УДК 004.655

Буй Д.Б., д.ф.-м.н., проф.,
Канарська І.С., аспірантка,
Сенченко О.С., к.ф.-м.н., доц.

Критерії збереження активного домену сигнатурними операціями табличних алгебр

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03187, м. Київ, пр-т Глушкова 4д,
e-mail: buy@unicyb.kiev.ua, iren_kiss@mail.ru, senchenko_as@mail.ru

D.B. Buy, Dr. Sc., professor,
I.S. Kanarska, postgraduate student,
A.S. Senchenko, PhD

The criteria for preservation of active domain by signature operations in the table algebra

Taras Shevchenko National University of Kyiv, 03187, Kyiv, Glushkova av., 4d,

e-mail: buy@unicyb.kiev.ua, iren_kiss@mail.ru, senchenko_as@mail.ru

В роботі знайдено необхідні та достатні умови, за яких сигнатурні операції табличних алгебр зберігають активний домен. Результати роботи можуть бути використаними в теорії табличних алгебр для дослідження збереження денотатів, та для оптимізації запитів в реляційних базах даних.
Ключові слова: бази даних, таблична алгебра, активний домен.

In this paper is investigated the properties of the active domain in the table algebras, which are modern analogue of Codd's well-known relational algebra and formed the theoretical foundation of modern query language databases. Elements of the carrier of table algebra specify relational data structures, and signature operations are based on the basic table manipulation in relational algebra and SQL-like languages. Active domain of attribute in the table is the set of all values of attribute in the rows of the table. The necessary and sufficient conditions under which the active domain preserved signature operations table algebra (intersection, difference, selection, projection, active complement, join, division) are found. Also is found a criterion of distribution of active domain with respect to the difference between the tables. The results can be used in the theory of table algebras to the study table denotation preservation, equivalent transformations of expressions and in a relational database to ensure data integrity, and, in our view, to optimize queries.
Key Words: database, table algebra, active domain.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Анісімов А.В.

Вступ. Системи керування базами даних широко використовуються у діяльності людини. Найбільш розповсюдженою є реляційна модель даних, математична модель якої вперше була запропонована Е. Коддом [1, 2]. Реляційна база даних є скінченною множиною скінченних відношень між заздалегідь визначеними множинами даних. Табличні алгебри, що були введені В.Н. Редьком і Д.Б. Буєм [3], побудовані на основі реляційних алгебр Е. Кодда, суттєво їх уточнюють та складають теоретичний фундамент мов запитів сучасних табличних баз даних. Елементи їх носія уточнюють реляційні структури даних, а операції побудовані на базі основних маніпуляцій у SQL-подібних мовах.

У табличних алгебрах важливу роль відіграє активний домен атрибуту таблиці – множина значень, яка складається з усіх можливих значень цього атрибуту в цій таблиці. Наприклад, завдяки дослідженню збереження активного домену в [4] вдалося встановити непохідність деяких операцій табличних алгебр відносно решти.

В монографії [4] знайдено взаємозв'язки між активними доменами вихідних таблиць та таблиці, що є результатом виконання операцій табличних алгебр, більшість з цих взаємозв'язків подано у вигляді включень. У даній роботі знайдено та доведено критерії, за виконання яких ці включення перетворюються в рівності.

Основні визначення

Зафіксуємо деяку непорожню множину атрибутів $\Re = \{A_1, \ldots, A_n\}$. Довільну скінченну підмножину множини $\Re$ назвемо схемою, причому схема може бути порожньою множиною. Рядком s схеми R називається

© Д.Б. Буй, І.С. Канарська, О.С. Сенченко, 2015

множина пар $s = \{(A'_1, d_1), \ldots, (A'_k, d_k)\}$, проекція якої за першою компонентою дорівнює R, причому атрибути $A'_1, \ldots, A'_k$ є попарно різними, тобто рядок є функціональним бінарним відношенням. Таблиця T схеми R – скінченна множина рядків схеми R.

Активним доменом атрибуту A відносно таблиці T називається множина $D_{A,T} = \{d \mid \exists s \in T \wedge (A, d) \in s\}$, яка, змістовно кажучи, складається з усіх значень атрибуту A в рядках таблиці T.

