

УДК 519.9

Вовк І. В.¹, д. ф.-м. н., проф.,
Маципура В. Т.², д. ф.-м. н., проф.,
Трунова Л.А.², аспірантка

Точкове джерело в околі хрестоподібного відбивача

¹ Інститут гідромеханіки НАН України, 03057,
м. Київ, вул. Желябова, 8/4.

² Київський національний університет імені Та-
раса Шевченка, 03680, м. Київ, просп. Глушко-
ва, 4е, e-mail: mnivtt@gmail.com

I. V. Vovk¹, Doctor of physical and mathem., prof.,
V. T. Matsipura², Doctor of physical and mathem.,
prof.,
L.A. Trunova², graduate student

Point source in the vicinity of the cross- shaped reflector

¹ Institute of Hydromechanics of NAS Ukraine,
03057, Kyiv, Zhelyabova St., 8/4.

² Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Glushkova St., 4e, e-mail:
mnivtt@gmail.com

Розглянута плоска задача взаємодії точкового джерела з відбивачем скінченних розмірів у вигляді перетину двох плоских поверхонь. Розміри відбивача порівнянні з довжиною хвилі. Проведено дослідження характеристик дальнього поля джерела в залежності від хвильового розміру хрестоподібного відбивача і положення джерела.

Ключові слова: характеристика направленості, амплітуда тиску, точкове джерело.

The plane problem of interaction between a point source and reflector of finite size was considered. The research of the characteristics of the radiation field of cross-shaped antenna depending on its parameters, namely geometry of antenna and location of the source was conducted. The pressure field near reflector with hard boundaries was determined. The problem using the method of boundary regions was solved. Dimensions of reflector are proportional to the wavelength. The conditions of coupling fields on the boundaries of partial regions and conservation of power flow through the circle surrounding the source, by changing the radius of the circle, were verified. Directional diagram of the radiation point sources in the vicinity of the cross-shaped reflector was shown. The non-directional point source in the vicinity of the cross-shaped reflector acquires the properties of broadband antenna. Far field characteristics of the source, placed near the center of the cross-shaped reflector, remain stable within some frequency range. Obtained characteristics confirm the possibility of using cross-shaped reflector with four electroacoustic transducers as an antenna for practical application in hydro acoustic technology.

Key words: characteristic direction, the amplitude of pressure, point source.

Статтю представив д. ф.-м. н., професор Жук Я.О.

Вступ

В роботі [1] розглянута задача про визначення поля точкового гармонічного джерела, розташованого на осі кутикового відбивача (кутикової антени), розміри якого порівнянні з довжиною хвилі. Досліджувалося поле кутикової антени в залежності від її параметрів, а саме, геометрії куточка та місця розташування джерела. В даній статті, продовжуючи зазначену в [1] тематику, розглянемо групу точкових джерел, які розташовані в околі відбивача скінченних розмірів, котрий утворено перетином під прямим кутом двох площин, рис. 1. Такий відбивач назвемо "хрестоподібним", або просто "хрестик". Розмір сторони хрестика дорівнює a . Джерела (наприклад, елек-

троакустичні перетворювачі малих хвильових розмірів) розташовані на відстані R від центру хрестика O під кутами

$$\theta_j = \pi/4 + (\pi/2)(j-1), \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Індекс j визначає номер джерела, він співпадає з номером часткової області в якій знаходиться джерело, рис. 1. Така, проста за своєю ідеєю антена, може бути використана, наприклад, в конструкції гідроакустичного буя. При цьому можливі два варіанти її застосування. Перший, коли антена працює в пасивному режимі і з кожним перетворювачем пов'язаний свій приймальний тракт. У другому варіанті, антена працює в активно-пасивному режимі. Спочатку, при однаково-

му збудженні усіх перетворювачів імпульсним сигналом, створюється ненаправлене звукове поле. Далі слідує пауза, на протязі якої перетворювачі працюють в режимі прийому кожний зі своїм приймальним трактом. Такий пристрій дає можливість не тільки визначити наявність джерела звуку, але й оцінити його напрям (пеленг).

