSHA, M.V. (2012) Identification of the Parameters of the Problem Multiobjective Optimization Portfolio. *Bulletin of Kharkiv National University. Series “Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems”.* 1037. p. 82-91.

Надійшла до редколегії 25.08.2014.