УДК 550.3 (519.21)

З. Вижва, д-р фіз.-мат. наук, доц.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СЕЙСМІЧНОГО ШУМУ У ЧОТИРИВИМІРНІЙ ОБЛАСТІ ЗМІННИХ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕОЛОГІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром геол. наук, проф. М.Н. Жуковим)

Розглянуто задачу статистичного моделювання випадкових полів у чотиривимірній області змінних (однорідних за часом та однорідних ізотропних за 3-D просторовими координатами) при впровадженні у сейсмологічні дослідження для визначення частотних характеристик геологічного середовища. Побудовано модель та сформульовано алгоритм чисельного моделювання реалізацій таких випадкових полів на основі модифікованих інтерполяційних розкладів Котельникова-Шеннона для генерування адекватних реалізацій шуму сейсмограм.

Вступ. У статті розглянуто задачу статистичного моделювання реалізацій випадкових полів з обмеженим спектром, які залежать від часу та задані у тривимірній області, для впровадження в сейсмологічні дослідження з потребами визначення частотних характеристик геологічного середовища під будівельними майданчиками. Побудовано модель та на основі оцінок похибок середньоквадратичного наближення таких випадкових полів цією моделлю сформульовано алгоритм для чисельного моделювання реалізацій полів, адекватних реалізаціям шуму сейсмограм.

Це є подальшим узагальненням вирішених у роботах [2, 3, 4, 5, 15] задач стосовно збільшення розмірності простору, в якому зосереджена область спостереження.

Реалізації статистичного моделювання таких випадкових полів важливо використовувати на практиці для виділення сейсмічного шуму від зовнішнього впливу і для того, щоб отримати відповідні оцінки частотних характеристик геологічного середовища тривимірної області спостереження. Вказані оцінки необхідно враховувати при будівництві об'єктів різного призначення з метою забезпечення надійності споруд.

Моделі та алгоритми статистичного моделювання випадкових процесів та полів на основі розкладів в ряди Фур'є, Фур'є-Бесселя та в ряди по синк-функціям (інтерполяційні формули Котельникова-Шеннона) використовується в геологічних науках порівняно недавно: [14, 11, 8, 12, 10] та ін.

В статті розглянуто перспективи застосування побудованих моделей та алгоритмів статистичного моделювання випадкових процесів та полів до задачі дослідження параметрів сейсмічного шуму для потреб визначення частотних характеристик геологічного середовища під будівельними майданчиками на тривимірній області спостереження.

1. Модель та алоритм

При статистичному моделюванні спостережених шумів сейсмограм використовувався метод, розроблений на основі спектрального розкладу [9] та модифікованої теореми [2] Котельникова-Шеннона для випадкових полів з обмеженим спектром, однорідних за часом та однорідних ізотропних за просторовими тривимірними координатами.

Вказано розклад у модифікований ряд Котельникова-Шеннона для таких випадкових полів та тримано оцінки їх середньоквадратичного наближення частковими сумами цього розкладу з використанням результатів [7] та [2].

На основі такого розкладу побудовано модель [15] гауссівського однорідного за часом та однорідного ізотропного за просторовими тривимірними координатами випадкового поля $\xi(t,\rho,\theta,\phi)$ на $R\times R^3$ з обмеженим спектром, зосередженим на інтервалі [$-\tilde{\omega},\tilde{\omega}$], у вигляді :

$$\tilde{\xi}_{N,M}(t,\rho,\theta,\phi)=\sum_{k=-N}^{N}\frac{\sin\omega\left(t-\frac{k\pi}{\omega}\right)}{\omega\left(t-\frac{k\pi}{\omega}\right)}\left\{\sum_{m=0}^{M}\sum_{1=0}^{m}c_{m,1}P_m^1(\cos\theta)\left[\cos l\varphi\varsigma_{m,1}^1\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)+\sin l\varphi\varsigma_{m,2}^1\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)\right]\right. \tag{1}$$

