

УДК 537.6/.8, 537.86/.87

Сулименко О.Р., асп.,  
Прокопенко О.В., д.ф.-м.н., доц.

**Критерій мікрохвильової синхронізації  
для двох слабко зв'язаних спітронних  
магнітних наноосциляторів з  
випадковими власними параметрами**

Київський національний університет імені  
Тараса Шевченка, 01601, м. Київ, пр-т. Акад.  
Глушкова 4г. E-mail: olgasulymenko@gmail.com  
Київський національний університет імені  
Тараса Шевченка, 01601, м. Київ, пр-т. Акад.  
Глушкова 4г.  
E-mail: Oleksandr.Prokopenko@gmail.com

O.R. Sulymenko, Ph.D. stud.,  
O.V. Prokopenko, D.Sci., Asc.Prof.

**Microwave synchronization criterion for two  
weakly-coupled spin-torque nano-oscillators  
with random eigen parameters**

Taras Shevchenko National University of Kyiv,  
01601, Kyiv, 4g Acad. Glushkova av.  
E-mail: olgasulymenko@gmail.com  
Taras Shevchenko National University of Kyiv,  
01601, Kyiv, 4g Acad. Glushkova av.  
E-mail: Oleksandr.Prokopenko@gmail.com

*Проаналізовано мікрохвильову динаміку в системі двох слабко зв'язаних спітронних магнітних наноосциляторів (СМНО) з випадковими власними параметрами (частотами та початковими фазами коливань). У межах фазової моделі синхронізації СМНО показано, що залежність комплексного параметра порядку системи від часу може бути немонотонною або осцилюючою. Відповідно, для надійного визначення стану системи (є синхронізація, немає синхронізації) необхідно проводити аналіз не абсолютних значень комплексного параметра порядку в деякий момент часу, а характерних значень флуктуацій цього параметра протягом певного періоду часу. За допомогою методів числового аналізу застосування цього критерію фазової синхронізації СМНО проілюстровано для двох слабко зв'язаних СМНО з власними частотами, розподіленими за нормальним законом, і початковими фазами коливань, розподіленими рівномірно. Отримані результати дозволяють уточнити існуючі дані щодо синхронізації СМНО і є важливими для розробки мікрохвильових систем з багатьма СМНО.*

*Ключові слова: спітронний магнітний наноосцилятор, синхронізація коливань, критерій синхронізації, фазова модель, комплексний параметр порядку, випадкова власна частота.*

*Microwave dynamics of the system of two weakly-coupled spin-torque nano-oscillators (STNOs) with random eigen parameters (frequencies and initial phases of oscillations) is analyzed. A time dependence of the complex order parameter of the system is shown to be non-monotonic or oscillatory in a scope of the STNOs' phase synchronization model. Accordingly, one should consider not the absolute value of the complex order parameter at a time, but the characteristic value of the parameter's fluctuations over time for a reliable determination of the system state (synchronization is present or absent). Using numerical analysis techniques the application of this STNO's phase synchronization criterion is illustrated for two weakly-coupled STNOs with random eigen frequencies described by the Gaussian distribution and random initial phases of oscillations distributed uniformly. The obtained results allow one to refine existing data on STNO synchronization and are important for the development of microwave systems with many STNOs.*

*Key words: spin-torque nano-oscillator, synchronization of oscillations, synchronization criterion, phase model, complex order parameter, random eigen frequency.*

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Савенков С.М.

**Вступ**

Одним з перспективних напрямів розвитку сучасної електроніки є спітроніка, в якій використовуються квантові властивості спіну електронів (або інших частинок) [2]. Ансамбль спін-поляризованих електронів має ненульове

середнє значення проекції спіну на деяку вісь. Відповідно, рух такого ансамблю частинок приводить не тільки до переносу електричного заряду, але й до переносу ненульової проекції спіну, що спричиняє зміни спінового стану системи. Цей ефект, названий спін-обертотним

ефектом (COE, the spin-transfer torque) [2–4], був теоретично передбачений Дж. Слончевським [3] та Л. Берже [4] і потім досліджувався експериментально в багатьох роботах [5–10] (див. також перелік посилань в [2]). На сьогоднішній день на основі COE запропоновано низку нанорозмірних мікрохвильових пристроїв [6, 7, 10–13].

