УДК 532.5

В. С. Малюга[1], к. ф.-м. н., с. н. с.

Характеристики звукового поля, що генерується при обтіканні сфери.

[1] Інститут гідромеханіки НАН України, 03680, м. Київ, вул. Желябова, 8/4,
e-mail: v_s_malyuga@ukr.net

V. S. Malyuga[1], PhD (Phys.-Math.), sen. res.

Characteristics of aerodynamic sound field generated by the flow past a sphere.

[1] Institute of hydromechanics, 03680, Kyiv, Zhelyabova str., 8/4,
e-mail: v_s_malyuga@ukr.net

Розглядається задача випромінювання звуку при обтіканні сфери потоком в'язкої рідини в широкому діапазоні чисел Рейнольдса. Метод розв'язання задачі базується на припущеннях, що дозволяють окремо розв'язувати гідродинамічну і акустичну задачі. Гідродинамічна задача розглядалась в попередніх роботах. Дана стаття присвячена розрахунку звукового поля, що породжується такою течією.

Ключові слова: обтікання сфери, зрив вихорів, LES, турбулентний слід, вихровий звук.

The problem of sound generation by the flow of viscous fluid past a sphere is studied numerically in a wide range of Reynolds number. The method of problem solution is based on some assumptions allowing us to study the hydrodynamic and acoustic problems separately. The hydrodynamic problem was considered in previous works. The present paper addresses evaluation of the sound field generated by the flow. The basic sound field characteristics are calculated. The directional diagrams are built in a wide range of Reynolds number. It is shown that the axis of the directional diagram is not perpendicular to the flow direction as it was observed in the case of flow past a circular cylinder. In the flow past a sphere the axis of the directional diagram is situated at some angle to the flow direction because in this three-dimensional case the vortices alternately shedding behind the sphere are not symmetrical. The directional diagram for the second harmonic of the generated sound field has much more complicated form than in the problem of flow past a cylinder. The acoustic energy is radiated both in the lateral direction and in the flow direction.

Key Words: flow past sphere, vortex shedding, LES, turbulent wake, vortex sound.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

Вступ

Явищам генерації звуку при обтіканні потоком твердих тіл було присвячено велику кількість робіт, починаючи з піонерських праць Струхаля, Релея, Річардсона, Крюгера, Шмідке (див. огляд [1]). Ця тема не втрачає актуальності також у наші дні. Однак слід відзначити, що більшість робіт, в котрих вивчались механізми генерації звуку потоком, що набігає на тіло, розглядали двовимірні задачі, такі як, наприклад, генерація Еолових тонів при обтіканні циліндра [3]. В наші дні розвиток технологій паралельних обчислень дає можливість чисельно розв'язувати складні тривимірні задачі на кластерних суперкомп'ютерах. Дана стаття присвячена дослідженню звукового поля, що генерується при обтіканні потоком твердої сфери.

Метод розв'язання задачі про генерацію звуку потоком було запропоновано в [3] і верифіковано на задачі про генерацію еолових тонів. В основу цього методу були покладені два принципових припущення:

- потужність звуку, утвореного потоком, істотно менше потужності самого потоку
- утворений потоком звук не впливає на характер самого потоку.

З урахуванням цих припущень задачу визначення акустичних характеристик звукового поля при обтіканні твердої сфери можна розділити на два етапи. На першому етапі розглядається гідродинамічна задача. З цією метою в [5] чисельно моделювалось обтікання сфери. На другому етапі розглядається акустична задача. При цьому розподіл тиску на поверхні сфери приймається за граничну умову при постановці акустичної задачі. Тоді задача про визначення звукового поля, що генерується при обтіканні сфери, описується добре відомим розв'язком для сферичного випромінювача [2].

© В.С. Малюга, 2014

Особливості обтікання сфери потоком в'язкої рідини

Задача обтікання твердої сфери потоком в'язкої нестисливої ньютонівської рідини було детально розглянуто в [5]. Задача чисельно розв'язувалась методом скінченних об'ємів. Для дискретизації застосовувались виключно схеми другого порядку, детально описані в [4]. При розрахунках використовувались бібліотеки тулбокса з відкритим кодом OpenFOAM. В даній роботі ми лише коротко наводимо отримані в [5] результати.