На множині таблиць однакової схеми введено операції об'єднання, перетину та різниці таблиць як обмеження одноіменних теоретико-множинних операцій. За аналогією з арифметичною операцією різниці для таблиці $T_1 - T_2$ перший аргумент назвемо таблицею-зменшуваним, а другий – таблицею-від'ємником.

Проекцією за множиною атрибутів $X \subseteq R$ називається унарна параметрична операція π_X, значенням якої є таблиця, що складається з обмежень по X усіх рядків вихідної таблиці: $\pi_X(T) = \{s|X \quad |s \in T\}$ (тут обмеження розуміємо стандартно: $s|X = s \cap (X \times pr_2\, s)$, де $pr_i\, s$ – проекція рядка s за i-ю компонентою).

Селекцією за предикатом $P : S \to \{true, false\}$, де S – множина усіх рядків, називається унарна параметрична операція σ_P, яка співставляє таблиці її підтаблицю, що містить рядки, на яких предикат P набуває значення «істина»: $\sigma_P(T) = \{s \mid s \in T \wedge P(s) = true\}$.

Для введення операції з'єднання визначимо допоміжне поняття. Бінарні відношення ρ та τ називаються сумісними (позначається $\rho \approx \tau$), якщо $\rho|X = \tau|X$, де $X = pr_1\, \rho \cap pr_1\, \tau$.

З'єднання – бінарна операція $\otimes$, значенням якої є таблиця, що складається з усіх можливих об'єднань сумісних рядків вихідних таблиць: $T_1 \otimes T_2 = \{s_1 \cup s_2 \mid s_1 \in T_1 \wedge s_2 \in T_2 \wedge s_1 \approx s_2\}$.

Насиченням $C(T)$ називається таблиця $\prod_{A \in R} D_{A,T}$, де R – схема таблиці T, $\prod$ – оператор узагальненого декартового добутку, що відповідає індексуванню за всіма атрибутами A схеми T $(A \mapsto D_{A,T}, A \in R)$. Активним доповненням таблиці T є таблиця $\tilde{T} = C(T) - T$.

Нехай R_1 – схема таблиці T_1, R_2 – схема таблиці T_2 та $R_2 \subseteq R_1$. Ділення T_1 на T_2 – таблиця схеми $R_1 - R_2$, така, що: $T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2 = \{s \in \pi_{R_1 - R_2}(T_1) \mid \{s\} \otimes T_2 \subseteq T_1\}$. Іншими словами, таблиця $T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2$ складається з усіх таких рядків $s \in \pi_{R_1 - R_2}(T_1)$, що для будь-якого рядка $s' \in T_2$, рядок $s \cup s'$ належить таблиці T_1.

Також на множині таблиць введено операцію перейменування, яка не буде використана в роботі, тому її означення не наводимо. Табличною алгеброю назвемо часткову алгебру з носієм – множиною всіх таблиць (довільних схем) – та наведеними вище операціями.

Виділяють дві особливі таблиці: таблицю $T_\varepsilon = \{\varepsilon\}$, де ε – порожній рядок, при цьому схема таблиці T_ε є порожньою множиною, та таблицю $T_\varnothing = \varnothing$ – порожню множину рядків довільної схеми. Зауважимо, що для цих таблиць значення активного домену є порожньою множиною.

Основні результати

В монографії [4] у підрозділі про взаємну похідність операцій табличних алгебр знайдено взаємозв'язки між активними доменами вихідних таблиць та таблиці, що є результатом виконання цих операцій; у загальному випадку для перетину, різниці, селекції, проекції, з'єднання, ділення та активного доповнення ці взаємозв'язки задаються у вигляді включень. У даній роботі знайдені критерії, за яких ці включення перетворюються в рівності.

Розглянемо збереження активного домену операцією перетину. Справедливе твердження:

Теорема 1. Нехай T_1 та T_2 – таблиці схеми R. Для всіх атрибутів $A_i \in R$ рівність $D_{A_i, T_1 \cap T_2} = D_{A_i, T_1} \cap D_{A_i, T_2}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i, T_1}$ виконується імплікація $x \in D_{A_i, T_2} \to \exists s (s \in T_1 \cap T_2 \wedge (A_i, x) \in s)$ (1).