COE типово спостерігається в шаруватих магнітних наноструктурах, які містять три шари: вільний магнітний шар (ВМШ), намагніченість якого може відносно вільно рухатись під дією зовнішнього впливу, закріплений магнітний шар (ЗМШ), намагніченість якого є нерухомою, та немагнітний прошарок, що розділяє магнітні шари. При протіканні сталого електричного струму крізь таку структуру, цей струм поляризується намагніченістю ЗМШ і починає переносити спіновий обертальний момент від ЗМШ до ВМШ. Це спричиняє дестабілізацію магнітного стану ВМШ. За умови, що перенесений обертальний момент перевищує власний дисипативний обертальний момент ВМШ, у цьому шарі виникає стійка прецесія намагніченості. Внаслідок ефекту гігантського магнітоопору або ефекту тунельного магнітоопору [2] це приводить до появи мікрохвильових коливань магнітоопору структури. Такі генератори мікрохвильових сигналів, названі спітронними магнітними наноосциляторами (СМНО, spin-torque nano-oscillator), мають ряд недоліків: малу вихідну потужність (типово 0.1–100 нВт), достатньо низькі робочі частоти (типово 1–10 ГГц), широку смугу генерації (типово 0.1–1 ГГц), мале співвідношення сигнал/шум тощо [2, 6, 7, 11, 13–15]. Для збільшення вихідної потужності генераторів на основі СМНО, звуження їх смуги генерації та покращення їх шумових властивостей необхідно застосовувати не поодинокі СМНО, а масиви синхронізованих наноосциляторів.

СМНО є сильно нелінійними та неізохронними коливними системами. Це суттєво ускладнює експериментальні та теоретичні дослідження процесів синхронізації в системах з багатьма СМНО. На даний момент експериментально вдалось синхронізувати лише два СМНО традиційного типу [8, 9] та чотири СМНО з вихровим станом намагніченості [16]. Існуюча теорія синхронізації СМНО [17, 18] також є доволі недосконалою і не враховує наявний значний розкид власних параметрів окремих наноосциляторів внаслідок

недосконалості технології їх виготовлення.

Метою даної роботи є числовий аналіз процесів взаємної фазової синхронізації (ВФС) двох слабо зв'язаних СМНО з урахуванням технологічного розкиду їх власних параметрів, а також вдосконалення існуючого критерію синхронізації СМНО в межах фазової моделі [18–20].

### Числова модель

Аналіз ВФС двох СМНО з урахуванням фази коефіцієнта зв'язку (або, що те ж саме, затримки сигналу зв'язку) показав [17, 18], що кожен генератор може бути описаний однією динамічною змінною – «узагальненою фазою»  $\varphi_j(t)$  (т.зв. фазова модель синхронізації СМНО). Динаміка стану такої системи описується рівняннями:

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi_1}{dt} - \omega_1 &= \Lambda_{1,2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1 + \beta_{1,2}), \\ \frac{d\varphi_2}{dt} - \omega_2 &= \Lambda_{2,1} \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \beta_{2,1}).\end{aligned}\quad (1)$$

Тут  $\omega_j = 2\pi f_j$  – власна частота  $j$ -го осцилятора,  $\Lambda_{j,k}$  – амплітуда зв'язку між  $j$ -тим і  $k$ -тим осцилятором,  $\beta_{j,k}$  – фаза коефіцієнта зв'язку. Модель (1) має досить загальний характер і може бути застосована до опису фазової синхронізації генераторів будь-якої природи [17]. Ця модель може бути використана для числового та аналітичного дослідження синхронізації в масивах СМНО.

На практиці власні частоти  $f_j$  наноосциляторів можуть відрізнятися за рахунок недосконалості технології їх виготовлення або наявності дефектів. Тому в системі (1) власні частоти  $\omega_j = 2\pi f_j$  слід розглядати як випадкові значення з певним відомим розподілом  $P(f_j)$  (будемо вважати, що цей розподіл є однаковим для всіх осциляторів, що передбачає їх виготовлення за однаковою технологією в єдиному технологічному циклі). Введемо також середнє значення частоти для масиву з  $N$  СМНО:  $\langle f \rangle = N^{-1} \sum_{j=1}^N f_j$ . Також будемо розглядати тільки випадок, коли частоти наноосциляторів розподілені за нормальним законом:

$$P_G(f_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta f} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{f_j - \langle f \rangle}{\Delta f}\right)^2\right]. \quad (2)$$

Тут  $\Delta f$  – деяке усереднене відхилення частот  $f_j$  від  $\langle f \rangle$ , яке будемо вважати однаковим для всіх наноосциляторів.