При числах Рейнольдса Re < 20 течія являє собою безвідривну ламінарну течію з гладкими незамкнутими лініями течії. Течія за сферою ідентична течії перед сферою. При числах Рейнольдса вище 20 течія відокремлюється від сфери поблизу задньої точки і формує замкнутий рециркуляційний слід в формі осесиметричного вихрового кільця. По мірі зростання числа Рейнольдса довжина сліду зростає. Течія залишається осесиметричною і стаціонарною аж до Re ≈ 212. А в діапазоні чисел Рейнольдса 212 < Re < 275 течія залишається стаціонарною, однак більше не є осесиметричною. При переході через точку регулярної біфуркації при Re ≈ 212 в течії за сферою з'являються два вихрових «хвоста», що витягнуті вздовж потоку і мають рівну за модулем і протилежну за знаком інтенсивність.

Наступна точка переходу (Re ≈ 275) є точкою біфуркації Хопфа. При подальшому збільшенні числа Рейнольдса течія переходить з стаціонарного режиму в періодичний. Починається регулярне скидання вихрових петель. В цьому режимі течія зберігає симетрію відносно площини. На рис. 1 показана ізоповерхня другого інваріанта Q тензора градієнта швидкості при Re = 300, яка використовується багатьма авторами для ідентифікації вихорів. Цілком природно, що періодичний процес скидання вихорів спричинює періодичну варіацію сил, що діють на сферу. На рис. 2 представлено періодичну за часом варіацію коефіцієнта лобового опору C_d при Re = 300. При збільшенні числа Рейнольдса до 350 течія значно ускладнюється (рис. 3). Крива вже представляє собою суперпозицію декількох коливальних процесів. Коливання з більш високою частотою відповідають скиданню вихорів в сліді за сферою. А повільні коливання – коливанням самого струменя за сферою. На рис. 4 показано частотний спектр коливання C_d. Чітко видно два піки, причому другий пік відповідає періодичному скиданню вихорів.

Рис. 1. Ідентифікація вихорів, що зриваються зі сфери. Ізоповерхня Q; Re = 300

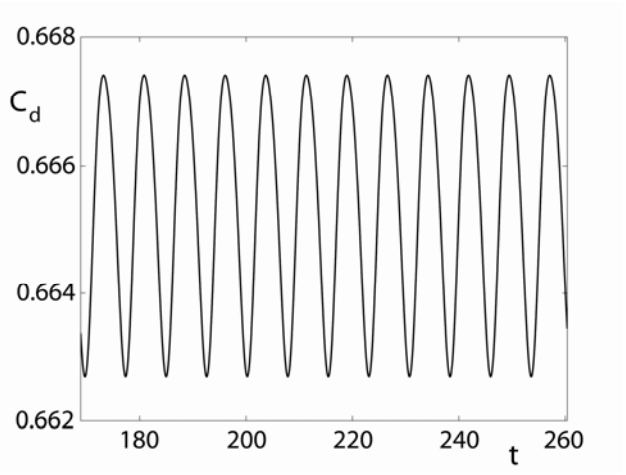

Рис. 2. Змінювання у часі коефіцієнта опору C_d при Re = 300.