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується (1). Доведемо рівність $D_{A_i, T_1 \cap T_2} = D_{A_i, T_1} \cap D_{A_i, T_2}$. Від супротивного, припустимо, що ця рівність не виконується. Тоді, з урахуванням доведеного в [4] включення $D_{A_i, T_1 \cap T_2} \subseteq D_{A_i, T_1} \cap D_{A_i, T_2}$, це можливо лише у тому випадку, коли існує такий $x \in D_{A_i, T_1} \cap D_{A_i, T_2}$, що $x \notin D_{A_i, T_1 \cap T_2}$. З приналежності $x \in D_{A_i, T_1} \cap D_{A_i, T_2}$ та (1) випливає

існування такого рядка s, що $s \in T_1$, $s \in T_2$ та $(A_i, x) \in s$, тому, $x \in D_{A_i, T_1 \cap T_2}$. Отримана суперечність доводить необхідність.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i, T_1 \cap T_2} = D_{A_i, T_1} \bigcap D_{A_i, T_2}$. Від супротивного, припустимо, що не виконується умова (1), тобто, існує такий $x \in D_{A_i, T_1}$, що $x \in D_{A_i, T_2}$, та не існує такого рядка s, що $s \in T_1 \wedge s \in T_2 \wedge (A_i, x) \in s$. Тоді з рівності $D_{A_i, T_1 \cap T_2} = D_{A_i, T_2} \bigcap D_{A_i, T_2}$ випливає, що $x \in D_{A_i, T_1 \cap T_2}$, тому за визначенням операції перетину таблиць існує такий рядок z, що $z \in T_1$, $z \in T_2$ та $(A_i, x) \in z$; суперечність доводить достатність теореми.

Розглянемо збереження активного домену операцією різниці. Спочатку знайдемо критерій збереження активного домену таблиці-зменшуваного таблицею-різницею.

Теорема 2. Нехай T_1 та T_2 – таблиці схеми R. Для всіх атрибутів $A_i \in R$ рівність $D_{A_i, T_1 - T_2} = D_{A_i, T_1}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i, T_1}$ існує такий рядок $s \in T_1$, що $(A_i, x) \in s$ та $s \notin T_2$.

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується умова теореми. Доведемо рівність $D_{A_i, T_1 - T_2} = D_{A_i, T_1}$. Від супротивного, припустимо, що ця рівність не виконується. Тоді, з урахуванням доведеного в [4] включення $D_{A_i, T_1 - T_2} \subseteq D_{A_i, T_1}$, це можливо лише у тому випадку, коли існує такий $x \in D_{A_i, T_1}$, що $x \notin D_{A_i, T_1 - T_2}$. З умов $s \in T_1$ та $s \notin T_2$ за визначенням різниці випливає, що $s \in T_1 - T_2$, а з $(A_i, x) \in s$ випливає, що $x \in D_{A_i, T_1 - T_2}$. Отримана суперечність доводить необхідність.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i, T_1 - T_2} = D_{A_i, T_1}$. Від супротивного, припустимо, що умова теореми не виконується, тобто існує такий $x \in D_{A_i, T_1}$, що для всіх таких рядків $s \in T_1$, для яких $(A_i, x) \in s$ виконується приналежність $s \notin T_2$. Тоді, за визначенням операції різниці, всі такі рядки s, що $(A_i, x) \in s$ не належать таблиці $T_1 - T_2$, тому $x \notin D_{A_i, T_1 - T_2}$, отже в цьому випадку $D_{A_i, T_1 - T_2} \neq D_{A_i, T_1}$. Одержали суперечність, що доводить достатність теореми.

Знайдемо критерій дистрибутивності активного домену відносно різниці таблиць.

Теорема 3. Нехай T_1 та T_2 – таблиці схеми R. Для всіх атрибутів $A_i \in R$ рівність $D_{A_i, T_1 - T_2} = D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i, T_1}$ виконується імплікація $x \in D_{A_i, T_2} \to (\forall s \in T_1((A_i, x) \in s \to s \in T_2))$ (2).

