УДК 550.38:519.6

Яценко В. О.[1], д.т.-н., проф.
Кочкодан О. І.[1], аспірант
Макаричев М. В.[1], аспірант
Пашенковська І. С.[1], аспірант
Черемних О. С.[1], аспірант
Шолохов О. В.[1], провідний інженер

**Ідентифікація білінійних систем та керування показниками Ляпунова**

[1] Інститут космічних досліджень НАНУ-ДКАУ, 03680, м. Київ, вул. Академіка Глушкова, 40,
e-mail: vyatsenko@gmail.com

V. 0. Yatsenko[1], Ph.D, Professor
O. I. Kochkodan[1], Ph.D student
M. V. Makarychev[1], Ph.D student
I. S. Pashenkovska[1], Ph.D student
S. O. Cheremnikh[1], Ph.D student
O. V. Sholohov[1], leading engineer

**Identification of bilinear system and control of Lyapunov exponents**

[1] Space Research Institute of NASU-SSAU, 03680, Kyiv, Academic Glushkov str., 40,
e-mail: vyatsenko@gmail.com

*В роботі на основі системно-теоретичного опису відкритих фізичних систем розглянуто проблему ідентифікації нелінійних процесів, математичні моделі яких приводяться до білінійного вигляду. При вирішенні поставлених задач використовувались методи теорії білінійних систем, теоретичної і експериментальної фізики, диференційної геометрії, математичної теорії систем. В роботі розглянуто проблему ідентифікації нелінійних процесів, математичні моделі яких приводяться до білінійного вигляду. Викладено сучасні результати щодо білінійних керованих динамічних систем та їх показників Ляпунова. При дослідженні моделей молекулярних систем використано методи керування процесами на макрорівні, динамічного хаосу та самоорганізації. В статті представлено розроблені алгоритми ідентифікації, орієнтовані на використання в адаптивних сенсорах та прецизійних приладах. Розв'язано задачу ідентифікації та реалізації певних нелінійних систем за експериментальними часовими рядами. Виявлено умови виникнення процесів самоорганізації в динамічних системах з електромагнітною взаємодією. На основі отриманих результатів покращено конструкцію чутливого елементу гравіметра та його математичну модель.*

*Ключові слова: білінійна модель, ідентифікація, керування показниками Ляпунова, сенсор*

*This paper focuses on identification nonlinear process problem which based on system-theoretical description of open systems that can be reduced to bilinear form. Bilinear systems theory methods, theoretical and experimental physics, differential geometry, and mathematical systems theory were used while solving these tasks. The problem of identification of non-linear processes, mathematical models of which are reduced to a bilinear form, is described in the paper. Results were used for bilinear controlled dynamic systems and Lyapunov exponents. Processes management at the macro level, dynamic chaos and self-organization were used while investigating molecular models. The paper presents the algorithms of identification, which are focused on the use of adaptive sensor and precision instruments. The problem of identification and implementation of certain non-linear system from experimental time series is solved and described in this paper. Conditions of self-organization processes in dynamic systems with electromagnetic interaction are defined. Based on the results, construction of Gravity sensing element and its mathematical model are improved.*

*Key Words: bilinear model, identification, control of Lyapunov exponents, sensor*

Статтю представив д.т.н., проф. Гаращенко Ф.Г.