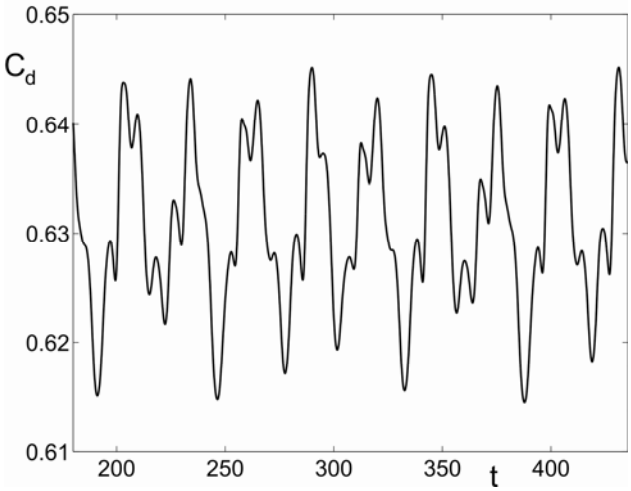

Рис. 3. Змінювання у часі коефіцієнта опору C_d; Re = 350.

У діапазоні чисел Рейнольдса 400 < Re < 1000 течія втрачає симетрію відносно площини, а кут відриву вихорів змінюється іррегулярним чином. На рис. 5 зображено ізоповерхню Q при Re = 500. Видно, що слід за сферою також

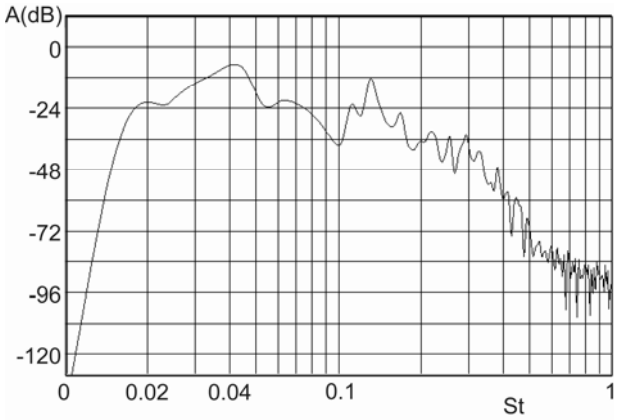

Рис. 4. Частотний спектр коливання коефіцієнта опору C_d; Re = 350.

Рис. 5. Ідентифікація вихорів, що зриваються зі сфери. Ізоповерхня Q; Re = 500

Рис. 6. Ідентифікація вихорів, що зриваються зі сфери. Ізоповерхня Q; Re = 10^4

складається з вихрових петель, але вони мають різну орієнтацію. Часовий спектр швидкості, що взято в декількох точках, тепер вже стає широкосмуговий. Хоча, як і раніше, спостерігається домінуючий пік при St = 0.167. Наступна зміна характеру течії спостерігається при Re > 800. В течії вже присутня не лише великомасштабна нестійкість в сліді (скидання вихорів), але й дрібномасштабна (Кельвіна-Гельмгольца).

Турбулентний режим течії має місце при Re > 1000. Ми проводили чисельні розрахунки для докритичного значення Re = 10^4. Картина течії показана на рис. 6. Видно, як перед екватором сфери відбувається відрив ламінарного примежового шару, який потім розпадається на окремі вихрові кільця. На відстані трохи більше діаметра вниз за потоком відбувається руйнування вихрових кілець і турбулізація струї.

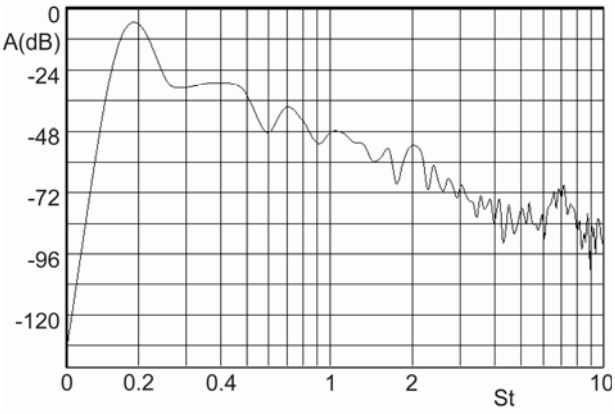

Рис. 7. Частотний спектр коефіцієнта опору C_d; Re = 10^4.

На рис. 7 наведено частотний спектр коефіцієнта опору C_d. Чітко видно домінуючу частоту 0.196, яка відповідає частоті зриву вихорів.

