

УДК 539.3

Процюк Б. В., д. ф.-м. н., пров. н. с.
Горун О. П., аспірант.

**Термопружний стан півбезмежного
термочутливого трискладового тіла за
дії джерела тепла та складного
теплообміну**

Інститут прикладних проблем механіки і
математики ім. Я. С. Підстригача НАН
України, 79060, м. Львів, вул. Наукова 3-б,
e-mail: oleggorun@gmail.com

B. V. Protsyuk, Dr. Sci,
O. P. Gorun, graduate student

**Thermoelastic state of a thermosensitive semi-
infinite three-layered body by the action of
source of heat and convective-radiant heat
exchange**

Pidstryhach Institute for Applied Problems of
Mechanics and Mathematics, 79060, L'viv, Naukova
str., 3-b,
e-mail: oleggorun@gmail.com

Запропоновано чисельно-аналітичний підхід для визначення термопружного стану півбезмежного термочутливого трискладового тіла, яке взаємодіє з середовищем шляхом конвективно-променевого теплообміну та перебуває під дією джерел тепла. Підхід передбачає використання перетворення Кірхгофа, узагальнених функцій, функцій Гріна лінійної нестационарної задачі теплопровідності для трискладового нетермочутливого простору та лінійних сплайнів. За дії рівномірно розподіленого по об'єму проміжкового шару імпульсного джерела тепла досліджено вплив термочутливості та параметрів теплообміну на розподіли температур та напружень.

Ключові слова: термочутливість, термопружність, конвективно-променевий теплообмін.

The numerical-analytical approach for determining a thermoelastic state of semi-infinite thermosensitive (physicomechanical properties depend on temperature) threelayer body, which is under the action of the depending on axial coordinate and time heat source and interacts with the environment through convective-radiant heat exchange, is presented. By using Kirchhoff transformation, generalized functions and the Green's function of the linear non-stationary heat conductivity problem for a threelayer space, integral representation of the solution of respective heat conduction problem relatively the variable Kirchhoff is obtained. By approximating of linear splines in this representation the integrands functions, that contain a time-dependent unknown variables Kirchhoff at the division surfaces and limiting surface, recurrent system of three nonlinear algebraic equations is obtained, after solving which the value of the variable Kirchhoff and accordingly the searched temperature field is found, and therefore radial and circular strain and axial displacement. The influence of the thermosensitivity, parameters of heat exchange and heat source to temperature and stress distributions was investigated.

Key words: thermosensitivity, thermoelasticity, convective-radiant heat exchange.

Статтю представив докт. фіз.-мат. наук, проф. Жук Я.О.

Вступ

Широке використання в сучасній техніці кусково-однорідних елементів конструкцій, які перебувають під дією високих температур призводить до необхідності дослідження їх термопружного стану з урахуванням термочутливості (температурної залежності фізико-механічних характеристик (ФМХ)) та теплового випромінювання. Складність відповідних задач термопружності зумовлена нелінійністю як рівняння теплопровідності, так і умов теплообміну. Для їх розв'язання поряд з чисельними

методами використовують чисельно-аналітичні підходи [1-5].

В даній роботі запропоновано чисельно-аналітичний підхід для розв'язання квазі-статичних задач термопружності для півбезмежних тришарових термочутливих тіл, які взаємодіють з середовищем шляхом конвективно-променевого теплообміну та перебувають під дією джерел тепла. Цей підхід передбачає використання узагальнених функцій, перетворення Кірхгофа, функцій Гріна лінійної нестационарної задачі теплопровідності для трискладового простору та лінійних сплайнів.

Постановка задачі

Розглянемо віднесене до циліндричної системи координат r, φ, z півбезмежне трискладове тіло, яке перебуває під дією джерел тепла. На поверхнях поділу $z = z_1 = 0$ та $z = z_2 = h$ виконуються умови ідеального термомеханічного контакту, а поверхня $r = R$ є теплоізолюваною та гладко закріпленою (відсутні радіальні переміщення і дотичні напруження). Через обмежуючу поверхню $z = z_3$, на якій відсутні нормальні та дотичні напруження, відбувається конвективно-променевиий теплообмін з середовищем температури t_c . Початкові температури складових є нульовими. Визначимо в такому тілі нестационарне температурне поле та зумовлені ним напруження і переміщення з врахуванням залежності ФМХ від температури.