де ω – будь-яке число: $\omega>\tilde{\omega}$, $\varsigma_{m,1}^1\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)$, $\varsigma_{m,2}^1\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)$, $m=0,1,...M$; $l=0,1,...m$; $k=-\overline{N,N}$ − послідовності гауссівських випадкових процесів, які задовольняють умовам:

$$E\varsigma_{m,i}^1\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)=0,$$

$$E\varsigma_{m,i}^1\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)\varsigma_{n,j}^{\tilde{l}}\left(\frac{\tilde{k}\pi}{\omega},\rho\right)=\delta_l^{\tilde{l}}\delta_i^l\delta_n^m\tilde{b}_m\left(\frac{\left(k-\tilde{k}\right)\pi}{\omega},\rho\right);$$

$$m,n=0,1,...M;\ l,\tilde{l}=0,1,...m;\ k,\tilde{k}=-\overline{N,N};\ \text{i,j=1,2}. \tag{2}$$

Причому, $\left\{\tilde{b}_m(t-s,\rho)\right\}$ − послідовність додатно визначених ядер на $R\times R_+$, які можна обчислити за просторово-часовим спектром $\Phi(du,d\lambda)$ випадкового поля $\xi(t,\rho,\theta,\phi)$ та для яких виконується така умова: $\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{b}(t-s,p)<\infty$. Вони мають наступний вигляд:

$$\tilde{b}_m(t-s,p)=\int_{|u|\le\tilde{\omega}}\int_0^{+\infty}e^{i(t-u)}J_m^2(\rho\lambda)\Phi(du,d\lambda) \tag{3}$$

де $J_m(u)$ − функція Бесселя першого роду порядку m.

Сформульовано алгоритм статистичного моделювання реалізацій гауссівських однорідних за часом та однорідних ізотропних за тривимірними просторовими змінними випадкових полів $\xi(t,\rho,\theta,\phi)$ з обмеженим за часом t спектром.

Алгоритм

1. Вибираємо, відповідно до необхідної точності ε > 0, натуральні числа N та M для моделі (1) за допомогою однієї з наступних нерівностей:

$$\frac{5\pi\rho^3}{4M^2}\tilde{\mu}_3+\frac{\gamma^2(t)}{N^2}\frac{1}{\left(1-\frac{\tilde{\omega}}{\omega}\right)^2}\tilde{B}_M(0,\rho)<\varepsilon,$$

$$\frac{5\pi\rho^3}{4M^2}\tilde{\mu}_3+\frac{L_0^2(t)\omega^2}{(\omega-\nu)^2N^2}\tilde{B}_M(0,\rho)<\varepsilon,$$

$$\frac{5\pi\rho^3}{4M^2}\tilde{\mu}_3 + \frac{4}{\pi^2(2N-1)}\tilde{B}_M(0,\rho) < \varepsilon,$$

де ρ –полярний радіус, ω – будь-яке фіксоване число, яке задовольняє умові: $\omega > v = \sup_{u\in\Lambda}|u|$,

$\tilde{\mu}_3 = \int_{-\tilde{\omega}}^{+\tilde{\omega}}\int_0^{+\infty}\lambda^3\Phi(du,d\lambda)$, $\tilde{B}_M(0,\rho) = \tilde{b}_0(0,\rho) + 2\sum_{m=1}^{M}\tilde{b}(0,\rho)$,

$\gamma(t) = \dfrac{4\left(\dfrac{\omega}{\pi}|t|+1\right)}{\pi}$, $L_0(t) = \dfrac{2}{1-e^{-\pi}}\left(\dfrac{2}{\pi}\right)|\sin\omega t|$.

Моделюємо послідовності гауссівських випадкових величин (ρ – фіксований полярний радіус) $\varsigma^1_{m,1}\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)$, $\varsigma^1_{m,2}\left(\frac{k\pi}{\omega},\rho\right)$, $m = 0,1,...M$; $l = 0,1,...m$; $k = -\overline{N,N}$ які задовольняють умовам (2).

2. Обчислюємо вираз (1) у заданій точці $(t,\rho,\theta,\phi) \in [-T,T] \times A^2,\ A^2 \subset R^2$, підставляючи в нього обчислені за попередніми пунктами 1 та 2 величини *N* та *M* і послідовності значень гауссівських випадкових величин.

