

УДК 539.595

Лимарченко О.С.¹, д.тех.н., проф.
Маджид М.¹, студент

Динаміка трубопроводу, що обертається, з рідиною

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Глушкова 4е,
e-mail: olelim2010@yahoo.com

Limarchenko O.S.¹, doctor of engineering, professor
Majid M.¹, student

Dynamics of rotating pipeline with liquid

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Glushkova ave., 4e,
e-mail: olelim2010@yahoo.com

Досліджується сумісний рух пружного трубопроводу з рідиною, що обертається з заданою кутовою швидкістю. Вивчаються нелінійні коливання системи для різних значень кутової швидкості. Показано, що обертання зменшує запас стійкості трубопроводу і призводить до прояву біфуркаційних режимів.

Ключові слова: пружний трубопровід з рідиною, обертання, режими втрати стійкості, альтернативне положення рівноваги.

We consider combined motion of rotating elastic pipeline with liquid. Pipeline is rotated with given angular velocity. It was shown that the presence of rotation does not change normal modes of oscillations, however, normal frequencies and, as consequence, critical velocities of liquid flow decrease. Rotation is reduced in the motion equations as supplementary force, which acts similar to centrifugal forces and weakens elastic forces. Therefore, under the presence of rotation stability loss is attained for lesser values of liquid velocities. Different modes of behavior of rotating pipeline were considered in a vicinity of liquid flow with half of critical velocity for pipeline without rotation. Numerical results showed that there are three typical modes of the system behavior. Increase of angular velocity results in normal frequency lowering. After reaching certain value of angular velocity, which corresponds to critical velocity of liquid flow in rotating reservoir, pipeline begins to perform oscillations in a vicinity of alternative position, normal frequencies increase. Further increase of rotation lead to growth of amplitudes of oscillations and finally this causes transition to oscillations with larger amplitudes and loss of stability.

Key Words: elastic pipeline with liquid, rotation, mode of loss of stability, alternative equilibrium position.

Статтю представив доктор фіз.-мат. наук, професор Я.О. Жук

Вступ

В техніці широко використовуються трубопроводи з рідиною, що обертаються. Насамперед такі інженерні системи пов'язані з використанням різних технологій буріння, коли по трубопроводу тече рідина, яка або змиває частину зруйнованої породи, або розкручує турбінний бур. При моделюванні трубопроводів переважна більшість задач, що розглядаються, досліджується без врахування поступального чи обертального руху основи. Розв'язання таких задач найбільш успішно проводиться на основі наближених методів, оснований на варіаційних алгоритмах. Додаткову складність ця задача містить через потребу описувати вихідну механічну систему в мішаному

вигляді – лагранжевий опис для пружної труби, ейлерів опис для рідини. В цілому розроблений раніше алгоритм для випадку поступального руху основи, на якій встановлено трубопровід, дозволив виконати модифікацію для випадку трубопроводу, який обертається [1].

Досліджується рух пружного трубопроводу з рідиною, що тече, на основі, яка виконує заданий обертальний рух навколо вісі, яка збігається з поздовжньою віссю трубопроводу в незбуреному прямолінійному стані. З одного боку трубопровід консольно защемлений, другий край вільний. Розглянуто декілька характерних діапазонів обертання трубопроводу. Вважається, що в початковий момент часу система знаходиться у спокої, проте кінематично збурена перша форма

коливань з амплітудою $c_1(0) = 0,01$. Вважаємо, що рідина однорідна, нестислива, ідеальна. Її поздовжній рух заданий.

Метою роботи є вивчення динамічних процесів руху системи трубопровід – рідина при обертанні навколо поздовжньої вісі.