## 1. Проблеми керування та ідентифікації білінійних систем

Одним з головних питань сучасної кібернетики є розробка нелінійної теорії керування динамічними процесами [1]. На сьогодні ця надзадача далека від завершення і розділена на декілька чітко визначених напрямків [1]. Одним з них є теорія нелінійних систем, що приводяться до білінійного вигляду. Ця теорія спрямована на розв'язування задач аналізу нелінійних процесів з наступним синтезом систем керування (СК) зі зворотним зв'язком. Ефективність такої теорії істотно залежить від того, наскільки широкий клас нелінійних явищ може бути досліджено в рамках даної теорії. Тому нелінійні системи, що приводяться до білінійного вигляду, посідають особливе місце в теорії керування і математичній теорії систем [2-3]. Є досить широкий клас фізичних процесів з локально білінійною поведінкою, які необхідно вивчати з позицій глобального аналізу системних властивостей. Отже, проблема побудови білінійної системної теорії, орієнтованої на цей клас нелінійних явищ, є актуальною. Накопичений досвід в теорії керування, а також в інших галузях науки (теоретична фізика, синергетика, механіка) показав, що в багатьох аспектах в основі динаміки нелінійних процесів лежить білінійна поведінка. На цю особливість неодноразово вказували різні автори. В "фізичній" теорії керування також часто виникають задачі дослідження процесів білінійного типу. З концептуальної точки зору перспектива розвитку новітніх технологій на базі керованих мікропроцесорів була намічена в доповіді Р. Фейнмана на засіданні американського фізичного товариства в 1972 р [1].

Слід зазначити і наявність прикладних проблем, для вирішення яких необхідно використання нових методів [4-7]. Так, на сьогодні актуальною є проблема створення принципово нових аналітичних пристроїв на онові широкого використання закономірностей перетворення інформації динамічними системами, зокрема, нелінійних просторово розподілених динамічних систем з періодичною структурою. З'ясувалось, що в багатьох випадках достатньо використовувати білінійні системні властивості фізичних процесів.

В цілому, незважаючи на значні досягнення, багато актуальних задач керування нелінійними системами залишаються нерозв'язаними (хаотична динаміка систем керування з зворотним зв'язком) або дослідженими недостатньо (оптимальне керування та ідентифікація білінійних систем). Більш того, існує значний розрив між існуючими теоретичними досягненнями і можливостями їх практичного застосування. Тому нелінійні системи, що приводяться до білінійного вигляду, являють собою клас систем, на прикладі яких може бути вирішена ця проблема і побудовані конструктивні алгоритми керування, що задовольняють вимогам фізичної реалізації.

Завершуючи цей підрозділ зауважимо, що у розв'язанні проблеми керування білінійними системами вагомий внесок зробили ряд відомих вчених [1-3].

## 2. Методи дослідження білінійних систем

При вирішенні поставлених задач використовувались методи теорії білінійних систем, теоретичної і експериментальної фізики, диференційної геометрії, математичної теорії систем. В роботі на основі системно-теоретичного опису відкритих фізичних систем розглянуто проблему ідентифікації нелінійних процесів, математичні моделі яких приводяться до білінійного вигляду. Викладено сучасні результати щодо білінійних керованих динамічних систем та їх показників Ляпунова.

При дослідженні моделей молекулярних систем використано методи керування процесами на макрорівні, динамічного хаосу та самоорганізації [1].

## 3. Керування показниками Ляпунова білінійної системи

Проблема керування показниками Ляпунова розглядалась в різних робота [6-7]. В даній роботі розглядається наступна білінійна система

$$\dot{y} = (C(t)y + \sum_{i=1}^{m} D(t)yu_i), y \in R^n, \qquad (1)$$
$$u \in R^m, t \geq 0$$

з обмеженими кусково-неперервними коефіцієнтами та її лінійне наближення

$$\dot{x} = (A(t)x + B(t)u), x \in R^n, u \in R^m, t \geq 0 \qquad (2)$$

Якщо керування $u$, що входить в (2), визначається лінійним принципом зворотного зв'язку $u = U(t)x$, де $U$ – обмежена кусково-неперервна $m \times n$ матриця, то система (2) стає однорідною замкнутою системою

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x,\ x \in R^n,\ t \ge 0 \qquad (3)$$

з обмеженими кусково-неперервними коефіцієнтами і з показниками Ляпунова

$$\lambda_1\,(A + BU) \le \ldots \le \lambda_n\,(A + BU).$$

У свою чергу, матрицю $U$ (коефіцієнт зворотного зв'язку), що входить в систему (3) можна розглядати як новий параметр керування. Таким чином, виникає задача керування для характеристичних показників Ляпунова, яка вимагає побудови зворотного зв'язку $u = U(t)x$ для системи (2), забезпечуючи справедливість співвідношення

$$\lambda_1\,(A + BU) = \mu_i,\ i = 1, \ldots, n\,,$$

де $\mu_1 \le \ldots \le \mu_n$ задані дійсні числа. Ця задача є узагальненням відомої задачі на керування спектром у випадку нестаціонарних систем.