Розв'язання задачі теплопровідності та термопружності

Для визначення температурного поля маємо рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda_t^{(i)}(t_i) \frac{\partial t_i}{\partial z} \right] = c_V^{(i)}(t_i) \frac{\partial t_i}{\partial \tau} - w_{t,i}(z, \tau), \quad (i = \overline{1,3}) \quad (1)$$

умови контакту:

$$t_i(z, \tau) = t_{i+1}(z, \tau), \quad \lambda_t^{(i)} \frac{\partial t_i(z, \tau)}{\partial z} = \lambda_t^{(i+1)} \frac{\partial t_{i+1}(z, \tau)}{\partial z} \quad \text{при } z = z_i \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

граничні та початкові умови

$$\left[\lambda_t^{(3)} \frac{\partial t_3}{\partial z} + \varepsilon \sigma [R(t_3) - R(t_c)] + \alpha(t_3 - t_c) \right]_{z=z_3} = 0, \quad t_1(z, \tau)|_{z \rightarrow -\infty} = 0, \quad t_i|_{\tau=0} = 0, \quad (3)$$

де $t_i(z, \tau)$ і $w_{t,i}(z, \tau)$ відповідно температура та функції, що описують дію джерела тепла в i -ій складовій, $R(\eta) = (\eta + 273)^4$, ε – ступінь чорноти, σ – стала Стефана-Больцмана, α – коефіцієнт теплообміну; індексу $i = 1$ відповідають величини, які належать першій складовій $-\infty < z < 0$, $i = 2$ – другій (проміжковому шару) $0 < z < z_2$, $i = 3$ – третій $z_2 < z < z_3$.

З використанням перетворення Кірхгофа

$$\theta_i = \frac{1}{\lambda_{0i}} \int_0^{t_i} \lambda_t^{(i)}(x) dx, \quad \text{за припущення, що}$$

коефіцієнти теплопровідності лінійно залежать від температури $\lambda_t^{(i)}(t_i) = \lambda_{0i}(1 + \beta_i t_i)$,

коефіцієнти об'ємної теплоємності мають вигляд $c_V^{(i)}(t_i) = c_{0i} c_i(t_i)$ ($i = \overline{1,3}$), а коефіцієнти

температуропровідності a_i в межах кожної

складової є сталими $\frac{\lambda_t^{(i)}(t_i)}{c_V^{(i)}(t_i)} \approx a_i = \frac{\lambda_{0i}}{c_{0i}}$, що має

місце для ряду матеріалів [6], задачу теплопровідності (1)-(3) зведено до одного рівняння з узагальненими по z похідними та граничних і початкових умов [5]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda_0(z) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] = c_0(z) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} +$$

$$+ \sum_{j=1}^2 \lambda_{0,j+1} F_{j+1}(\tau) \delta'(z - z_j) - w_t(z, \tau), \quad (4)$$

$$\lambda_{0,3} \frac{\partial \theta_3}{\partial z} \Big|_{z=z_3} + F_1(\tau) = 0, \quad \theta_1|_{z \rightarrow -\infty} = 0, \quad \theta_i|_{\tau=0} = 0, \quad (5)$$

$$F_1(\tau) = \varepsilon \sigma [R(\theta_3^*(\tau)) - R(t_c)] + \alpha [\theta_3^*(\tau) - t_c],$$

$$F_{i+1}(\tau) = (1 - \beta_i \beta_{i+1}^{-1}) [\theta_{i+1}(z_i, \tau) - \beta_{i+1}^{-1} \times \\ \times (\sqrt{1 + 2\beta_{i+1} \theta_{i+1}(z_i, \tau)} - 1)],$$

$$\theta_3^*(\tau) = \beta_3^{-1} (\sqrt{1 + 2\beta_3 \bar{\theta}_3(\tau)} - 1), \quad \bar{\theta}_3(\tau) = \theta_3(z_3, \tau),$$

$$\theta(z, \tau) = \theta_1(z, \tau) + \sum_{k=1}^2 [\theta_{k+1}(z, \tau) - \theta_k(z, \tau)] \times \\ \times S(z - z_k), \quad (6)$$

де $S(z)$ – функція Гевісайда, $\delta'(z)$ – похідна від дельта-функції Дірака, $w_t(z, \tau)$, $\lambda_0(z)$ та $c_0(z)$ мають вигляд (6).