Постановка акустичної задачі і її розв'язок

З чисельного розв'язку відповідної задачі гідромеханіки ми маємо розподіл тиску на поверхні сфери радіуса a, яке періодично змінюється у часі. Такі пульсації тиску на поверхні сфери збуджують звукові коливання в оточуючому середовищі [1]. Тоді звукове поле поза сферою може бути знайдене з відповідної граничної задачі для хвильового рівняння. Гранична умова має вигляд:

$$p(r,\theta,\varphi;t)=\zeta(\theta,\varphi;t), \qquad \text{при} \quad r=d/2, \quad (1)$$

де (r,θ,φ) – сферичні координати з початком координат у центрі сфери, $\zeta(\theta,\varphi;t)$ – розподіл тиску на поверхні сфери, що утворюється потоком.

Оскільки функція $\zeta(\theta,\varphi;t)$, що задана на поверхні сфери, є періодичною з періодом T, розв'язок сформульованої крайової задачі може бути представлено у вигляді ряду Фурьє за часом:

$$p=\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\omega t}\, p_n(r,\theta,\varphi), \qquad (2)$$

де $\omega=2\pi/T=2\pi\,\mathrm{St}\,V/d$ – кутова частота, а $p_n(r,\theta,\varphi)$ може бути представлено у вигляді подвійного ряду:

$$p_n=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} h_l^{(1)}(k_n r)\,\mathrm{P}_l^m(\cos\theta)\times \\ \times\left[A_{lmn}\cos m\varphi+B_{lmn}\sin m\varphi\right], \qquad (3)$$

$$h_l^{(1)}(k_n r) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_n r}}\,\mathrm{H}^{(1)}_{l+1/2}(k_n r)\,. \qquad (4)$$

Тут $k_n = n\omega/c$ – хвильове число, c – швидкість звуку в середовищі, $\mathrm{H}_s^{(1)}$ – функція Ханкеля першого роду, P_l^m – приєднана функція Лежандра першого роду.

Невідомі коефіцієнти визначаються з граничної умови (1). Отримаємо:

$$A_{lmn} = \frac{1}{(1+\delta_{m0})\pi T\, h_l^{(1)}(k_n a) N_{lm}} \int_0^T\int_0^\pi\int_0^{2\pi} \zeta(\theta,\varphi;t)\times \qquad (5)$$
$$\times\, \mathrm{P}_l^m(\cos\theta)\sin\theta\cos m\varphi\; e^{in\omega t}\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}t\,,$$

де $\delta_{l,l'}$ – символ Кронекера, а

$$N_{lm} = \frac{2}{2n+1}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}. \qquad (6)$$

Для B_{lmn} достатньо замінити в (5) функції $\cos m\varphi$ на $\sin m\varphi$.

Слід відзначити, що при $n=1$ даний розв'язок цілком співпадає з відомим розв'язком для сферичного випромінювача [2].

Таблиця 1

Характеристики течії та звукового поля, що вона генерує

Re	300	350	10^4	
V, м/с	0.453	0.5285	15.1	швидкість
M	1.36e-3	1.59e-3	4.5e-2	число Маха
f, Гц	6.024	7.135	296	частота $f = V\,\mathrm{St}/d$
$\frac{d}{\lambda} = \frac{d\,f}{c}$	1.81e-4	2.15e-4	8.9e-3	хвильовий розмір джерела
max $\lvert p\rvert$, Па	1.33e-8	2.44e-8	3.42e-8	тиск на осі діаграми спрямов-ті
$I = \frac{\max p^2}{\rho c}$ кг/с^3	4.39e-19	1.5e-18	2.9e-18	інтенсив-ність звуку
$W_{ак}$=IS, Вт	1.38e-18	4.7e-18	9.1e-18	повна акустич. потужн-ть
$W_{гд}$, ВТ	4.40e-6	6.98e-6	1.63e-1	потужн-ть потоку
$W_{ак}/W_{гд}$	3.14e-13	6.73e-13	5.6e-17	ККД