Вирази для амплітуди  $\Lambda_{j,k}$  та фази  $\beta_{j,k}$  коефіцієнта зв'язку залежать від механізму зв'язку між наноосциляторами (вважається, що він однаковий для всіх СМНО). В цій роботі розглянуто найбільш простий випадок т.зв. глобального зв'язку. При цьому для усіх СМНО буде виконуватись умова:

$$\Lambda_{j,k} = \Lambda = \text{const}, \quad \beta_{j,k} = \beta = \text{const}. \quad (3)$$

Надалі будемо вивчати синхронізацію СМНО виходячи з моделі (1) з урахуванням умови (3), вважаючи, що частоти наноосциляторів  $f_j$  задані розподілом (2).

Для опису процесу синхронізації СМНО будемо використовувати комплексний параметр порядку [1]:

$$r = R e^{i\psi} = \frac{1}{2}(e^{i\varphi_1} + e^{i\varphi_2}). \quad (4)$$

За умови, що коливання намагніченості у СМНО є несинхронізованими, різниця «узагальнених фаз»  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  – змінна величина, а амплітуда параметра порядку  $R = |r|$  – осцилююча. При цьому великі чи малі значення  $R$  в деякий момент часу самі по собі недостатньо надійно характеризують стан системи. Саме тому, щоб впевнитись в існуванні синхронізації, необхідно досліджувати незмінність величини  $\Delta\varphi$  або  $R$  протягом певного періоду часу.

Розроблена процедура числового аналізу передбачає розв'язання системи (1) для певних фіксованих значень  $\Lambda_{1,2} = \Lambda_{2,1} = \Lambda$ ,  $\beta_{1,2} = \beta_{2,1} = \beta$ , випадкових початкових частот  $f_1 \equiv f_1(0)$ ,  $f_2 \equiv f_2(0)$  заданих згідно розподілу (2) та випадкових початкових фаз коливань  $\varphi_1(0)$ ,  $\varphi_2(0)$ , що описуються рівномірним розподілом:

$$P_R(\varphi_{1,2}(0)) = \begin{cases} 1/2\pi, & 0 \leq \varphi_{1,2}(0) \leq 2\pi \\ 0, & \varphi_{1,2}(0) < 0, \varphi_{1,2}(0) > 2\pi \end{cases}. \quad (5)$$

Ширина смуги розкиду частот  $\Delta f$  була задана як  $\Delta f = \xi \langle f \rangle$ , де  $\xi$  – безрозмірний коефіцієнт, який характеризує недосконалість технології виготовлення СМНО. Для існуючої технології виготовлення СМНО [14, 15] цей коефіцієнт

приблизно лежить у межах:  $0.05 < \xi < 0.5$ .

Оскільки частоти  $f_j$  є випадковими величинами, що задані законом розподілу (2), а початкові «узагальнені фази»  $\varphi_1(0)$ ,  $\varphi_2(0)$  є випадковими величинами, що описуються законом розподілу (5), зрозуміло, що поведінка розв'язків системи (1) також може бути випадковою (принаймні, частково). Враховуючи це, результати аналізу розв'язків системи (1) мають бути статистично усереднені, що дозволить отримати достовірну інформацію щодо динаміки «узагальнених фаз» для системи двох слабо зв'язаних СМНО з випадковими власними параметрами. Статистичне усереднення, проведене в даній роботі за процедурою, вказаній у [19], показало, що ця операція не змінює критерій синхронізації двох СМНО. Відповідно далі розглянемо лише особливості числового аналізу системи (1), пропускаючи інформацію щодо процедури статистичного усереднення [19].

Алгоритм числового аналізу полягав у наступному:

1) Задавались певні значення амплітуди  $\Lambda$  та фази  $\beta$  коефіцієнта зв'язку, характерний розкид власних частот  $\Delta f$  або коефіцієнт  $\xi$ . Також задавався проміжок часу  $t \in [0; T]$  протягом якого досліджується динаміка системи.