Постановка та побудова розв'язку задачі

Розглянемо плоску задачу випромінювання точкового джерела, котре розташоване в околиці хрестоподібного відбивача скінченних розмірів, рис. 1. Для опису геометрії відбивача та побудови розв'язку задачі, введемо полярну систему координат $rO\theta$. Джерело створює гармонічну циліндричну хвилю із частотою ω . Будемо вважати, що поверхні хрестика акустично жорсткі, а сам відбивач занурений в ідеальне акустичне середовище з густиною ρ і швидкістю звуку c . Згідно методу часткових областей [2] весь простір існування звукового поля природно ділиться на п'ять областей (рис. 1): I, II, III, IV – чотири прямокутні сектори V – зовнішність кола радіуса a , тобто $r \geq a$, $\theta = [0, 2\pi]$.

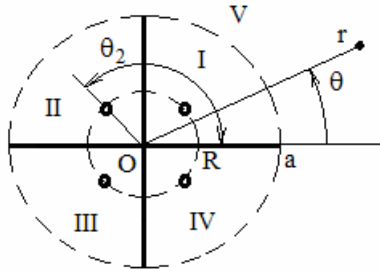


Рис. 1. Геометрія антени

Нехай точкове джерело знаходиться в області I. Зрозуміло, що інші джерела утворюють поля подібні до поля першого джерела з відповідною орієнтацією у просторі. Поле в області I представимо у вигляді суми двох доданків, один з них є поле джерела $p_0^{(1)}$ у клиноподібній області, а другий – суперпозиція, підібраних відповідно до граничних умов на сторонах хрестика, стоячих хвиль:

$$p_1 = p_0^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{J_{\alpha_n}(kr)}{J'_{\alpha_n}(ka)} \cos(\alpha_n \theta), \quad (1)$$

де $J_{\alpha}(kr)$ – функція Бесселя. Штрих при функції Бесселя визначає похідну по повному аргументу. Значення α_n визначаються з граничних умов на жорстких поверхнях хрестика, тому $\alpha_n = 2n$. Часового множника $\exp(-i\omega t)$ не пишемо.

Поля в областях II, III, IV мають подібний вигляд і представляються як суперпозиції відповідного набору стоячих хвиль

$$p_{II} = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \frac{J_{\alpha_n}(kr)}{J'_{\alpha_n}(ka)} \cos\left(\alpha_n \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right), \quad (2)$$

$$p_{III} = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \frac{J_{\alpha_n}(kr)}{J'_{\alpha_n}(ka)} \cos(\alpha_n (\theta - \pi)), \quad (3)$$

$$p_{IV} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \frac{J_{\alpha_n}(kr)}{J'_{\alpha_n}(ka)} \cos\left(\alpha_n \left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right)\right). \quad (4)$$

Поле в області V запишемо у вигляді суперпозиції біжучих циліндричних хвиль з кутовою залежністю у вигляді функцій $\cos(n\theta)$ та $\sin((n+1)\theta)$, $n = 0, 1, 2, \dots$

$$p_V = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)'}(ka)} \cos(n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{H_{n+1}^{(1)}(kr)}{H_{n+1}^{(1)'}(ka)} \sin((n+1)\theta), \quad (5)$$

де $H_n^{(1)}(kr)$ – функція Ханкеля.

Поле джерела, що розташоване в області I, має вигляд [2, 3]:

$$p_0^{(1)}(r, \theta; R, \theta_1) = \begin{cases} iP_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n T_n K_n^{(1)}, & r < R, \\ iP_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n G_n K_n^{(1)}, & R < r < a, \end{cases} \quad (6)$$

де $T_n = J_{\alpha_n}(kr) H_{\alpha_n}^{(1)}(kR)$, $G_n = J_{\alpha_n}(kR) H_{\alpha_n}^{(1)}(kr)$, $K_n^{(1)} = \cos(\alpha_n \theta_1) \cos(\alpha_n \theta)$, r, θ – координати точки спостереження, R, θ_1 – координати джерела в області I, $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_n = 2$, $n > 0$, P_0 – амплітуда тиску, надалі покладемо її рівній одиниці.