Існують різні методи дослідження такого узагальнення. Один з них передбачає використання повної керованості системи (2). Цей підхід був використаний багатьма авторами для отримання ряду результатів, що стосуються керованості показників лінійних систем.

Справедливі наступні теореми 1 та 2.

**Теорема 1**. *Нехай* $m = n$. *Якщо для лінійного наближення БС (1) існують числа* $\sigma > 0$ *і* $\alpha > 0$ *такі, що*

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} \left|\det B(\tau)\right| d\tau \ge \alpha, \qquad (4)$$

*для всіх* $t_0 \ge 0$, *тоді для довільних чисел* $r > 0$ *і* $\rho > 0$ *існує число* $\Theta = \Theta(r, \rho) > 0$ *таке, що для будь-якого* $t_0 \ge 0$ *і будь-якої матриці* $H \in H(r, \rho)$, *існує допустиме керування* $U$, *що забезпечує справедливість відношення*

$$X_U\ (t_0 + \sigma, t_0) = X(t_0 + \sigma, t_0)H \qquad (5)$$

*і задовольняє оцінці* $\|U(t)\| \le \Theta \|H - E\|$ *для будь-якого* $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$.

**Теорема 2**. *Якщо умови теореми 1 справедливі, то для довільних чисел* $\mu_1 \le \ldots \le \mu_n$, *існує допустиме керування* $U$ *білінійної системи, таке що локальні показники Ляпунова БС (1) задовольняють співвідношенню*

$$\lambda_i\,(A + BU) = \mu_i,\ i - 1, \ldots, n. \qquad (6)$$

## 4. Білінійна модель вимірювально-обчислювальної системи

Розглядається вимірювально-обчислювальна система для вимірювання гравітаційних збурень, що впливають на левітуюче пробне тіло. Зв'язок зміщення $y_1$ пробного тіла в магнітному полі під дією $u_3$ і сигналу на виході вимірювача, що задається системою рівнянь для перемінних стану $y_3, \ldots, y_6$ і функціоналом z (модель квантового інтерферометра S), припускає спрощене описання білінійною моделлю (БМ)

$$\dot{y} = Ay + (Bu_1 + Cu_1^2)y + Du_1 + Eu_1^2 + Fu_3 + Gu_4,$$
$$z = Ly, \qquad (6)$$

де A, B, C, D, E, F, G, L – матриці відповідних розмірів; $y \in \hat{Y} \subset R^2; z \in R^1$. При цьому існує можливість оптимізації інформаційних характеристик виміру вибором матриці параметрів $\alpha$ і керування $u(\hat{n})$, що забезпечують синтез визначених матричних і топологічних властивостей дискретної апроксимації БМ $\{T, \hat{Y}, S, \Psi\}$, де $\{T^n; n \in Z\}$ каскад; $T : \hat{Y} \to \hat{Y}, \Psi : \hat{Y} \to \Theta$ – відображення «вхід-вихід» системи S; $\Theta$ – скінченний алфавіт, методами символічної динаміки. Подальша оптимізація досягається при синтезі процесу виміру в околі підкови Смейла додатної міри Лебега динамічної системи $\{T, \hat{Y}, S, \Psi\}$. Показана можливість керування показниками Ляпунова за рахунок лінійного оберненого зв'язку.

## Висновки

Одержано подальший розвиток методів ідентифікації білінійних процесів у вимірювально-обчислювалних системах. Розроблено алгоритми ідентифікації, орієнтовані на використання в адаптивних сенсорах та прецизійних приладах. Розв'язано задачу ідентифікації та реалізації певних нелінійних систем за експериментальними часовими рядами. Виявлено умови виникнення процесів самоорганізації в динамічних системах з електромагнітною взаємодією.

