

УДК 539.3

Жук Я.О.¹, д.ф.-м.н., проф.
Васильєва Л.Я.², к.ф.-м.н., ст. викл.

Описання неізотермічної непружної поведінки матеріалу при великих швидкостях деформації

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Глушкова 4е, e-mail: y.zhuk@i.ua

² Миколаївський національний університет ім. В.О. Сухомлинського, 54030, м. Миколаїв, вул. Нікольська, 24 e-mail: lara@vasiliev.mk.ua

Y.A. Zhuk¹, dr.of phys. and math.sci., prof.
L.Y. Vasiljeva², PhD., sr. teacher.

Description of nonisothermal inelastic response of material under high strain rate

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv, 4e, Glushkov ave., Kyiv 03680 e-mail: y.zhuk@i.ua

²V.O.Sukhomlynsky National University of Mykolayiv, 24, Nikol'ska str., Mykolayiv 54030 e-mail: lara@vasiliev.mk.ua

Досліджується можливість описання реальних термомеханічних процесів із великими швидкостями навантаження в рамках однієї з моделей із внутрішніми змінними стану для характеристики непружної реакції матеріалу в широкому інтервалі зміни температури.

Ключові слова: термомеханічне імпульсне навантаження, непружна деформація, великі швидкості деформування.

The problem of adequate characterization of coupled thermomechanical response of the material to deformation with high strain rate is investigated. The Bodner-Partom model is chosen to describe the material behavior under wide range of temperatures and strain rates. The set of internal state variables is used to simulate the variety of inelastic effects: change in yield limit under loading, strain hardening, Bauschinger's effect etc. Reliability of the inelastic material behavior simulation in the frame of Bodner-Partom model under high strain rate loading and accuracy of numerical technique to attack the boundary problem are studied. As an example, the test problem of short-term loading of the half-space with stress pulse is investigated. The essentially nonlinear problem is solved numerically with the application of especially developed finite element code. Variable time step integration scheme is used. To accelerate the convergence, special averaging procedure is applied. Numerical results are compared with the experimental data. The comparison shows that the model provides reliable simulation of thermomechanical response of the material under loading with the strain rates up to 10^6 s^{-1} .

Key Words: thermomechanical pulse loading, inelastic strain, high strain rate.

Статтю представив академік НАН України Перестюк М.О.

1. Вступ

Один з методів моделювання складної зв'язаної термомеханічної поведінки матеріалів, зокрема металів, в рамках механіки полягає у використанні феноменологічного підходу, який орієнтований на формулювання аналітичних моделей і практичне розв'язування крайових задач, що описують поведінку деформованих тіл під навантаженням [1].

В процесі експлуатації елементи конструкцій зазнають різного роду механічних і теплових впливів, при яких поведінку матеріалу неможливо описати за допомогою тільки лінійних спів-

відношень. Більше того, вимоги зниження матеріалоемності й собівартості конструкції, збільшення строків її роботи призводить до необхідності прогнозування поведінки матеріалу в нелінійній області. Для цього активно використовуються теорії нелінійної в'язкопружності, пластичності й в'язкопластичності.

Отже, в проблемі описання властивостей матеріалу, тобто в проблемі визначальних рівнянь, перетинаються такі фундаментальні концепції механіки деформівних тіл, як фізична нелінійність матеріалів при малих деформаціях, коливання тіл і теплові явища. Кожний із перерахованих аспектів був об'єктом великої кількості екс-

периментальних і теоретичних досліджень, результати яких опубліковані в численних наукових працях. Особливістю сучасного етапу розвитку нелінійної теорії є намагання сформулювати її в достатньо загальному вигляді із залученням термодинаміки необоротних процесів і з використанням строго визначених понять.

Одним з напрямків, в рамках якого проводяться інтенсивні дослідження, на поточний момент є розробка узагальнених моделей непружної поведінки матеріалів [2]. Такі моделі містять набір скалярних і тензорних внутрішніх змінних для описання ефектів ізотропного і кінематичного зміцнення, повзучості, релаксації напружень тощо. Кожна з цих внутрішніх змінних еволюціонує відповідним чином в часі, формуючи феноменологічний процес непружного деформування. При цьому кожна з основних внутрішніх змінних може бути сумою складових, які змінюються окремо, і, в свою чергу, є первинними внутрішніми змінними [2].