2) Генерувався випадковий вектор початкових «узагальнених фаз»  $\vec{\varphi}(0) = \{\varphi_1(0), \varphi_2(0)\}$ , виходячи із закону розподілу (5), та випадковий вектор власних частот  $\vec{f} = \{f_1, f_2\}$ , використовуючи закон розподілу (2) для відомого значення  $\Delta f$ .

3) Числовими методами розв'язувалась система рівнянь (1) для обраних значень  $\Lambda$ ,  $\beta$ ,  $\varphi_1(0)$ ,  $\varphi_2(0)$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  і визначались функції  $\varphi_1(t)$  та  $\varphi_2(t)$ ,  $t \in [0; T]$ .

4) За відомими функціями  $\varphi_1(t)$  та  $\varphi_2(t)$  розраховувався модуль параметра порядку  $R(t)$  згідно виразу (4).

5) Задавався проміжок часу  $[T - \tau; T]$  на якому буде досліджуватись стан системи. За такого вибору проміжку часу автоматично враховується той факт, що в початкові моменти часу  $t \ll T$  динаміка системи може бути сильно нерівноважною, а при  $t \rightarrow T$  динаміка системи, як правило, є більш усталеною. За відомими значеннями  $R(t)$  розраховувалось середнє

значення цієї функції  $\langle R \rangle_\tau$  на проміжку часу  $[T - \tau; T]$  та характерне значення амплітуди її осциляцій  $\langle \Delta R \rangle_\tau$ :

$$\langle R \rangle_\tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R(t_i), \quad (6)$$

$$\langle \Delta R \rangle_\tau = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n [R(t_i) - \langle R \rangle_\tau]^2}, \quad (7)$$

де  $n$  – кількість відліків часу  $t_i$  на проміжку часу  $[T - \tau; T]$ .

б) Задавалась припустима відносна величина амплітуди осциляцій  $0 < \mu < 1$ . Якщо для заданого  $\mu$  виконувалось співвідношення

$$\langle \Delta R \rangle_\tau < \mu \langle R \rangle_\tau, \quad (8)$$

вважалося що СМНО є синхронізованими на проміжку часу  $[T - \tau; T]$ .

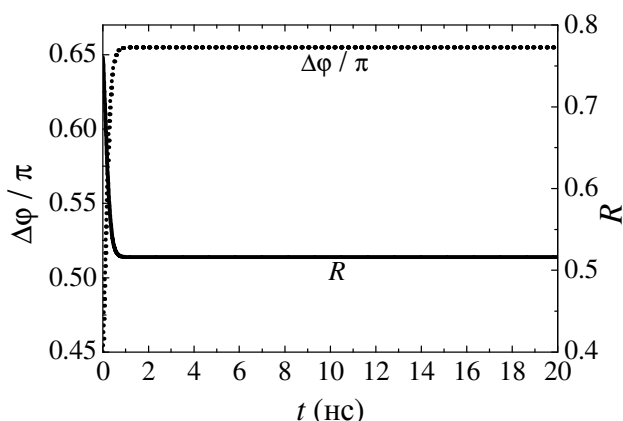


Рис 1. Часові залежності нормалізованої різниці фаз  $\Delta\varphi/\pi$  (пунктирна крива) та амплітуди  $R$  комплексного параметра порядку (4) (суцільна крива);  $\beta = 5\pi/4$ .

### Результати та їх аналіз

Числовий аналіз проводився для системи двох слабко зв'язаних СМНО з наступними параметрами (визначеними згідно п.п. 1, 2):  $\Lambda/2\pi = 4$  ГГц,  $f_1 = 12.5$  ГГц,  $f_2 = 10$  ГГц,  $\langle f \rangle = 11.25$  ГГц,  $\vec{\varphi}(0) = \{\pi; 1.45\pi\}$ ,  $\xi = 0.05$ . Використовуючи алгоритм, наведений вище, було розраховано динаміку різниці «узагальнених фаз»  $\Delta\varphi \equiv \Delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t)$  для двох значень фази коефіцієнта зв'язку:  $\beta = 5\pi/4$  (пунктирна лінія на рис. 1) та  $\beta = \pi/2$  (пунктирна лінія на рис. 2). На тих же графіках суцільною лінією показано часову залежність модуля комплексного параметра порядку

$R \equiv R(t)$ . З рис. 1, 2 видно, що абсолютне значення  $R(t)$  характеризує лише «близькість» «узагальнених фаз»  $\varphi_1(t)$  та  $\varphi_2(t)$  в деякий момент часу. Проте поведінка  $R(t)$  протягом досить тривалого проміжку часу  $[t; t + \tau]$  свідчить про існування або відсутність синхронізації СМНО.