Розрахунок звукового поля

Розрахунок гідродинамічної задачі про обтікання сфери ми проводили для безрозмірних величин. А при розраховуванні звукового поля переходимо до розмірних величин. Параметри середи обираємо такі як для повітря при температурі 20° С: $\rho = 1.204$ кг/м^3, $\nu = 1.51\cdot 10^{-5}$ м^2/с, c = 332 м/с. Діаметр сфери покладемо d = 1 см. Параметри течії і звуку представлені у табл. 1. Перш за все відзначимо, що припущення, які ми поклали в основу нашої моделі, підтверджуються чисельними розрахунками. Зокрема, значення числа Маха і хвильового розміру сфери мають порядок 10^{-4}, тобто є досить малими, щоб можна було вважати, що звук розповсюджується в такій течії так само як в нерухомому середовищі. Крім того, малість числа Маха і хвильового розміру джерела підтверджує правильність формулювання гідродинамічної задачі в рамках моделі в'язкої нестисливої рідини. Відношення повної акустичної потужності породженого звуку до потужності потоку, що набігає на сферу (ККД випромінювача), має порядок 10^{-13}, а інтенсивність випроміненого звуку (сила звуку) має порядок 10^{-19} – 10^{-17}. Такі малі значення ККД випромінювача і інтенсивності випроміненого звуку говорять про справедливість закладених в основу нашої моделі основних положень акустичної аналогії Лайтхілла і її узагальнення, зробленого Керлом, про те, що зворотним впливом звуку на характеристики потоку середовища можна знехтувати.

Автоколивальний процес, що виникає при обтіканні сфери потоком, представляє собою акустичне джерело дипольного типу. На рис. 8 зображено діаграму спрямованості для першої гармоніки p_1. Прямі лінії на рисунку демонструють напрям потоку і вісь діаграми спрямованості. Так само як і в задачі про обтікання циліндра в даній течії домінуючий внесок у звукове поле дає осциляція бокової сили, а не сили опору. Основна якісна відмінність звукового поля, що виникає при обтіканні циліндра [2], від звукового поля, що виникає при обтіканні сфери, полягає в наступному. При обтіканні циліндра в силу симетрії точок відриву верхнього і нижнього вихорів і однакової інтенсивності вихорів, що зриваються з поверхні сфери, вісь діаграми спрямованості для першої гармоніки p_1 строго

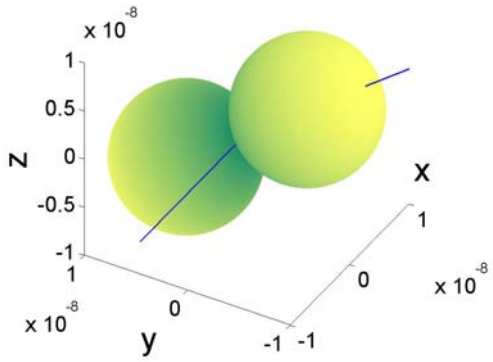

Рис. 8. Діаграма спрямованості для першої гармоніки p_1 при Re = 300.

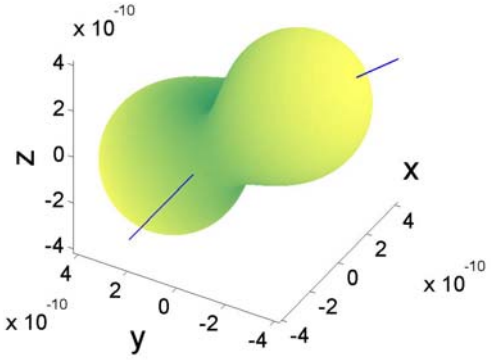

Рис. 9. . Діаграма спрямованості для другої гармоніки p_2 при Re = 300.