Математична модель

Математична модель системи будується повністю аналогічно випадку поступального руху основи трубопроводу, тому приведемо лише відмінності і додаткові члени в моделі. На відміну від випадку без обертання в системі додається потенціальна енергія, обумовлена дією відцентрових сил, що виникають через обертання

$$\Pi_{rot} = -\frac{1}{2}(\mu + \rho)\omega^2 \int_0^l u^2 dx.$$

Тут μ і ρ є лінійними густинами труби і рідини, ω – задана кутова швидкість обертання трубопроводу, u – поперечна деформація трубопроводу, l – довжина трубопроводу.

В підсумку наявність цього додаткового члена після застосування методу модальної декомпозиції в формі розкладу рухів трубопроводу по формах коливань A_i з амплітудними параметрами

c_i ($u(x,t) = \sum_i c_i(t)A_i(x)$) приведе до таких рівнянь руху

$$\begin{aligned} \ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho + \mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu)N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \\ & + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu)N_r} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) - \frac{PF}{(\rho + \mu)N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \\ & + \frac{(\rho + \mu)\omega^2 c_r}{(\rho + \mu)N_r} - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu)N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \\ & - \frac{1}{2N_r} \sum_{ijk} \ddot{c}_i c_j c_k d_{jkir}^2 - \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left(d_{jkir}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) - \\ & - \frac{EJ}{(\rho + \mu)N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijkl}^6 - \frac{EF}{2(\rho + \mu)N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 - \\ & - \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu)N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4. \end{aligned}$$

Зміст коефіцієнтів рівнянь залишається таким же як і у випадку трубопроводу без обертання [1]. Звернемо увагу, що в наслідок обертання в рів-

няннях руху додається один член, який підкреслений двома рисками. Відразу зазначимо, що його дія є протилежною до дії оновлюючої сили. В той же час структура рівнянь в порівнянні з випадком без обертання не змінилася. Форми коливань трубопроводу і хвильові числа k_i у випадку обертання залишаються такими ж як і у випадку нерухомої основи трубопроводу, проте частотні параметри p_i змінюються

$$p_i^2 = k_i^4 a^2 - \omega^2, \quad \text{де} \quad a^2 = \frac{EJ}{\mu + \rho}.$$

Тут EJ – згинна жорсткість трубопроводу, a – швидкість поширення збурень.

Для оцінки як обертання впливає на критичну швидкість течії рідини випишемо лінеаризоване рівняння руху системи в дискретних параметрах для першої форми коливань

$$\ddot{c}_1 = \Omega^2 c_1.$$

де Ω – частота коливань трубопроводу.

$$\Omega^2 = -\frac{EJ}{(\rho + \mu)} \chi_1^4 + \frac{7\rho V^2}{2(\rho + \mu)N_1} \beta_{11}^2 - \frac{PF}{(\rho + \mu)N_1} \beta_{11}^2 - \omega^2.$$

Критичну швидкість V_{KP}^1 одержимо з умови рівності нулю частотного параметра Ω . Тоді

$$V_{KP}^1 = \pm \sqrt{\frac{2}{7\rho} \left(\frac{EJN_1 \chi_1^4}{\beta_{11}^2} + PF - \omega^2 \frac{(\rho + \mu)N_1}{\beta_{11}^2} \right)}$$

Із виразу для критичної швидкості видно, що обертання сприяє зменшенню критичної швидкості.

Чисельний приклад

Розглянемо задачу про рух трубопроводу з консольним закріпленням з одного боку і вільним краєм з іншого. Трубопровід може виконувати обертання з заданою кутовою швидкістю. При числовій реалізації введемо наступні фізичні і геометричні параметри трубопроводу при розгляді впливу кутового руху. Вважаємо трубопровід циліндричним, виробленим з алюмінію, довжиною 1 м, внутрішній радіус 2 см, товщина труби – 2 мм. Фізичні параметри для рідини приймаються як для води, що тече в трубопроводі. Розглядається випадок початкового відхилення трубопроводу по перцїй формї з амплїтудою $c_1(0) = 0,01$.