Умови спряження полів на межі часткових областей V і I, II, III, IV (рис. 1) мають вигляд

$$\frac{\partial p_V}{\partial r} = \begin{cases} \frac{\partial p_I}{\partial r}, & r = a, \quad \theta = [0, \pi/2], \\ \frac{\partial p_{II}}{\partial r}, & r = a, \quad \theta = [\pi/2, \pi], \\ \frac{\partial p_{III}}{\partial r}, & r = a, \quad \theta = [\pi, 3\pi/2], \\ \frac{\partial p_{IV}}{\partial r}, & r = a, \quad \theta = [3\pi/2, 2\pi], \end{cases} \quad (7)$$

$$p_V = p_I, \quad r = a, \quad \theta = [0, \pi/2], \quad (8)$$

$$p_V = p_{II}, \quad r = a, \quad \theta = [\pi/2, \pi], \quad (9)$$

$$p_V = p_{III}, \quad r = a, \quad \theta = [\pi, 3\pi/2], \quad (10)$$

$$p_V = p_{IV}, \quad r = a, \quad \theta = [3\pi/2, 2\pi]. \quad (11)$$

Підставивши вирази (1)-(6) в умови (7)-(11), одержимо функціональну систему рівнянь. Далі проводимо стандартну процедуру переходу від функціональної до алгебраїчної системи рівнянь [2], використовуючи властивості повноти та ортогональності відповідного набору функцій у виразах (1)-(6). У результаті одержимо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду відносно невідомих коефіцієнтів A_n , B_n , C_n , D_n , E_n , F_n . Нескінченна система рівнянь розв'язувалася методом редукції.

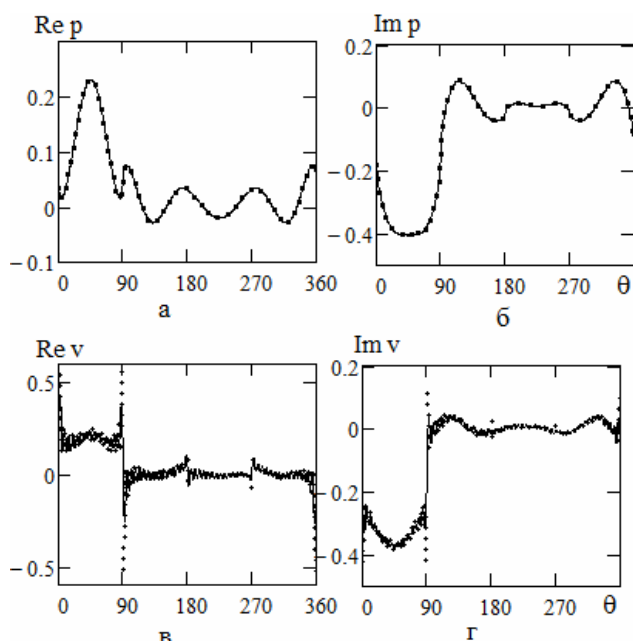


Рис. 2. Поля тиску (а, б) і радіальної швидкості (в, г) на межі часткових областей V і I, II, III, IV : лінії – поле з боку області V, крапки – поле з боку областей I, II, III, IV; $a/\lambda = 0,7$, $R/a = 0,1$

Насамперед, слід перевірити виконання умов спряження полів на межі часткових областей V і I, II, III, IV та збереження потоку потужності крізь коло, що оточує джерела, при зміні радіусу кола. Для всіх розрахунків, котрі представлені нижче, кількість мод (число доданків у сумах (1)-(5)) дорівнювала: для області V – 60, для областей I, II, III, IV – по 30 в кожній. При такій кількості маємо рівність $\alpha_{30} = 60$. Результати розрахунків при $a/\lambda = 0,7$, $R/a = 0,1$ показані на рис. 2. Як бачимо криві, що визначають поле тиску, з графічною точністю збігаються. Для коливальної швидкості, в околі кутових точок хрестика, збіжність кривих менша. Але, як відомо [2], особливість швидкості біля кутових точок має

локальний характер і на енергетичні характеристики та дальнє поле впливу не має. Представлені на рис. 2 розрахунки поля на межах часткових областей є типовими і мають місце при інших хвильових розмірах хрестика.