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується (2). Доведемо рівність $D_{A_i, T_1 - T_2} = D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$. Спочатку доведемо, що $D_{A_i, T_1 - T_2} \subseteq D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$. Від супротивного, припустимо, що це включення не виконується, тоді існує такий $x \in D_{A_i, T_1 - T_2}$, що $x \notin (D_{A_i, T_2} - D_{A_i, T_2})$. З приналежності $x \in D_{A_i, T_1 - T_2}$ випливає, що існує такий рядок $s \in T_1 - T_2$, що $(A_i, x) \in s$, тому $s \in T_1$ та $s \notin T_2$. З приналежності $s \in T_1$ випливає, що $x \in D_{A_i, T_1}$, а з урахуванням того, що $x \notin D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$ випливає, що $x \in D_{A_i, T_2}$. Тоді з виконання (2) одержимо, що $s \in T_2$. Суперечність доводить включення $D_{A_i, T_1 - T_2} \subseteq D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$.

Доведемо обернене включення. Від супротивного, припустимо, що воно не виконується, тому існує такий $x \in D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$, що $x \notin D_{A_i, T_1 - T_2}$. Тоді з приналежності $x \in D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$ випливає, що $x \in D_{A_i, T_1}$ та $x \notin D_{A_i, T_2}$, тому існує такий рядок $s \in T_1$, що $(A_i, x) \in s$. З $x \notin D_{A_i, T_2}$ випливає, що $s \notin T_2$, тоді за визначенням операції різниці таблиць $s \in T_1 - T_2$, з чого випливає приналежність $x \in D_{A_i, T_1 - T_2}$. Суперечність доводить включення $D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2} \subseteq D_{A_i, T_1 - T_2}$ та необхідність теореми.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i, T_1 - T_2} = D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$. Від супротивного, припустимо, що не виконується умова (2), тобто, існує такий $x \in D_{A_i, T_1}$, що $x \in D_{A_i, T_2}$, та існує такий рядок $s \in T_1$, що $(A_i, x) \in s$ та $s \notin T_2$. Тоді з $x \in D_{A_i, T_1}$ та $x \in D_{A_i, T_2}$ випливає, що $x \notin D_{A_i, T_1} - D_{A_i, T_2}$, а з $s \in T_1$ та $s \notin T_2$ за визначенням різниці таблиць випливає, що $s \in T_1 - T_2$, тому $x \in D_{A_i, T_1 - T_2}$, що порушує

рівність $D_{A_i,T_1-T_2} = D_{A_i,T_1} - D_{A_i,T_2}$. Одержали суперечність, що доводить достатність теореми.

Розглянемо збереження активного домену операцією проекції. Справедливе твердження:

Твердження 1. Нехай T – таблиця схеми R. Для всіх атрибутів $A_i \in R$ рівність $D_{A_i,\pi_X(T)} = D_{A_i,T}$ виконується тоді та тільки тоді, коли $A_i \in X$.

Розглянемо збереження активного домену операцією селекції. Справедливе твердження:

Теорема 4. Нехай T – таблиця схеми R. Для всіх атрибутів $A_i \in R$ рівність $D_{A_i,\sigma_P(T)} = D_{A_i,T}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i,T}$ існує такий рядок $s \in T$, що $(A_i, x) \in s$ та $P(s) = true$.

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується умова теореми. Доведемо рівність $D_{A_i,\sigma_P(T)} = D_{A_i,T}$. Від супротивного, припустимо, що ця рівність не виконується. Тоді, з урахуванням доведеного в [4] включення $D_{A_i,\sigma_P(T)} \subseteq D_{A_i,T}$, це можливо лише у тому випадку, коли існує такий $x \in D_{A_i,T}$, що $x \notin D_{A_i,\sigma_P(T)}$. Тоді за визначенням селекції виконується $s \in \sigma_P(T)$, тому, $x \in D_{A_i,\sigma_P(T)}$; суперечність доводить необхідність.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i,\sigma_P(T)} = D_{A_i,T}$. Від супротивного, припустимо, що умова (2) не виконується, тобто, існує такий $x \in D_{A_i,T}$, що для всіх рядків s, для яких $(A_i, x) \in s$ виконується $P(s) = false$. Тоді за означенням селекції $x \notin D_{A_i,\sigma_P(T)}$, тобто рівність $D_{A_i,\sigma_P(T)} = D_{A_i,T}$ не виконується. Одержали суперечність, що доводить достатність теореми.