3. Перевіряємо згенеровану за п. 3 реалізацію випадкового поля $\xi(t,\rho,\theta,\phi)$ у точках сітки в області спостереження на адекватність даним цього випадкового поля шляхом порівняння відповідних статистичних характеристик.

1. Практичне використання моделі поля із просторово-часовою кореляційною функцією

Для практичного використання розробленого алгоритму та моделі (1) чисельного моделювання реалізацій дійснозначних однорідних за часом t, однорідних ізотропних за змінними r,θ,φ на $R \times R^3$ випадкових полів $\xi(t,r,\theta,\varphi)$ з обмеженим спектром із просторово-часовою кореляційною функцією $B_z(\tau,\rho)$ необхідно зазначити наступне. При моделюванні випадкових полів із такою кореляцією можна скористатись різними підходами [6]. При цьому потрібно врахувати, що моделі просторово-часової кореляційної структури підрозділяють на два види: перший, що враховує розподіл на просторову та часову компоненти та другий – такий, що цього розподілу не передбачає. Нижче наведено згадані моделі, які мають на даний час найбільше поширення.

Метрична модель використовує узагальнену змінну, яка моделює евклідову просторово-часову метрику для коваріаційної функції:

$$B_z(\tau,\rho) = B\left(a^2|\rho| + b^2\tau^2\right),$$

де *a, b* – дійснозначні коефіцієнти. Така модель базується на припущенні однакового типу моделі для просторової та часової коваріаційної функції із можливими відмінностями тільки у радусі кореляції.

Лінійна модель розділяє просторово-часову коваріацію на просторову та часову компоненти та її загальна формула є їх сумою:

$$B_z(\tau,\rho) = B_x(\rho) + B_t(\tau),$$

де $B_t(\tau)$ – часова компонента коваріаційної функції; $B_x(\rho)$ – просторова компонента коваріаційної функції.

Модель добутку просторово-часової коваріації також заснована на розділенні залежності за простором та часом, але, на відміну від попереднього випадку, модель будується, як добуток цих компонент:

$$B_z(\tau,\rho) = kB_x(\rho)B_t(\tau), \quad (4)$$

де k – параметр.

Просторово-часова модель коваріації може бути переписана в термінах просторово-часової варіограми:

$$\gamma_z(\rho,\tau) = k\Big(B_t(0)\gamma_x(h) + B_x(0)\gamma_t(\tau) - \gamma_x(h)\gamma_t(\tau)\Big), \quad (5)$$

де $\gamma_z(\rho,\tau)$ – просторово-часова варіограма; $\gamma_t(\tau)$ – часова компонента варіограми; $\gamma_x(h)$ – просторова компонента варіограми; $B_z(0,0)$ – плато просторово-часової варіограми $\gamma_z(\rho,\tau)$; $B_x(0)$ – плато просторової компоненти варіограми $\gamma_x(h)$; $B_t(0)$ – плато часової компоненти варіограми $\gamma_t(\tau)$.

Параметр k можна визначити із рівняння (5):

$$k = \frac{B_z(0,0)}{B_x(0)B_t(0)},$$

щоби при нульових відстанях по простору $(|h|=0)$ і/або часові (t=0) залишалась тільки потрібна компонента.

Модель добутку-суми, яка розділяє просторову та часову компоненти за правилом добутку-суми, тобто зводить лінійну модель та модель добутку разом:

$$B_z(\tau,\rho) = k_1B_x(\rho)B_t(\tau) + k_2B_x(\rho) + k_3B_t(\tau), \quad (6)$$

де $k_1,\ k_2,\ k_3$ – коефіцієнти, які можна визначити із наступних співвідношень:

$$k_1 = \frac{B_x(0) + B_t(0) - B_z(0,0)}{B_x(0)B_t(0)},$$

$$k_2 = \frac{B_z(0,0) - B_t(0)}{B_x(0)},$$

$$k_3 = \frac{B_z(0,0) - B_x(0)}{B_t(0)}.$$

Відповідна просторово-часовій кореляційній функції $B_z(\tau,\rho)$ вигляду (6) випадкового поля $\xi(t,r,\theta,\varphi)$ модель просторово-часової варіограми $\gamma_z(\rho,t)$ цього поля задана виразом:

$$\gamma_z(\rho,\tau) = \left(k_1B_x(0) + k_3\right)\gamma_t(\tau) + \\ +\left(k_1B_t(0) + k_2\right)\gamma_x(h) - k_1\gamma_x(h)\gamma_t(\tau)$$