Для перевірки енергетичних співвідношень були обчислені середні потоки потужності через концентричні кола різних радіусів. Результати розрахунків збігаються з точністю до четвертого знаку після коми.

Аналіз чисельних результатів

На рис. 3 представлені частотні характеристики дальнього поля точкового джерела, котре розміщено в області I хрестоподібного джерела (інші джерела не активні). Хвильовий розмір сторони хрестика змінюється в межах від $0,4\lambda$ до λ , тобто частота змінюється більш ніж на октаву. При цьому рис. 3 а і б відповідають різному положенню джерела відносно центру хрестика (точка перетину сторін хрестика). Криві 1 і 2 визначають, нормовані до максимального значення, амплітуди тиску відносно кутів $\theta = 45^\circ$ та $\theta = 225^\circ$, тобто в напрямку основної пелюстки діаграми направленості та з тильного напрямку.

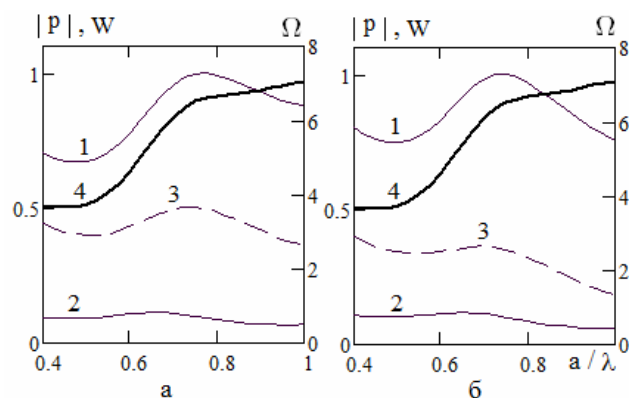


Рис. 3. Характеристики поля в дальній зоні залежно від a/λ : а – $R/a = 0,1$, б – $R/a = 0,2$; криві 1 та 2 – нормовані амплітуди тиску при кутах $\theta = 45^\circ$ та $\theta = 225^\circ$, 3 – потужність випромінювання W , 4 – коефіцієнт концентрації Ω

Перетворювач розміщено поблизу центру хрестика, а саме рис. 3 а – $R/a = 0,1$, рис. 3 б – $R/a = 0,2$. Перш за все слід відзначити, що відповідні криві на рис. 3 а і б досить близькі за своїми значеннями. Цей факт говорить про те, що характеристики антени залишаються стабільними при певній похибці в розміщенні перетворювача біля центру хрестика. Чутливість перетворювача в напрямку головної пелюстки діаграми направ-

леності, в зазначеному діапазоні хвильового розміру сторони хрестика, змінюється не більш ніж на 30%. Рівень тиску в тильному напрямку залишається практично сталим і достатньо малим за своєю величиною. Беручи це до уваги, а також той факт, що потужність мало змінюється з частотою (крива 3), можна зробити висновок, що дана антена є широкополосною. Що стосується кривої 4, котра визначає коефіцієнт концентрації, то вона має характер зростаючої кривої, що говорить про загострення головної пелюстки діаграми направленості.