За допомогою функцій Гріна $G(z, \zeta, \tau)$ лінійної нестационарної задачі теплопровідності для трискладового простору [5,7], розв'язок задачі (4), (5) подається у вигляді:

$$\theta(z, \tau) = \sum_{j=1}^2 \lambda_{0,j+1} \int_0^{\tau} \frac{\partial G(z, \zeta, \tau - \tau')}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=z_j+0} F_{j+1}(\tau') d\tau' - \\ - \int_0^{\tau} \{ G(z, \zeta, \tau - \tau') F_1(\tau') + \lambda_{0,3} \bar{\theta}_3(\tau') \times$$

$$\times \left. \frac{\partial G(z, \zeta, \tau - \tau')}{\partial z} \right|_{z=z_3} \left. d\tau' + \int_{-\infty}^{\tau} \int_0^{\tau} G(z, \zeta, \tau - \tau') \times \right. \\ \left. \times w_i(\zeta, \tau') d\zeta d\tau'. \quad (7) \right.$$

Спосіб визначення $\theta_{j+1}(z_j, \tau)$ ($j=1,2$) та $\theta_3(z_3, \tau)$, які входять в співвідношеннях (7) у відповідних підінтегральних функціях, проілюструємо для випадку, коли джерело тепла рівномірно розподілене по об'єму проміжкового шару і має імпульсний характер зміни інтенсивності:

$$w_{i,2}(z, \tau) = q_0 \sum_{p=0}^{m-1} \left[S(\tau - b_p) - S(\tau - b_p - \tau_1^*) \right], \quad (8)$$

де q_0 – потужність джерела тепла, $b_p = p(\tau_1^* + \tau_2^*)$, τ_1^* – тривалість імпульсу, τ_2^* – тривалість паузи, m – кількість імпульсів. Апроксимуємо [5] кожен з функцій $F_i(\tau)$ та $\bar{\theta}_3(\tau)$ лінійним сплайном:

$$g(\tau) = s_1^{(1)}(g)\tau + s_1^{(0)}(g) + \sum_{k=1}^{K_\tau-1} \left(s_{k+1}^{(1)}(g)\tau + \right. \\ \left. + (s_{k+1}^{(0)}(g) - s_k^{(1)}(g)\tau - s_k^{(0)}(g)) S(\tau - \tau_k) \right), \quad (9)$$

де

$$s_1^{(1)}(\zeta) = [\zeta(\tau_i) - \zeta(\tau_{i-1})] / \Delta\tau_i,$$

$$s_1^{(0)}(\zeta) = [-\zeta(\tau_i)\tau_{i-1} + \zeta(\tau_{i-1})\tau_i] / \Delta\tau_i,$$

$$\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i-1} \quad (i = \overline{1, K_\tau}), \quad 0 = \tau_0 < \tau_1 < \tau_2 \dots < \tau_{K_\tau},$$

K_τ – кількість вузлів сплайна.

Підставивши у (7) вирази для функцій Гріна [7] та знайшовши відповідні інтеграли з урахуванням (9), отримаємо співвідношення для змінних Кірхгофа, які у безрозмірних змінних запишуться так:

$$\theta_i(\bar{z}, Fo) = f_i(\bar{z}, Fo) + \eta_{i,1} \gamma_{i,1}(\bar{z}, Fo, F_2) + \\ + \eta_{i,2} \gamma_{i,2}(\bar{z}, Fo, F_3) - \eta_{i,3} [\gamma_{i,3}(\bar{z}, Fo, F_4) - \\ - \frac{a_{i3}^*}{2a_{i0}} \gamma_{i,4}(\bar{z}, Fo, \theta_3(\bar{z}_3, Fo))], \quad (10)$$