Однією з найпоширеніших моделей цього класу є модель Боднера–Партома (Б–П) [2]. Вона часто застосовується для описання складної зв'язаної термомеханічної поведінки металів в широкому інтервалі температур і швидкостей деформування. Проте питання визначеності меж застосування моделі потребує додаткового дослідження. Дана стаття присвячена вивченню можливостей достовірного описання реальних термомеханічних процесів із великими швидкостями навантаження в рамках моделі Б–П.

2. Рівняння моделі Боднера–Партома

Непружне деформування тіл за умов інтенсивного термомеханічного імпульсного навантаження відбувається в широких інтервалах зміни температури та швидкості деформації. При цьому особливо важливого значення набуває питання про достовірність результатів моделювання термомеханічного стану тіл. Серед множини аспектів цього питання слід виділити два основних:

- достовірність описання непружної поведінки матеріалу при високих швидкостях деформації в широкому інтервалі температур на основі моделі Б–П;
- точність чисельної реалізації крайової динамічної задачі термомеханіки.

Можливості моделі Б–П описувати надшвидкісне деформування ($\dot{\varepsilon} > 10^4 \text{c}^{-1}$) присвячена значна кількість публікацій. Як відзначено, наприклад, у [2], модель Б–П добре описує непружне деформування матеріалів, зокрема залежність границі текучості від швидкості деформування в

інтервалі $10^{-6} \text{c}^{-1} - 5 \cdot 10^4 \text{c}^{-1}$. Покажемо, що модель може описувати наведену залежність і для більших швидкостей.

Наведемо коротке зведення рівнянь моделі Б–П. В рамках цієї моделі використовується [2]:

– представлення повної деформації у вигляді суми пружної, непружної і теплової складових

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^\theta, \quad ij \leftrightarrow r, z, rz, \varphi, \quad (1)$$

де теплова деформація представляється у вигляді

$$\varepsilon_{ij}^\theta = \delta_{ij} \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta') d\theta'; \quad (2)$$

– закон Гука, записаний для шарової і девіаторної частин,

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - \varepsilon_{ij}^p), \quad \sigma_{kk} = 3K_V(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^\theta), \quad (3)$$

де s_{ij} і e_{ij} – девіатори тензорів напруження і деформації відповідно; G – модуль зсуву; по індексах, що повторюються, проводиться додавання;

– закон течії з умовою пластичної нестисливості

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda s_{ij}, \quad \dot{\varepsilon}_{kk}^p = 0; \quad (4)$$

– кінетичне рівняння

$$D_2^p = D_0^2 \exp\left[-\left(Z^2/(3J_2)\right)^p\right] \quad (5)$$

де $Z = K + D$, $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$, $D_2^p = \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p / 2$, $\lambda^2 = D_2^p / J_2$;

– рівняння еволюції для внутрішніх змінних ізотропного K та направленою β_{ij} зміцнення

$$\begin{aligned} \dot{K} &= m_1(K_1 - K)\dot{W}_p, \quad K(0) = K_0, \\ \dot{\beta}_{ij} &= m_2(D_1 u_{ij} - \beta_{ij})\dot{W}_p, \quad \beta_{ij}(0) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

де $D = \beta_{ij}u_{ij}$, $u_{ij} = \sigma_{ij}/(\sigma_{ij}\sigma_{ij})^{1/2}$, $\dot{W}_p = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^p$.

Величини D_0 , D_1 , K_0 , K_1 , m_1 , m_2 і n є константами моделі. Експериментальні і теоретичні дослідження [2] показали, що для більшості металів параметри D_0 , D_1 , m_2 слабко залежать від температури і можуть вважатись сталими в широкому інтервалі температур. Параметри K_0 , K_1 , m_1 , і n – функції температури.

В рівняннях (6) на відміну від роботи [2] відсутні доданки, що визначають тепловий зворот. Оскільки процеси, які розглядаються в даній роботі, достатньо швидкі, то при описанні поведінки матеріалу цим явищем можна знехтувати.

3. Постановка задачі

Розглядається півпростір $z \geq 0$, $0 < r < \infty$, на поверхні $z \geq 0$ якого задають граничні умови імпульсного силового навантаження

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} -p_0 \sin \frac{\pi}{t_\sigma} t, & t \leq t_\sigma, \\ 0, & t > t_\sigma; \end{cases} \quad (7)$$

де p_0 – заданий параметр силового навантаження, t_σ – тривалість дії імпульсу.