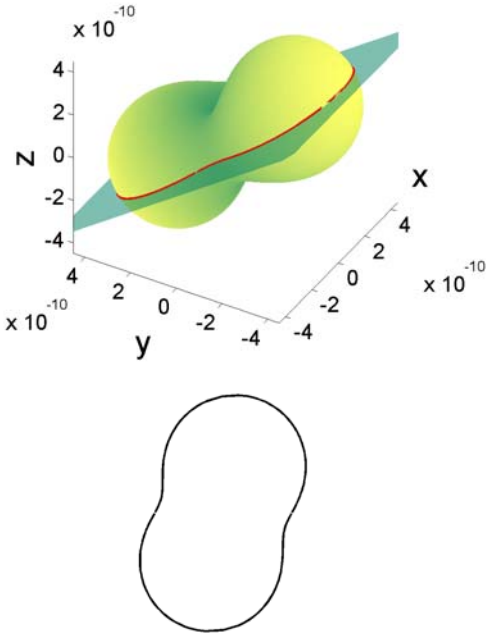

Рис. 10. Перетин діаграми спрямованості p_2 площиною, що проходить через координатну вісь X і вісь діаграми спрямованості (Re = 300).

перпендикулярна напрямку течії. При обтіканні сфери в ламінарному режимі (рис 1) така

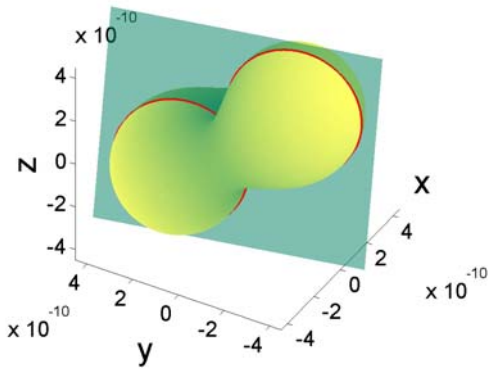

Рис. 11. Перетин діаграми спрямованості p_2 площиною, що проходить через вісь діаграми спрямованості і перпендикулярна площині, зображеній на рис. 10.

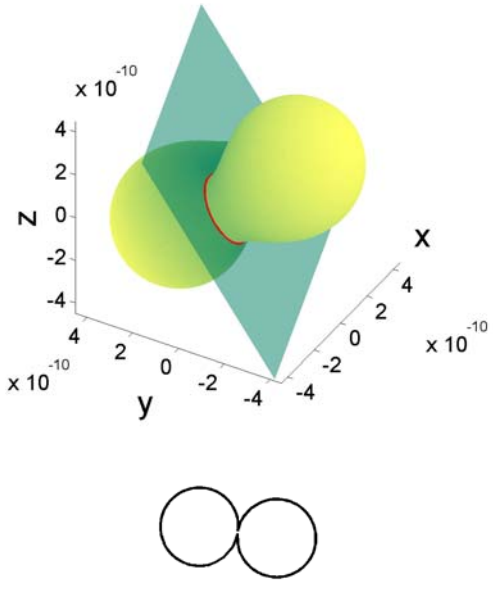

Рис. 12. Перетин діаграми спрямованості p_2 площиною, перпендикулярною до площин, зображених на рис. 10, 11.

симетрія відсутня. Верхня і нижня частини вихрових петель, що по черзі зриваються з поверхні сфери, мають різну інтенсивність, а точки їх відриву від сфери розташовані несиметрично відносно осі потоку. Тому при обтіканні сфери вісь діаграми спрямованості для першої гармоніки p_1 розташована не строго

перпендикулярно напрямку потоку, а під деяким кутом α_1. Значення кутів між напрямком потоку і віссю діаграми спрямованості для гармонік p_1 і p_2 наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Амплітуди гармонік p_n і кути нахилу α_n осей діаграм спрямованості до напрямку потоку

Re	max $\|p_1\|$	max $\|p_2\|$	α_1	α_2
300	1.33e-8	5.35e-10	82.8^o	75.6^o
350	2.44e-8	1.50e-9	83.4^o	71.2^o
10^4	3.42e-8	4.1e-9	0^o	0^o