де

$$\gamma_{i,j}(\bar{z}, Fo, \zeta) = s_1^{(0)}(\zeta) \psi_1^{i,j}(\bar{z}, Fo) + s_1^{(1)}(\zeta) \times \\ \times \psi_2^{i,j}(\bar{z}, Fo) + \sum_{k=1}^{K_\tau-1} \left[(s_{k+1}^{(0)}(\zeta) - s_k^{(0)}(\zeta)) \times \right. \\ \times \psi_3^{i,j}(\bar{z}, Fo - Fo_k) + (s_{k+1}^{(1)}(\zeta) - s_k^{(1)}(\zeta)) \times \\ \left. \times \psi_4^{i,j}(\bar{z}, Fo - Fo_k) \right],$$

$$F_4(Fo) = \sigma^* (R(\theta_3^*(Fo)) - R(t_c)) + \\ + Bi(\theta_3^*(Fo) - t_c),$$

$$\eta_{1,3} = \frac{2\delta_2 \lambda_{0,3}}{\sqrt{a_0}(\delta_1 + \delta_2)(\delta_2 + \delta_3)}, \quad \eta_{2,3} = \frac{\lambda_{0,3}}{\sqrt{a_0}(\delta_2 + \delta_3)},$$

$$\eta_{3,3} = \frac{\lambda_{0,3}}{2\sqrt{a_0} \delta_3},$$

$$\psi_\rho^{i,j}(\bar{z}, Fo) = I_\rho^{i,j}(\bar{z}, Fo) \quad (j = 1, 2),$$

$$\psi_\rho^{i,3}(\bar{z}, Fo) = \mathfrak{G}_{\rho,\chi}^{i,1}(\bar{z}, Fo), \quad \psi_\rho^{i,4}(\bar{z}, Fo) = \mathfrak{G}_{\rho,\varphi}^{i,2}(\bar{z}, Fo) \\ \text{при } \rho = 1, 2;$$

$$\psi_\rho^{i,j}(\bar{z}, Fo - Fo_k) = I_\rho^{i,j}(\bar{z}, Fo - Fo_k) \quad (j = 1, 2),$$

$$\psi_\rho^{i,3}(\bar{z}, Fo) = \mathfrak{G}_{\rho,\chi}^{i,1}(\bar{z}, Fo - Fo_k),$$

$$\psi_\rho^{i,4}(\bar{z}, Fo) = \mathfrak{G}_{\rho,\varphi}^{i,2}(\bar{z}, Fo - Fo_k) \quad \text{при } \rho = 3, 4;$$

$$\mathfrak{G}_{\rho,y}^{1,p}(\bar{z}, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} (v_1 v_2)^n \times$$

$$\times y_{\rho,1}^1 (a_{12}^* (1 + 2n) \bar{h} + a_{13}^* (\bar{z}_3 - \bar{h}) - \bar{z}, \xi),$$

$$\mathfrak{G}_{\rho,y}^{2,p}(\bar{z}, \xi) = y_{\rho,2}^1 (a_{23}^* (\bar{z}_3 - \bar{h}) + \bar{h} - \bar{z}, \xi) +$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} (v_1 v_2)^n y_{\rho,2}^1 (a_{23}^* (\bar{z}_3 - \bar{h}) + 2n\bar{h} - \bar{z} + \bar{h}, \xi) -$$

$$- v_1 \sum_{n=0}^{\infty} (v_1 v_2)^n y_{\rho,2}^1 (a_{23}^* (\bar{z}_3 - \bar{h}) + (1 + 2n)\bar{h} + \bar{z}, \xi),$$

$$\mathfrak{G}_{\rho,y}^{3,p}(\bar{z}, \xi) = y_{\rho,3}^1 (\bar{z}_3 - \bar{z}, \xi) +$$

$$+ (-1)^{\delta_{p2}} v_2 y_{\rho,3}^0 (2\bar{h} - \bar{z}_3 - \bar{z}, \xi) +$$

$$+ v_2 \sum_{n=1}^{\infty} (v_1 v_2)^n y_{\rho,3}^1 (2n\bar{h} a_{32}^* + \bar{z}_3 + \bar{z} - 2\bar{h}, \xi) -$$

$$- v_1 \sum_{n=0}^{\infty} (v_1 v_2)^n y_{\rho,3}^1 (2(1+n)\bar{h} a_{32}^* + \bar{z}_3 + \bar{z} - 2\bar{h}, \xi),$$