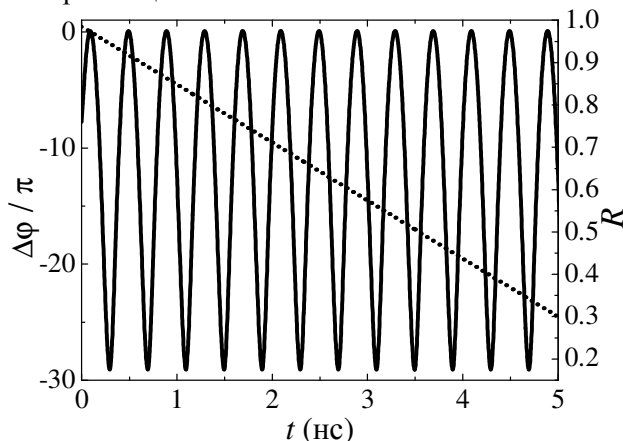


Рис 2. Часові залежності нормалізованої різниці фаз  $\Delta\varphi/\pi$  (пунктирна крива) та амплітуди  $R$  комплексного параметра порядку (6) (суцільна крива);  $\beta = \pi/2$ .

Проведені дослідження показали, що величина  $R(t)$  залежить від співвідношення початкових фаз  $\vec{\varphi}(0) = \{\varphi_1(0), \varphi_2(0)\}$  і величини  $\Lambda$ . Якщо значення  $\Lambda$  менше деякої порогової величини, характерної для заданих  $\vec{f} = \{f_1, f_2\}$  і близької до значення різниці власних частот  $\Delta f$ , синхронізація не відбуватиметься. Проте фаза коефіцієнта зв'язку  $\beta$  впливатиме ще суттєвіше, що видно з порівняння рис. 1, 2. Так для значень  $\beta$  близьких до  $(2k+1)\pi/2$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , синхронізація взагалі відбуватися не буде (див. рис. 2), незалежно від величини  $\Lambda$ .

### Висновки

Показано, що часова залежність комплексного параметра порядку системи двох слабко зв'язаних СМНО може бути немонотонною або осцилюючою. Відповідно, для надійного визначення стану системи (є синхронізація чи її немає) необхідно проводити аналіз не абсолютних значень комплексного параметра порядку в деякий момент часу, а досліджувати зміни цього параметра протягом

певного періоду часу. За допомогою числового аналізу також встановлено, що синхронізація двох СМНО є найбільш ефективною, коли амплітуда коефіцієнта зв'язку  $\Lambda$  є більшою за різницю власних циклічних частот осциляторів, а фаза коефіцієнта зв'язку відрізняється від

$$(2k+1)\pi/2, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Робота була підтримана грантом Державного фонду фундаментальних досліджень України (проект F64/8).