Розглянемо варіанти обертання трубопроводу з кутовими швидкостями до $\omega = 20\pi$. При цьому швидкість течії рідини $V = 0,5V_{KP}^1$, де критична швидкість обирається для випадку, коли обертання

трубопроводу відсутнє. Перша критична швидкість для трубопроводу без обертання є характерною величиною, яка для обраних фізичних і геометричних параметрів рівна 20,94 м/с. Будемо розглядати поведінку трубопроводу при швидкості течії рідини $V = 0,5V_{кр}^1$, що приблизно відповідає 10 м/с. Період першої форми коливань для такого трубопроводу буде $T = 0,1567$ с. При обчисленнях вводиться безрозмірний час як тривалість періоду коливань за першою формою. Далі в результатах час фактично відповідає кількості періодів коливань по першій формі. Ця власна частота коливань буде $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T} \approx 40,1 \frac{1}{с}$.

Чисельні результати одержувалися на основі нелінійної моделі динаміки трубопроводу. При

цьому приймалося до уваги 7 форм коливань трубопроводу.

Для різних частот обертання можна на основі прийнятої моделі дослідити поведінку системи і тепер вже за рахунок зміни швидкості обертання змінювати ступінь наближення системи до критичної швидкості, тобто до внутрішнього резонансу. Було проаналізовано поведінку системи на інтервалі зміни швидкостей обертання від $\omega = 0$ до $\omega = 20\pi$. Найбільш характерні випадки поведінки системи спостерігаються при $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 10\pi$, $\omega_3 = 16\pi$, $\omega_4 = 20\pi$. Нумерація кривих виконана у відповідності з нумерацією частот обертання трубопроводу.

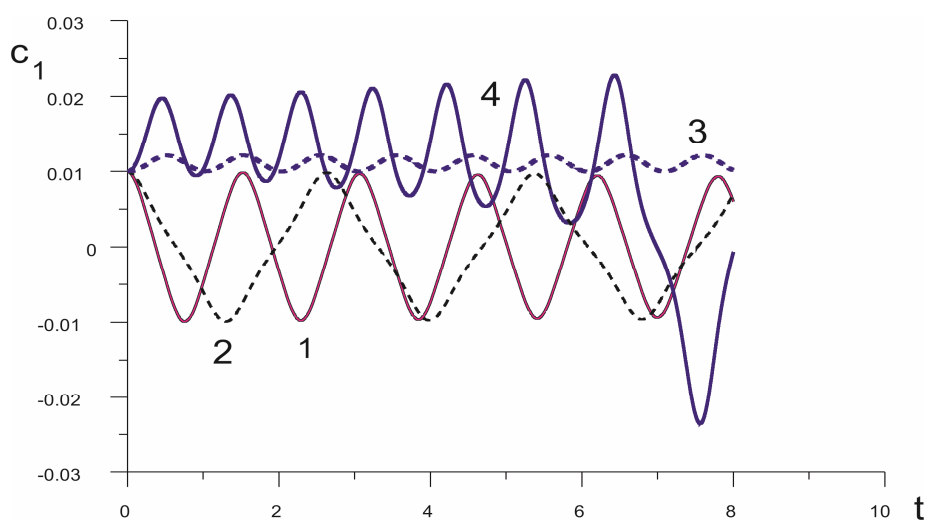


Рис 1. Зміна в часі амплітуди першої форми коливань трубопроводу для різних варіантів кутової швидкості

На Рис. 1 показано зміну в часі амплітуди першої форми коливань трубопроводу для різних варіантів кутової швидкості обертання. Для $\omega_1 = 0$ в системі відбуваються стійкі коливання. При збільшенні швидкості обертання $\omega_2 = 10\pi$ стійкість процесів не порушується, проте у відповідності із співвідношенням для залежності частоти коливань від кутової швидкості частота коливань спадає. При подальшому збільшенні швидкості обертання до $\omega_3 = 16\pi$ в системі відбувається наближення до області, де швидкість течії стає близькою до критичної. Тепер коливання відбуваються вже в околі альтернативного положення динамічної рівноваги. При

цьому частота коливань значно зростає і стає навіть вищою за випадок коливань трубопроводу без обертання. Тобто обертання в цьому діапазоні зміни кутових швидкостей має стабілізуючу роль. При подальшому зростанні частоти обертання $\omega_4 = 20\pi$ частота коливань змінюється несуттєво, однак зростає амплітуда коливань і в кінці інтервалу часу, що розглядається, коливання навколо альтернативного положення рівноваги втрачають стійкість.