На рис. 9 зображено діаграму спрямованості для другої гармоніки p_2. Видно, що вона сильно відрізняється від діаграми спрямованості для другої гармоніки в задачі про обтікання циліндра [2]. Якщо при обтіканні циліндра вісь p_2 співпадала з напрямком потоку, то при обтіканні сфери в силу несиметричності почерговго зриву верхньої і нижньої вихрових петель картина буде значно складнішою. На рис. 10 – 12 наведені перетини діаграми спрямованості трьома перпендикулярними площинами. Видно, що звук випромінюється як у бічному напрямку (в площині симетрії течії), так і в напрямку потоку. У той же час у бічному напрямку перпендикулярному до площини симетрії течії акустичне випромінювання відсутнє. Іншими словами, гармоніка p_2 обумовлена як осциляцією бічної сили, так і сили лобового опору. Слід відзначити, що при збільшенні числа Рейнольдса внесок гармоніки p_2 зростає. В табл. 2 представлені амплітуди двох гармонік p_1 і p_2 для трьох значень числа Рейнольдса. Видно, що якщо при Re = 300 відношення амплітуд першої і другої гармонік складає 24.86, то при Re = 350 відношення амплітуд вже складає 16.27, а при Re = 10^4 – лише 8.34.

Висновки

Розв'язано задачу про випромінювання звуку потоком, що набігає на сферу. Розраховано діаграми спрямованості звукового поля в широкому діапазоні значень числа Рейнольдса. Показано, що вісь діаграми спрямованості розташована не перпендикулярно напрямку потоку, як у випадку обтікання кругового циліндра, а під певним кутом нахилу. Цей ефект має місце через те, що вихорі, які по черзі зриваються з поверхні сфери, не будуть симетричні, як у випадку обтікання циліндра.

Для гармоніки p_2 діаграма спрямованості має значно складніший вигляд, ніж у задачі про обтікання циліндра. Акустична енергія випромінюється як у бічному напрямку, так і у напрямку потоку.

Автор висловлює глибоку вдячність професору І.В.Вовку за допомогу в постановці задачі і участь в обговоренні отриманих результатів.

Список використаних джерел

1. *Вовк И.В.* Звук, рожденный потоком / И.В. Вовк, В.Т. Гринченко. – Киев: Наукова думка, 2010. – 221 с.
2. *Грінченко В.Т.* Основи акустики / В.Т. Грінченко, І.В. Вовк, В.Т. Маципура – Киев: Наукова думка, 2007. – 640 с.
3. *Вовк И.В.* Об одном методе оценки звукового поля эоловых тонов / И.В. Вовк, В.С. Малюга // Акустичний вісник. – 2010. – **13**, №2 – С. 3-19.
4. *Малюга В.С.* Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения / В.С. Малюга // Прикладна гідромеханіка. – 2010. – **12**, №4. – С. 45-62.
5. *Малюга В.С.* Численное моделирование обтекания сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости / В.С. Малюга // Прикладна гідромеханіка. – 2013. – **15**, №3. – С. 43-67.

References

1. VOVK, I.V. (2010) *Zvuk, rozhdennyy potokom.* Kiev: Naukova dumka.
2. GRINCHENKO, V.T. (2007) *Osnovyi akustiki.* Kiev: Naukova dumka.
3. VOVK, I.V., MALYUGA, V.S. (2010) *Ob odnom metode otsenki zvukovogo polya Eolovyih tonov*. Acoustic bulletin. **13** (2). p. 3-19.
4. MALYUGA, V.S. (2010) *Chislennoe issledovanie techeniya v kanale s dvumya posledovatelno raspolozhennyimi stenozami. Algoritm resheniya*. Prykladna hydromehanika. **12** (4). p. 45-62.
5. MALYUGA, V.S. (2013) *Chislennoe modelirovanie obtekaniya sferyi potokom vyazkoy neszhimaemoy zhidkosti*. Prykladna hydromehanika. **15** (3). p. 43-67.

Надійшла до редколегії 22.09.14