#### Список використаних джерел

1. *Pikovsky A.* Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences / A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007. – 433 p.
2. *Žutić I.* Spintronics: Fundamentals and applications / I. Žutić, J. Fabian, S. Das Sarma // *Rev. Mod. Phys.* – 2004. – **76**, № 2. – P. 323-410.
3. *Slonczewski J.C.* Current-driven excitation of magnetic multilayers / J.C. Slonczewski // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1996. – **159**, № 1-2. – P. L1-L7.
4. *Berger L.* Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current / L. Berger // *Phys. Rev. B* – 1996. – **54**, №13. – P. 9353-9358.
5. *Myers E.B.* Current-induced switching of domains in magnetic multilayer devices / E.B. Myers, D.C. Ralph, J.A. Katine, R.N. Louie, R.A. Buhrman // *Science*. – 1999. – **285**, № 5429. – P. 867-870.
6. *Kiselev S.I.* Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current / S.I. Kiselev, J.C. Sankey, I.N. Krivorotov, N.C. Emley, R.J. Schoelkopf, R.A. Buhrman, D.C. Ralph // *Nature*. – 2003. – **425**, №6956. – P. 380-383.
7. *Krivorotov I.N.* Time-domain measurements of nanomagnet dynamics driven by spin-transfer torques / I.N. Krivorotov, N.C. Emley, J.C. Sankey, S.I. Kiselev, D.C. Ralph, R.A. Buhrman // *Science*. – 2005. – **307**, №5707. – P. 228-231.
8. *Kaka S.* Mutual phase-locking of microwave spin torque nano-oscillators / S. Kaka, M.R. Pufall, W.H. Rippard, T.J. Silva, S.E. Russek, J.A. Katine // *Nature*. – 2005. – **437**, №7057. – P. 389-392.
9. *Mancoff F.B.* Phase-locking in double-point-contact spin-transfer devices / F.B. Mancoff, N.D. Rizzo, B.N. Engel, S. Tehrani // *Nature*. – 2005. – **437**, №7057. – P. 393-395.
10. *Tulapurkar A.A.* Spin torque diode effect in magnetic tunnel junctions / A.A. Tulapurkar, Y. Suzuki, A. Fukushima, H. Kubota, H. Maehara, K. Djayaprawira, N. Watanabe, S. Yuasa // *Nature*. – 2005. – **438**, № 7066. – P.

#### References

1. PIKOVSKY, A., ROSENBLUM, M., KURTHS, J. (2007) *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences*, Cambridge: Cambridge Univ. Press.
2. ŽUTIĆ, I., FABIAN, J., DAS SARMA, S. (2004) Spintronics: Fundamentals and applications. *Rev. Mod. Phys.* 76 (2). p. 323-410.
3. SLONCZEWSKI, J. (1996) Current-driven excitation of magnetic multilayers. *J. Magn. Magn. Mater.* 159 (1-2). p. L1-L7.
4. BERGER, L. (1996) Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current. *Phys. Rev. B.* 54 (13). p. 9353-9358.
5. MYERS, E., RALPH, D., KATINE, J., LOUIE, R., BUHRMAN, R. (1999) Current-induced switching of domains in magnetic multilayer devices. *Science*. 285 (5429). p. 867-870.
6. KISELEV, S.I., SANKEY, J.C., KRIVOROTOV, I.N., EMLEY, N.C., and RALPH, D.C. (2003) Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current. *Nature*. 425 (6956). p. 380-383
7. KRIVOROTOV, I.N., EMLEY, N.C., SANKEY, J.C., RALPH, D.C. and BUHRMAN, R.A. (2005) Time-domain measurements of nanomagnet dynamics driven by spin-transfer torques. *Science*. 307 (5707). p. 228-231.
8. KAKA, S., PUFALL, M.R., RIPPARD, W.H., SILVA, T.J., and KATINE, J.A. (2005) Mutual phase-locking of microwave spin torque nano-oscillators. *Nature*. 437 (7057). p. 389-392.
9. MANCOFF, F.B., RIZZO, N.D., ENGEL, B.N. and TEHRANI, S. (2005) Phase-locking in double-point-contact spin-transfer devices. *Nature*. 437 (7057). p. 393-395.
10. TULAPURKAR, A., SUZUKI, Y., FUKUSHIMA, A., KUBOTA, H., MAEHARA, H., TSUNEKAWA, K., DJAYAPRAWIRA, D., WATANABE, N. and YUASA, S. (2005) Spin torque diode effect in magnetic tunnel junctions. *Nature*. 438 (7066). p. 339-342.
11. PROKOPENKO, O., BANKOWSKI, E., MEITZLER, T., TIBERKEVICH, V. and SLAVIN, A. (2011) Spin-torque nano-oscillator