де $B_x(0)$ – дисперсія просторових проб, $B_t(0)$ – дисперсія часових проб, а коефіцієнти $k_1,\ k_2,\ k_3$ – ті самі, що і для просторово-часової кореляційної функції $B_z(\tau,\rho)$ у формулі (6).

Також можна використовувати інший підхід до моделювання просторово-часової кореляції, який дозволяє отримати класи нерозділених просторово-часових стаціонарних коваріаційних функцій. Цей підхід базується на використанні частотного представлення коваріаційної функції.

2. Спектральний аналіз виділеного та згенерованого шуму

Оцінки частотних характеристик геологічного середовища тривимірні області спостереження (наприклад, під будівельними майданчиками) можна отримати шляхом розрахунку та побудови графіків амплітудного та фазового спектрів шумів в сейсмограмах пунктів спостережень у такій області. Розрахунки можна проводити прямим способом [1], тобто методом періодограм. Далі потрібно будувати спектральне відношення земної кори, яке не залежить від спектра падаючих сейсмічних хвиль, а визначається виключно будовою геологічного середовища під досліджуваним пунктом.

Висновки. Розроблено модель та алгоритм статистичного моделювання однорідних за часом, однорідних ізотропних за тривимірними змінними випадкових полів з обмеженим спектром, застосування яких проілюстровано на прикладі генерування реалізацій шуму сейсмограм плоскої області спостереження [4] та розглянуто перспективу для сейсмограм тривимірної області спостереження. Такі результати є продовженням напрямку досліджень, започаткованим у роботах [2, 3, 4 і 5] і є важливим доповненням до методів Монте-Карло, які використовуються в геології, наприклад, у [10].

Список використаних джерел

1. *Бат М.* Спектральный анализ в геофизике. Пер. с англ. / Бат М. – М.: Недра, 1980. – 535 с.
2. *Вижва З.О.* Статистичне моделювання випадкових процесів та полів./ Вижва З.О. – К.: Обрії, 2011. –с. 388.
3. *Вижва З.О.* Статистичне моделювання сейсмічного шуму у двовимірній області змінних для визначення частотних характеристик геологічного середовища / Вижва З.О. // Вісн Київ. ун-ту. Геологія. – 2012. – №59. – С. 65-67.
4. *Вижва З.О.* Статистичне моделювання сейсмічного шуму у тривимірній області змінних для визначення частотних характеристик геологічного середовища / Вижва З.О. // Вісн Київ. ун-ту. Геологія. – 2013 (Здано до друку).
5. *Вижва З.О.* Визначення частотних характеристик геологічного середовища під будівельними майданчиками з використанням статистичного моделювання сейсмічного шуму на прикладі спостережень в м. Одесі / Кендзера О.В., Вижва З.О., Федоренко К. В., Вижва А.С. // Вісн Київ. ун-ту. Геологія. – 2012. – №58.
6. Демьянов В.В. Геостатистика. / Демьянов В.В., Савельева Е.А. / Под ред. Арутюняна Р.В. М.: Наука. -2010. – 327 с.
7. *Оленко А.Я.* Порівняння оцінок помилки апроксимації в теоремі Котельникова -Шеннона./ Оленко А.Я. // Вісник Київ. нац. ун- ту. – 2005. – Вип. 13 . – С. 41-45.
8. *Пригарин С.М.* Методы численного моделирования случайных процессов и полей / Пригарин С. М. Новосибирск: Изд-во ИВМ и МГ, 2005.-.259 с.
9. *Ядренко М.И.* Спектральная теория случайных полей / Ядренко М.И. /. – К., – 1980.
10. *Chiles J.P.* Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty / Chiles J.P., Delfiner P. / John Wiley & Sons, Inc. New York, Toronto. – 2009.- 720 p.
11. *Gneiting T.* Symmetric Positive Definite Functions with Applications in Spatial Statistics / Gneiting T. / Von der Universitat Bayeuth zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung. – 1997. – P.107.
12. *Schlather M.* Introduction to Positive Define Functions and to Unconditional Simulation of Random Fields / Schlather M. /Technical Report ST-99-10. Lancaster University, UK. – 1999.
13. *Lantuejoul C.* Geostatistical simulations: models and algoritm / Lantuejoul C. / Shpringer. – 2001.- 256 p.
14. *Mantoglov A.* Simulation of random fields with turning bands method / Mantoglov A., Wilson John L. // "MIT Ralph M.Parsons Lab. Hydrol. And Water Syst. Rept", -1981,- N 264, -199 p.
15. *Vyzhva Z.O.* Statistical Simulation of 4D random fields by means of Kotelnikov-Shennon decomposition /Vyzhva Z.O.,Fedorenko K.V. // Conference materials: International Conference "Modern Stochastics: Theory and Applications III" Dedicated to 100th anniversary of B.V. Gnedenko and 80th anniversary of M.I. Yadrenko. September 10-14, 2012, Kyiv, Ukraine.- P. 21.