$$\chi_{\rho,i}^{\rho'}(\zeta, \xi) = (S(\xi))^{\delta_{\rho 3}} \left(2 \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\pi}} \exp \left[\frac{-\zeta^2}{4a_{i0}\xi} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\zeta}{\sqrt{a_i}} \left((-1)^{\rho'+1} - \operatorname{erf} \left(\frac{\zeta}{2a_{i0}\sqrt{\xi}} \right) \right) \right) \quad \text{при } \rho = 1, 3$$

$$\begin{aligned} \chi_{2,i}^{\rho'}(\zeta, \text{Fo}) &= \frac{\sqrt{\text{Fo}}}{\sqrt{\pi}} \exp\left[\frac{-\zeta^2}{4a_{i0} \text{Fo}}\right] \left[\frac{4}{3} \text{Fo}^2 + \frac{\zeta^2}{3a_{i0}}\right] - \\ &\frac{\zeta}{2\sqrt{a_{i0}}} \left(\frac{\zeta^2}{3a_{i0}} + 2\text{Fo}\right) \left[(-1)^{\rho'+1} - \text{erf}\left(\frac{\zeta}{2a_{i0}^* \sqrt{\text{Fo}}}\right)\right], \\ \chi_{4,i}^{\rho'}(\zeta, \text{Fo} - \text{Fo}_k) &= S(\text{Fo} - \text{Fo}_k) \left(\frac{\sqrt{\text{Fo} - \text{Fo}_k}}{\sqrt{\pi}} \times \right. \\ &\times \exp\left[\frac{-\zeta^2}{4a_{i0}(\text{Fo} - \text{Fo}_k)}\right] \left[-\frac{2}{3}(\text{Fo} - \text{Fo}_k)^2 + \right. \\ &\left. \left. + \frac{\zeta^2}{3a_{i0}} + 2\text{Fo}\right] - \frac{\zeta}{2\sqrt{a_{i0}}} \left(\frac{\zeta^2}{3a_{i0}} + 2\text{Fo}\right) \left[(-1)^{\rho'+1} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \left(\text{erf}\left(\frac{\zeta}{2a_{i0}^* \sqrt{\text{Fo} - \text{Fo}_k}}\right)\right)\right]\right), \end{aligned}$$

де $\text{Fo} = \frac{a_0 \tau}{l_0^2}$, $\text{Fo}_k = \frac{a_0 \tau_k}{l_0^2}$, $\text{Bi} = \frac{\alpha l_0}{\lambda_{0,3}}$, $\sigma^* = \frac{\varepsilon \sigma l_0}{\lambda_{0,3}}$,

δ_{ij} – символ Кронекера, l_0 – деякий лінійний розмір, a_0 – величина, розмірності коефіцієнта

теплопроводності, $a_{ij}^* = \sqrt{\frac{a_i}{a_j}}$, $\delta_i = \frac{\lambda_i}{\sqrt{a_i}}$,

$v_1 = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}$, $v_2 = \frac{\delta_3 - \delta_2}{\delta_3 + \delta_2}$, $\bar{z} = \frac{z}{l_0}$, $\bar{z}_i = \frac{z_i}{l_0}$, $\bar{h} = \frac{h}{l_0}$,

$a_{ij} = \frac{a_i}{a_j}$; функціям $y_{\rho,i}^{\rho'}(\zeta, \xi)$ відповідають

функції $\chi(\zeta, \xi)$ або $\varphi(\zeta, \xi)$, якщо індекс “ y ” в $\mathfrak{Y}_{\rho,y}^{i,\rho}$ дорівнює відповідно φ або χ ; $\varphi(\zeta, \xi)$, $f_i(\bar{z}, \text{Fo})$ і решта позначень збігаються з наведеними у [8].