- 339-342.
11. Prokopenko O. Spin-Torque Nano-Oscillator as a Microwave Signal Source/ O. Prokopenko, E. Bankowski, T. Meitzler, V. Tiberkevich, A. Slavin // *IEEE Magn. Lett.* – 2011. – **2**. – P. 3000104.
12. Prokopenko O.V. Microwave detectors based on the spin-torque diode effect/ O.V. Prokopenko, A.N. Slavin // *Low Temp. Phys.* – 2015. – **41**, № 5. – P. 457-465.
13. Locatelli N. Spin-torque building blocks / N. Locatelli, V. Cros, J. Grollier // *Nature Mater.* – 2014. – **13**, №1. – P. 11-20.
14. Katine J.A. Device implications of spin-transfer torques / J.A. Katine, E.E. Fullerton // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2008. – **320**, №7. – P. 1217-1226.
15. Silva T.J. Developments in nano-oscillators based upon spin-transfer point-contact devices / T.J. Silva, W.H. Rippard // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2008. – **320**, №7. – P. 1260-1271.
16. Ruotolo A. Phase-locking of magnetic vortices mediated by antivortices / A. Ruotolo, V. Cros, B. Georges, A. Dussaux, J. Grollier, C. Deranlot, R. Guillemet, K. Bouzehouane, S. Fusil, A. Fert // *Nature Nanotech.* – 2009. – **4**, №8. – P. 528-532.
17. Slavin A.N. Nonlinear auto-oscillator theory of microwave generation by spin-polarized current / A.N. Slavin, V.S. Tiberkevich // *IEEE Trans. Magn.* – 2009. – **45**, № 4. – P. 1875-1918.
18. Прокопенко О.В. Взаємна фазова синхронізація двох нанорозмірних магнітних структур з урахуванням запізнення сигналу / О.В. Прокопенко // *Радіоелектроніка. Інформатика. Управління.* – 2010. – № 2. – С. 11-15.
19. Prokopenko O.V. Dynamics of generalized phases in a system of two weakly-coupled spin-torque nano-oscillators with random eigen frequencies: the case of global coupling/ O.V. Prokopenko, B.I. Karpiak, O.R. Sulymenko // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Радіофізика та електроніка.* – 2013. – № 19. – С. 47-51.
20. Slavin A.N. Theory of mutual phase locking of spin-torque nanosized oscillators / A.N. Slavin, V.S. Tiberkevich // *Phys. Rev. B.* – 2006. – **74**, №10. – P. 104401.
- as a microwave signal source. *IEEE Magn. Lett.* 2. p. 3000104.
12. PROKOPENKO, O., SLAVIN, A. (2014) Microwave detectors based on the spin-torque diode effect. *Low Temp. Phys.* 41(5). p. 457-465.
13. LOCATELLI, N., CROS, V., GROLLIER, J. (2014) Spin-torque building blocks. *Nature Mater.* 13(1) p. 11-20.
14. KATINE, J., FULLERTON, E. Device implications of spin-transfer torques. *J. Magn. Magn. Mater.* 320 (7). p. 1217-1226.
15. SILVA, T., RIPPARD, W. (2008) Developments in nano-oscillators based upon spin-transfer point-contact devices. *J. Magn. Magn. Mater.* 320 (7). p. 1260-1271.
16. RUOTOLO, A., CROS, V., GEORGES, B., DUSSAUX, A., GROLLIER, J., DERANLOT, C., GUILLEMET, R., BOUZEHOUE, S., FUSIL, S. and FERT, A. (2009) Phase-locking of magnetic vortices mediated by antivortices. *Nature Nanotech.* 4 (8). p. 528-532.
17. SLAVIN, A., TIBERKEVICH, V. (2009) Nonlinear auto-oscillator theory of microwave generation by spin-polarized current. *IEEE Trans. Magn.* 45 (4). p. 1875-1918.
18. PROKOPENKO, O.V. (2010) Mutual phase-locking of two nano-size magnetic structures considering an influence of signal delay. *Radio Electronics, Computer Science, Control.* 2. p. 11-15.
19. PROKOPENKO, O., KARPIAK, B., SULYMENKO, O. (2013) Dynamics of generalized phases in a system of two weakly-coupled spin-torque nano-oscillators with random eigen frequencies: the case of global coupling. *Bulletin of National Taras Shevchenko University of Kyiv. Radiophysics and Electronics.* 19. p. 47-51.
20. SLAVIN, A., TIBERKEVICH, V. (2006) Theory of mutual phase locking of spin-torque nanosized oscillators. *Phys. Rev. B.* 74(10). p. 104401.

Надійшла до редколегії 29.01.2016