Розв'язано проблему адаптивного оцінювання слабких збурень гравітаційного поля з невідомими параметрами спектральної щільності. Вперше синтезовано спостережники майже періодичних сигналів за дискретними та неперервними білінійними моделями вимірювання. Розроблено алгоритм еліпсоїдального оцінювання вектору стану білінійної моделі гравіметричного датчика. Досліджена задача керування спектром показників Ляпунова з використанням лінійного наближення БС. Запропоновано білінійні моделі сенсорів і з'ясована роль нільпотентних алгебр Лі в їх синтезі.

Розроблено і досліджено моделі чутливих елементів із стабілізованою та керованою рівновагою левітуючого пробного тіла. Запропоновано методи проектування кріосенсорів на основі теорії білінійних систем.

Запропоновано алгоритми релейного та нейромережного оцінювання невідомої сили, що діє на пробне тіло в умовах впливу перешкод. На основі отриманих результатів покращено конструкцію чутливого елементу гравіметра та його математичну модель.

### Список використаних джерел

1. *Самойленко Ю.И.* Проблемы и методы физической кибернетики // НАНУ, Институт математики, Киев. – 2006.
2. *Kalouptsidis N.* Blind identification of bilinear systems // N. Kalouptsidis, P. Koukoulas // IEEE Transactions On Signal Processing 51. – 2003. – P. 484–499.
3. *Mathews V. J.* Parameter estimation for a bilinear time series model // V. J. Mathews, T. K. Moon // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process. – 1991. – P. 3513–3516.
4. *Tsoulkas V.* Identification of input output bilinear systems using cumulants // V. Tsoulkas, P. Koukoulas, N. Kalouptsidis // IEEE Trans. Signal Processing 49. – 2001. – P. 2753–2761.
5. *Pardalos P.M.* Seizure Warning Algorithm Based on Optimization and Nonlinear Dynamics // P.M. Pardalos, W. Chaovalitwongse, Iasemidis and others // Mathematical Programming. – 2004. Vol. 101. – P. 365-385.
6. *Yatsenko V.O.* Linear and nonlinear analysis of time series: correlation dimension, Lyapunov exponents, and prediction prediction // V.O. Yatsenko, O.I. Kochkodan, M.V. Makarychev, I.S. Pashenkovska, S.O. Cheremnikh // Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series Physics & Mathematics. – 2013. Vol. 4. – P. 84-89
7. *Pardalos P.* Optimization and Control of Bilinear Systems // P. Pardalos, V.A. Yatsenko // Springer Optimization and Its Application. – 2008. Vol. 11. – P. 374.

### References

1. SAMOYLENKO, Y.I. (2006) *Problems and methods of physical cybernetics*. Institut matematiki NANU. Kiev.
2. KALOUPTSIDIS, N., KOUKOULAS, P., MATHEWS, V.J. (2003) Blind identification of bilinear systems. *IEEE Transactions On Signal Processing 51*. p. 484-499.
3. MATHEWS, V.J., MOON, T.K. (1991) Parametet estimation for a bilinear time series model. *IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.* p. 3513-3516.
4. TSOULKAS, V., KOUKOULAS, P., KALOPTSIDIS, N. (2001) Identification of input output bilinear systems using cumulants. *IEEE Trans. Signal Processing 49*. p. 2753–2761.
5. PARDALOS, P.M., CHAOVALITWONGE, W., IASEMIDIS (2004) Seizure Warning Algorithm Based on Optimization and Nonlinear Dynamics. *Mathematical Programming.* Volume 101. p. 365-385.
6. YATSENKO, V.O., KOCHKODAN, O.I., MAKARYCHEV, M.V., PASHENKOVSKA, I.S and CHEREMNIKH, S.O. (2013) Linear and nonlinear analysis of time series: correlation dimension, Lyapunov exponents, and prediction. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv*. Volume 4. p. 84-89.
7. PARDALOS, P., YATSENKO, V.A. (2008) Optimization and Control of Bilinear Systems. *Springer Optimization and Its Application.* Volume 11. p. 374.

Надійшла до редколегії 28.08.14