Поклавши у співвідношеннях (10) в $\theta_i(\bar{z}, \text{Fo})$ ($i=2,3$) відповідно $\bar{z} = \bar{z}_j + 0$ ($j=1,2$), $\bar{z} = \bar{z}_3$ і $\text{Fo} = \text{Fo}_k$ ($k=1, K_\tau$), отримаємо рекурентну систему трьох нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно $\theta_2(\bar{z}_1, \text{Fo}_k)$, $\theta_3(\bar{z}_2, \text{Fo}_k)$ та $\theta_3(\bar{z}_3, \text{Fo}_k)$. Розв’язавши її, знайдемо вирази для змінних Кірхгофа, а температурне поле $t_i(\bar{z}, \text{Fo})$ визначимо зі співвідношення:

$$t_i(\bar{z}, \text{Fo}) = \beta_i^{-1} \left(\sqrt{1 + 2\beta_i \theta_i(\bar{z}, \text{Fo})} - 1 \right).$$

У тілі ненульовими будуть радіальні та кільцеві напруження [5]:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_0(\bar{z}, \text{Fo}) = -\frac{\bar{E}(\bar{z}, \text{Fo})}{1 - \bar{\nu}(\bar{z}, \text{Fo})} \bar{\Phi}(\bar{z}, \text{Fo}).$$

При цьому радіальні переміщення відсутні, а осьові (без урахування переміщень тіла як абсолютно твердого цілого) визначаються із співвідношення

$$w(\bar{z}, \text{Fo}) = \int_{\bar{z}_3}^{\bar{z}} \frac{1 + \bar{\nu}(z, \text{Fo})}{1 - \bar{\nu}(z, \text{Fo})} \bar{\Phi}(\bar{z}, \text{Fo}) dz.$$

Тут функції $\bar{E}(\bar{z}, \text{Fo})$, $\bar{\nu}(\bar{z}, \text{Fo})$, $\bar{\Phi}(\bar{z}, \text{Fo})$, які мають вигляд (6), в межах i -ої складової збігаються відповідно з модулями пружності $E_i(t_i)$, коефіцієнтами Пуассона $\nu_i(t_i)$, тепловими деформаціями $\Phi_i(t_i) = \int_0^{t_i(\bar{z}, \text{Fo})} \alpha_{ii}(\eta) d\eta$, де $\alpha_{ii}(t_i)$ – температурні коефіцієнти лінійного розширення.

Числові дослідження

Апробацію методики проведено для випадку, коли ФМХ першої та третьої складової відповідали ніобію ($a_i = 23,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$, $\lambda_i^{(i)} = 53,17(1 + 0,226 \cdot 10^{-3} t_i) \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$, $\nu_i = 0,33$, $\alpha_{ii}(t_i) = (6,186 + 0,00236 t_i) 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E_i(t_i) = (100 - 918 \cdot 10^{-5} t_i - 411 \cdot 10^{-8} t_i^2) 10^9 \text{ Н}/\text{м}^2$), а проміжкового шару – платині [6] ($a_2 = 24,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$, $\nu_2 = 0,35$, $\lambda_i^{(2)} = 71,301(1 + 0,207 \cdot 10^{-3} t_2) \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$, $\alpha_{i2}(t_2) = (8,865 + 0,00278 t_2) 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E_2(t_2) = (168 - 338 \cdot 10^{-4} t_2) \times 10^9 \text{ Н}/\text{м}^2$) при $h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $z_3 = 10h$, $K_\tau = 10$, $t_c = 1100^\circ\text{C}$, $m = 5$, $q_0 = 24 \cdot 10^7 \text{ Вт}/\text{м}^3$, $\tau_1^* = 80 \text{ сек}$, $\tau_2^* = 20 \text{ сек}$.

Деякі результати проведених досліджень представлені на рис.1-2 у вигляді графіків. Суцільні лінії побудовані для залежних від температури, а пунктирні та штрих-пунктирні – для сталей ФМХ, які збігаються з температурно-залежними при 700°C та 0°C відповідно.

З рис.1 бачимо, що нехтування тепловіддачею зумовлює заниження температури, яке найбільш помітне на початку дії другого імпульса і може досягати 25%. За неврахування випромінювання заниження температури спостерігається до

початку останнього імпульсу і не перевищує 5%, після чого помітне незначне її завищення.

Найбільш помітний вплив термочутливості (рис.2) в проміжковому шарі та областях, що до нього прилягають. Різниця між температурами з та без врахування термочутливості спочатку є меншою для характеристик взятих при 0°C , а за подальшого нагріву – для характеристик взятих при 700°C . Максимальне її значення може досягати 300°C .