Надійшла до редколегії 04.03.13

З. Выжва, д-р физ.-мат. наук, доц
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОГО ШУМА В ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ ОБЛАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Рассмотрена задача статистического моделирования случайных полей в четырёхмерной области переменных (однородных по времени и однородных изотропних за 3-D пространственными координатами) при внедрении в сейсмологические исследования для определения частотных характеристик геологической среды. Построена модель и сформулирован алгоритм численного моделирования реализаций таких случайных полей на основании модифицированных интерполяционных разложений Котельникова-Шеннона для генерирования адекватных реализаций шума сейсмограмм.

Z. Vyzhva, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Assos. Prof.
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

THE STATISTICAL SIMULATION OF 4-D SEISMIC NOISE FOR FREQUENCY CHARACTERISTICS OF GEOLOGY ENVIRONMENT DETERMINATION

The problem of random fields in 4-D space (homogeneous in time as well as homogeneous isotropic in the 3-D space) statistical simulation has been considered for the introducing into seismic research into frequency characteristics of geology environment. Statistical model of such random fields and numerical simulation algorithm have been developed on the basis of modified Kotelnikov-Shennon interpolation sums for generating of adequate realizations seismic noise.

ЕКОНОМІЧНА ГЕОЛОГІЯ

УДК 502.64

М. Курило, канд. геол. наук, Ю. Бондар, асп.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

ПЕРСПЕКТИВИ ОСВОЄННЯ ГЕОЛОГІЧНИХ ПАМ'ЯТОК КРИВОРІЖЖЯ З МЕТОЮ НАУКОВО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ТА ТУРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром геол.-мін. наук, проф. М.М. Коржневим)

Визначено об'єкти з найсприятливішими характеристиками для подальшого збереження й освоєння. До таких належать: гранітоїди с. Лозуватки, кварцити с. Латівки, амфіболіти с. Рахманово, відслонення скелюватської світи криворізької серії, скелі МОДРу, Карачунівські граніти, Кіровський історико-геологічний заповідник, балка Північна Червона. Розроблено екскурсійний маршрут по геологічним пам'яткам Криворіжжя. Пропонується методика визначення вартості геологічних об'єктів, які мають важливе наукове, культурне, освітньо-пізнавальне значення.

Постановка проблеми та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Геологічна пам'ятка природи (ГПП) – унікальний або типовий об'єкт (комплекс взаємопов'язаних об'єктів) природного походження, який найбільш повно для даної місцевості відображає певні етапи розвитку земної кори, протікання геологічних процесів та їх результати, являє собою наукову, освітню, культурно-пізнавальну, естетичну цінність, доступний для спостереження й вивчення і охороняється державою. В чинному законодавстві передбачено освоєння геологічних пам'яток, зокрема, в ст.14 Кодексу України про надра визначено такий вид користування надрами як "створення геологічних територій та об'єктів, що мають важливе наукове, культурне, сані-