Розглянемо збереження активного домену операцією з'єднання. Справедливе твердження:

Теорема 5. Нехай T_1 – таблиця схеми R_1. Для всіх атрибутів $A_i \in R_1$ рівність $D_{A_i,T_1 \otimes T_2} = D_{A_i,T_1}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i,T_1}$ існують такі рядки $s \in T_1$, $s' \in T_2$, що $(A_i, x) \in s$ та $s \approx s'$.

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується умова теореми. Доведемо рівність $D_{A_i,T_1 \otimes T_2} = D_{A_i,T_1}$. Від супротивного, припустимо, що ця рівність не виконується. Тоді, з урахуванням доведеного в [4] включення $D_{A_i,T_1 \otimes T_2} \subseteq D_{A_i,T_1}$, це можливо лише у тому випадку, коли існує такий $x \in D_{A_i,T_1}$, що $x \notin D_{A_i,T_1 \otimes T_2}$. З приналежності $x \in D_{A_i,T_1}$ та виконання умови теореми випливає існування в таблиці T_1 такого рядка s, що $(A_i, x) \in s$ та рядка $s' \in T_2$, причому $s \approx s'$. Тоді за визначенням з'єднання в таблиці $T_1 \otimes T_2$ існує рядок $s \cup s'$, для цього рядка виконується $(A_i, x) \in s \cup s'$, тому $x \in D_{A_i,T_1 \otimes T_2}$, суперечність доводить необхідність.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i,T_1 \otimes T_2} = D_{A_i,T_1}$. Від супротивного, припустимо, що умова теореми не виконується, тобто, існує такий $x \in D_{A_i,T_1}$, що для будь-якого рядка $s \in T_1$, для якого $(A_i, x) \in s$, не існує сумісного з ним рядка у таблиці T_2. Тоді, за визначенням з'єднання всі такі рядки s, що $(A_i, x) \in s$, не мають участь у з'єднанні, тому $x \notin D_{A_i,T_1 \otimes T_2}$, отже $D_{A_i,T_1 \otimes T_2} \neq D_{A_i,T_1}$; суперечність доводить достатність теореми.

Розглянемо збереження активного домену операцією активного доповнення.

Теорема 6. Нехай T – таблиця схеми R. Для всіх атрибутів $A_i \in R$ рівність $D_{A_i,\tilde{T}} = D_{A_i,T}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i,T}$ існують такі значення $d_1 \in D_{A_1,T}, \ldots, d_n \in D_{A_n,T}$, що рядок $\{(A_1, d_1), \ldots, (A_i, x), \ldots, (A_n, d_n)\} \notin T$. (3)

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується умова (3). Доведемо рівність $D_{A_i,\tilde{T}} = D_{A_i,T}$. Від супротивного, припустимо, що ця рівність не виконується. Тоді, з урахуванням доведеного в [4] включення $D_{A_i,\tilde{T}} \subseteq D_{A_i,T}$, це можливо лише у випадку, коли існує такий $x \in D_{A_i,T}$, що $x \notin D_{A_i,\tilde{T}}$. З умови (3) випливає, що $s = \{(A_1, d_1), \ldots, (A_i, x), \ldots, (A_n, d_n)\} \notin T$ та $s \in C(T)$, тому за визначенням активного доповнення $s \in \tilde{T}$, отже $x \in D_{A_i,\tilde{T}}$. Отримана суперечність доводить необхідність.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i,\tilde{T}} = D_{A_i,T}$. Від супротивного, припустимо, що умова (3) не виконується, тобто, існує такий $x \in D_{A_i,T}$, що для всіх значень $d_1 \in D_{A_1,T}, \ldots,$