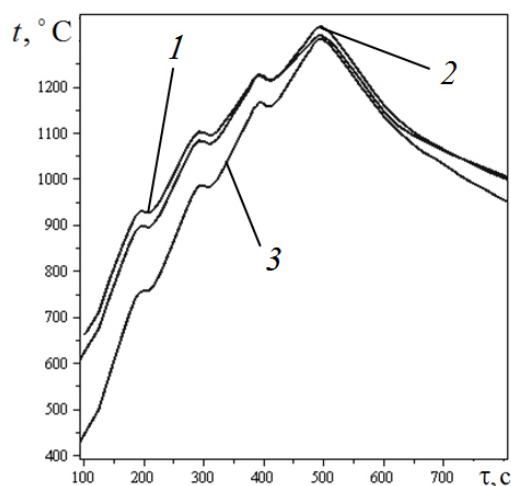


Рис.1. Залежності температури від часу на обмежуючій поверхні $z = z_3$ при різних параметрах теплообміну: 1 – $\alpha = 400 \frac{Bm}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$, $\varepsilon = 0.3$; 2 – $\alpha = 400$, $\varepsilon = 0$; 3 – $\alpha = 0$, $\varepsilon = 0.3$.

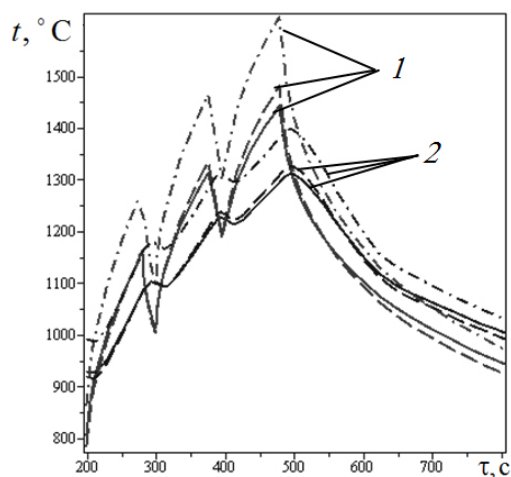


Рис.2. Залежності температури від часу на поверхнях $z = 0$ (1) та $z = z_3$ (2) при $\alpha = 400 \frac{Bm}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$, $\varepsilon = 0.3$.

На поверхнях поділу напруження є розривними (рис.3). На відміну від температури, нехтування термочутливістю зумовлює

завищення абсолютних значень напружень для характеристик взятих як при 700°C , так і при 0°C . Різниця між напруженнями з та без врахування температурної залежності характеристик є найбільшою на поверхнях проміжкового шару і може досягати 20%, а у 1-ій та 3-ій складовій не більше 15%.

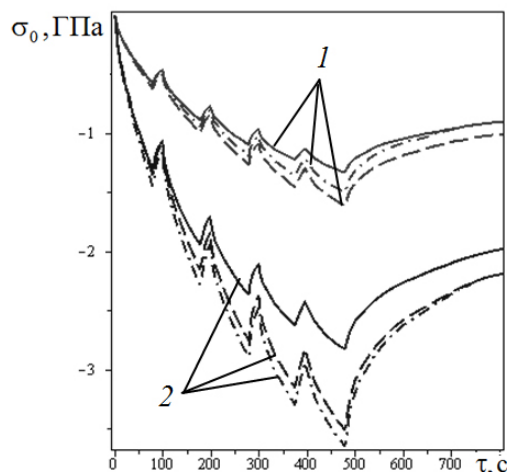


Рис.3. Залежності напружень від часу на поверхнях $z = z_1 - 0$ (1) і $z = z_1 + 0$ (2) при $\alpha = 400 \frac{Bm}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$, $\varepsilon = 0.3$.

Висновки

Апробовано запропонований чисельно-аналітичний підхід до розв'язання квазістатичних задач термопружності для півбезмежного трискладового термочутливого тіла, яке перебуває під дією рівномірно розподіленого по об'єму проміжкового шару імпульсного джерела тепла. Проаналізовано вплив термочутливості, променевого та конвективного теплообміну на розподіли температури та напружень. Показано, що нехтування конвективним теплообміном зумовлює зниження температури. Неврахування випромінювання також призводить до зниження температури, але до певного моменту часу, після чого спостерігається незначне її завищення. Нехтування термочутливістю може зумовлювати як завищення, так і зниження температури залежно від значень сталих ФМХ. Для напружень неврахування температурної залежності характеристики призводить до завищення абсолютних значень напружень.