Таким чином обертання приводить до виникнення трьох режимів динамічної поведінки трубопроводу.

До швидкостей обертання приблизно рівних $\omega_2 = 15\pi$ в системі відбуваються стійкі коливання

в околі початкового прямолінійного положення трубопроводу; при цьому із збільшенням швидкості обертання частота коливань падає.

В діапазоні $15\pi < \omega < 18\pi$ коливання трубопроводу відносно прямолінійного положення можуть втратити стійкість і будуть відбуватися відносно альтернативного положення рівноваги; при цьому частота коливань зростає і стає більшою ніж у випадку коливань трубопроводу без обертання.

При коливаннях трубопроводу в діапазоні більшому за $18\pi < \omega$ коливання відбуваються із зростаючою амплітудою; можлива втрата стійкості коливань відносно альтернативного положення рівноваги і перехід до коливань відносно початкового прямолінійного положення трубопроводу; частота коливань змінюється несуттєво в порівнянні з коливаннями на другому діапазоні динамічної поведінки трубопроводу.

Висновки

На основі варіаційного підходу поширено застосування моделі [1, 2] на випадок обертального руху трубопровода з рідиною.

Чисельно проаналізовано групу прикладів по коливаннях трубопроводу, що обертається, з рідиною. Досліджується розвинення перехідних

процесів на інтервалі перших 8–10 періодів коливань по першій формі.

Показано, що обертання трубопроводу приводить до появи трьох діапазонів поведінки трубопроводу з рідиною, що тече. Вони обумовлені тим, що обертання зменшує значення критичних швидкостей течії рідини.

В докритичному діапазоні розвиток коливань відбувається стійко відносно прямолінійного положення рівноваги трубопроводу з частотою, яка зменшується із зростанням частоти обертання.

В білякритичному діапазоні коливання відбуваються в околі альтернативного положення рівноваги з частотою, що незначно перевершує частоту коливань трубопроводу без обертання. При зростанні швидкості обертання трубопроводу частота коливань змінюється незначно, амплітуда зростає і можлива втрата стійкості коливань трубопроводу.

Таким чином в цілому обертання трубопроводу спричиняє дестабілізуючу роль для коливань. В цьому випадку прояви режимів втрати стійкості, прояви біфуркацій цих режимів можливі навіть при швидкостях течії, які набагато менші за критичні значення швидкостей для випадку трубопроводу без обертання.

Список використаних джерел

1. Лимарченко В.О. Варіаційний метод дослідження нелінійних задач динаміки трубопроводів з рідиною / Лимарченко В.О., Лимарченко О.С., Тімохін О.П. // Збірник праць Інституту математики НАН України. – 2012. – Т. 9. – №2. – С. 224-239
2. Limarchenko O., Rotational motion of structures with tanks partially filled by liquid / O. Limarchenko, G. Matarazzo, V. Yasinsky – Kyiv: FADA, 2003. – 286 p.

References

1. LIMARCHENKO, V.O., LIMARCHENKO O.S., TIMOKHIN A.P. (2012) *Variational method for investigation of nonlinear problems of dynamics of pipelines with liquid*. – Proceedings of Institute of Mathematics NAS of Ukraine. – 9. – № 2, P. 224-239
2. LIMARCHENKO, O., MATARAZZO, G., YASINSKY, V. (2003) *Rotational motion of structures with tanks partially filled by liquid*. Kyiv.

Надійшла до редколегії 19.03.15