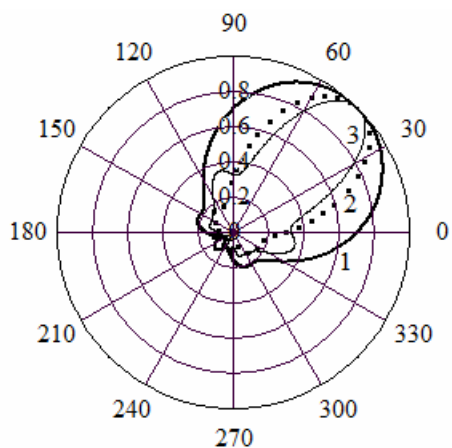


Рис. 4. Діаграми направленості, $R/a = 0,1$:
1 – $a/\lambda = 0,4$, 2 – $a/\lambda = 0,7$, 3 – $a/\lambda = 1$

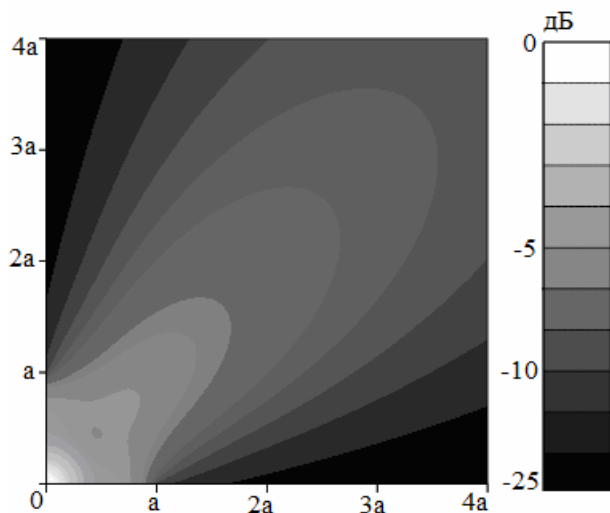


Рис. 5. Поле амплітуди тиску в часткових областях I і V: $R/a = 0,1$, $a/\lambda = 0,7$

Ілюстрацією до сказаного є рис. 4, на котрому зображені характеристики направленості на крайніх та середній частотах зазначеного діапазону частот при величині $R/a = 0,1$. Оскільки, як вже зазначалося, характер кривих на рис. 3 а і б дуже близький, то і вигляд характеристик направленості, представлених на рис. 4, практично не змінюється при варіаціях положення джерела

в межах $R/a = 0,1 \dots 0,2$. Цей факт також підтверджує широкополосні властивості антени.

На доданок на рис. 5 показано розподіл амплітуди тиску в ближньому полі джерела в межах області I і, примикаючої до неї, частини області V. На рисунку видно, як формується структура поля тиску в околі джерела.

На закінчення зазначимо, що отримані розрахункові характеристики підтверджують можливість використання хрестоподібного відбивача з чотирма електроакустичними перетворювачами як антenu для практичного застосування в гідроакустичній техніці при вирішенні задач виявлення.

Висновки

1. Побудовано розв'язок задачі про визначення поля точкового гармонічного джерела, розташованого в околі хрестоподібного відбивача.
2. Показано, що ненаправлене за своєю природою точкове джерело, перебуваючи в околі хрестоподібного відбивача набуває властивостей широкополосної антени.
3. Показано, що при розміщенні джерела поблизу центру хрестика ($R/a = 0,1 \dots 0,2$) характеристики дальнього поля залишаються стабільними в межах частотного діапазону, котрий перевищує октаву.

Список використаних джерел

1. Трунова Л.А. Точкове джерело в околі кутикового відбивача / Л.А. Трунова // Вісник Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Сер: фіз.-мат. науки. – 2014. – №2.
2. Гринченко В.Т. Волновые задачи акустики / В.Т. Гринченко, И.В. Вовк, В.Т. Мацыпура. – Киев: Интерсервис, 2013. – 572 с.
3. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука / Е.Л. Шендеров. – Л.: Судостроеие, 1989. – 304 с.

References

1. TRUNOVA L.A. (2014) Point source in the vicinity of the corner reflector. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, series Physics & Mathematics*. №2.
2. GRINCHENKO, V.T., VOVK, I.V., MATSIPURA, V.T. (2013) *Volnovyie zadachi akustyki*. Kiev: Interservis.
3. SHENDEROV, E. L. (1989) *Izluchenie i rasseyaniye zvyka*. L.: Sudostroenie.

Надійшла до редколегії 26.08.14