$d_n \in D_{A_n,T}$ рядок $\{(A_1,d_1),\ldots,(A_i,x),\ldots,(A_n,d_n)\}$ належить таблиці T. Тоді з рівності $D_{A_i,\tilde{T}} = D_{A_i,T}$ випливає, що $x \in D_{A_i,\tilde{T}}$, тому у $\tilde{T}$ існує рядок $s = \{(A_1,d'_1),\ldots,(A_i,x),\ldots,(A_n,d'_n)\}$. З визначення активного доповнення випливає, що $s \in C(T)$ та $s \notin T$. З приналежності $s \in C(T)$ та доведеної в [4] рівності $D_{A_i,C(T)} = D_{A_i,T}$ випливають приналежності $d'_1 \in D_{A_1,T},\ldots,d'_n \in D_{A_n,T}$. Одержали суперечність, що доводить достатність.

Розглянемо збереження активного домену операцією ділення. Справедливе твердження:

Теорема 7.

Нехай T_1 – таблиця схеми R_1 та T_2 – таблиця схеми R_2. Для всіх атрибутів $A_i \in R_1 - R_2$ рівність $D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2} = D_{A_i,T_1}$ виконується тоді та тільки тоді, коли для будь-якого $x \in D_{A_i,T_1}$ існує такий рядок $s \in \pi_{R_1-R_2}(T_1)$, що $(A_i,x) \in s$, та для всіх рядків $s' \in T_2$, рядок $s \cup s'$ належить T_1.

Доведення.

Необхідність. Нехай виконується умова теореми. Доведемо рівність $D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2} = D_{A_i,T_1}$. З урахуванням доведеного в [4] включення $D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2} \subseteq D_{A_i,T_1}$, треба показати, що $D_{A_i,T_1} \subseteq D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2}$. Нехай $x \in D_{A_i,T_1}$. За визначенням операції ділення таблиць рядок s належить $T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2$, тому з $(A_i,x) \in s$ випливає $x \in D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2}$, що доводить необхідність.

Достатність. Нехай виконується рівність $D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2} = D_{A_i,T_1}$. Від супротивного, припустимо, що умова теореми не виконується, тобто, існує такий $x \in D_{A_i,T}$, що для всіх таких рядків $s \in \pi_{R_1-R_2}(T_1)$, для яких $(A_i,x) \in s$, існує такий рядок $s' \in T_2$, що рядок $s \cup s'$ не належить таблиці T_1. Тоді за визначенням операції ділення, всі такі рядки s, що $(A_i,x) \in s$ не належать таблиці $T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2$, тому $x \notin D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2}$, отже в цьому випадку $D_{A_i,T_1 \div \frac{R_1}{R_2} T_2} \neq D_{A_i,T_1}$. Одержали суперечність, що доводить достатність теореми.

Висновки

В роботі знайдено критерії, за яких у табличних алгебрах операції перетину, різниці, селекції, проекції, з'єднання, активне доповнення та ділення зберігають активний домен, та критерій дистрибутивності активного домену відносно різниці. Результати роботи можуть бути використаними в теорії табличних алгебр для дослідження збереження денотатів та для оптимізації запитів у реляційних базах даних.

Список використаних джерел

1. *Codd E.F.* A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks / E.F. Codd // Communications of the ACM. – 1970. – 13 (6). – P. 377–387.
2. *Codd E.F.* The Relational Model for Database Management: version 2 / E.F. Codd. – Addison-Wesley, 1990. – 538 p.
3. *Редько В.Н.* К основаниям теории реляционных моделей баз данных / В.Н. Редько, Д.Б. Буй // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – №4. – С. 3–12.
4. Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови / В.Н. Редько, Ю.Й. Брона, Д.Б. Буй, С.А. Поляков. – Київ: «Академперіодика», 2001. – 198 с.

References

1. CODD E.F. (1970) A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks. *Communications of the ACM*. 13 (6). p. 377–387.
2. CODD E.F. (1990) *The Relational Model for Database Management: version 2*. Addison-Wesley.
3. REDKO V.N. and BUY D.B. (1996) Foundations of the theory of relational database models. *Cybernetics and Systems Analysis*. 32(4). p. 3 – 12.
4. REDKO V.N. et al. (2001) *Relational data base: table algebras and family of the SQL languages*. Kyiv: Academperiodica.

Надійшла до редколегії 27.05.15