Постановка осесиметричної задачі також містить співвідношення Коші

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u_r}{r}, \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

рівняння руху

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\varphi) + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

рівняння теплопровідності

$$c_v \dot{\theta} + 3\alpha\theta K_V (\dot{\varepsilon}_{kk} - 3\alpha\dot{\theta}) - D' - k\Delta\theta = r_s. \quad (10)$$

Вираз для швидкості дисипації механічної енергії D' у (10), отриманий із залученням термодинаміки незворотних процесів із внутрішніми змінними, має вигляд

$$D' = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - K\dot{\delta} - \beta_{ij} \dot{\alpha}_{ij} = \dot{W}_p - \dot{W}_{sK} - \dot{W}_{s\beta}. \quad (11)$$

Величини δ_{ij} і α_{ij} є внутрішніми змінними, спряженими до термодинамічних сил K і β_{ij} , які виступають при обраному підході як параметри ізотропного і направленого зміцнення. Останні два доданки у (11) описують частину непружної потужності, що не переходить у тепло, а накопичується у матеріалі.

Постановка задачі також містить рівняння моделі поведінки матеріалу (1)–(6) і замикається заданням відповідних початкових умов

$$u_r = u_z = \dot{u}_r = \dot{u}_z = 0, \quad \theta = \theta_0 \text{ при } t = 0. \quad (12)$$

У формулах (8)–(12) u_r , u_z – переміщення вздовж відповідних осей; c_v і k – коефіцієнти теплоємності при сталому об'ємі і теплопровідності відповідно; r_s – потужність заданих внутрішніх

джерел тепла; θ_0 – початкова температура; n_j – компоненти вектора одиничної нормалі до відповідної граничної поверхні; $\dot{\varepsilon}_{kk} = \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_z + \dot{\varepsilon}_\varphi$, Δ – оператор Лапласа.

4. Результати розрахунків і висновки

Задача (1)–(12) розв'язувалась чисельно із застосуванням спеціально розвинутої реалізації методу скінченних елементів [3]. Розрахунки проводились з метою показати, що модель Б–П може адекватно якісно і кількісно описувати непружну поведінку металів не тільки в інтервалі 10^{-6}c^{-1} – $5 \cdot 10^4 \text{c}^{-1}$ а й для більших швидкостей деформації.

На рис. 1 значками показані експериментальні дані залежності границі текучості танталу від швидкості деформації в матеріалі в межах 10^{-6}c^{-1} – 10^6c^{-1} при температурі 20°C на основі даних з [4]. Використані такі позначення експериментальних даних: \circ – Ходж і Мухержі; \square – Чен і Грей; $+$ – Армстронг та інш., ∇ – Веккіо.

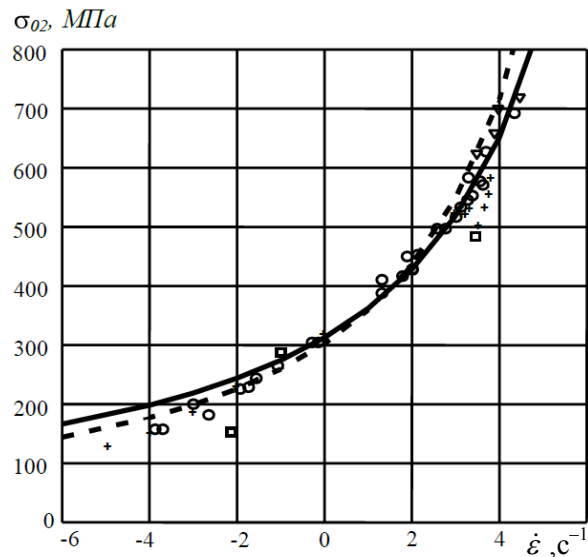


Рис. 1. Залежність границі текучості танталу від швидкості деформування в матеріалі.

Суцільною кривою на цьому рисунку показана розрахункова залежність $\sigma_{02}(\dot{\varepsilon})$ для танталу в інтервалі швидкостей деформацій 10^{-6}c^{-1} – 10^6c^{-1} , отримана з використанням моделі Б–П при таких значеннях параметрів для температури $\theta = 20^\circ \text{C}$ (набір А):

$$n = 0,418; m_1 = 0,1 \text{ МПа}^{-1}; K_0 = 2,57 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \\ K_1 = 5,14 \cdot 10^4 \text{ МПа}; D_0 = 10^8 \text{ c}^{-1}.$$

Штрихова лінія відповідає такому набору коефіцієнтів моделі (набір Б):

$$n = 0,355; m_1 = 0,1 \text{ МПа}^{-1}; K_0 = 5,5 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \\ K_1 = 1,1 \cdot 10^4 \text{ МПа}; D_0 = 10^8 \text{ c}^{-1}.$$