Список використаних джерел

References

1. Azadi M. Nonlinear transient heat transfer and thermoelastic analysis of thick-walled FGM cylinder with temperature-dependent material properties using Hermitian transfinite element / Mohammad Azadi, Mahboobeh Azadi // *Journal of Mechanical Science and Technology*. – 2009. – Vol. 23, № 10. – P. 2635–2644.
2. Березовский А. А. Нелинейные краевые задачи теплоизлучающего тела / А. А. Березовский. – Киев: Наукова думка. – 1968. – 166 с.
3. Кушнір Р. М. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл. Т. 3: Термопружність термочутливих тіл [Текст] / Р. М. Кушнір, В. С. Попович; під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра. – Львів: СПОЛОМ, 2009. – 412 с.
4. Численно-аналитический метод решения нелинейного нестационарного уравнения теплопроводности / [В. Д. Белик, Б. А. Урюков, Г. А. Фролов, Г. В. Ткаченко] // *Инженерно-физический журнал*. – 2008. – Т. 81, № 6. – С. 1058–1062.
5. Процюк Б. В. Квазистатические температурные напряжения в многослойной термочувствительной пластине при нагреве тепловым потоком / Б. В. Процюк // *Теорет. и прикл. механика*. – 2003. – № 38. – С. 63–69.
6. Зиновьев В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах / В. Е. Зиновьев. – М.: Металлургия, 1989. – 384 с.
7. Процюк Б. В. Нестационарне одновимірне температурне поле тришарових тіл з плоско-паралельними межами поділу / Б. В. Процюк, І. І. Верба // *Вісник Львів. ун.-ту. Сер. прикл. матем. та інформ.* – 1999. № 1. – С. 200–205.
8. Процюк Б. Термопружна поведінка безмежного термочутливого трискладового тіла за дії об'ємного джерела тепла / Б. Процюк, О. Горун // *Вісник ТНТУ*. – 2014. – Т. 76, № 4. – С. 53–63.
1. AZADI, M. & AZADI, M. (2009) Nonlinear transient heat transfer and thermoelastic analysis of thick-walled FGM cylinder with temperature-dependent material properties using Hermitian transfinite element. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 23 (10). p. 2635–2644.
2. BEREZOVSKIJ, A. A. (1968) *Nelinejnye Kraevye Zadachi Teploizluchajushhego Tela*. – Kiev: Naukova dumka.
3. KUSHNIR, R. M. & POPOVICH, V. S. (2009) *Modelyuvannya ta Optyimizatsiya v Termomekhanitsi Elektroprovodnykh Neodnorodnykh Til: Termopruzhnist Termochutlivih Til*. 3. Lviv: SPOLOM.
4. BELIK, V. D. et al.(2008) Chislennoanaliticheskiy metod reshenija nelinejnogo nestacionarnogo uravnenija teploprovodnosti. *Inzhenerno-Fizicheskij Zhurnal*. 81 (6). p. 1058–1062.
5. PROCJUK, B. V. (2003) Kvazistaticheskie temperaturnye naprjazhenija v mnogoslojnoj termochuvstvitel'noj plastine pri nagreve teplovym potokom. *Teoret. i Prikl. Mehanika*. (38). p. 63–69.
6. ZINOVEV, V. E. (1989) *Teplofizicheskie Svojstva Metallov Pri Vysokih Temperaturah*. М.: Metallurgija.
7. PROCJUK, B. V. & VERBA, I. I. (1999) Nestacionarne odnovimirne temperaturne pole trisharovih til z plosko-paralel'nimi mezhami podilu. *Visnik Lviv. Univ. Ser. Prikl. Matem. ta Inform.* (1). p. 200–205.
8. PROCJUK, B. & GORUN, O. (2014) Termopruzhnna povedinka bezmezhnogo termochutlivogo triskladovogo tila za dii ob'emnogo dzherela tepla. *Visnik TNTU*. 76 (4). p. 53–63.

Надійшла до редколегії 29.09.15