П. Перейра, д-р наук, Paulo@mruni.eu,
Центр Менеджмента Окружающей Среды,
Университет Миколаса Ромериса,
Атейтис, 20, LT-08303 Вильнюс, Литва,
М. Олива, д-р наук, Moliva@campus.ul.pt,
Институт Географии и Территориального Планирования,
Университет Лиссабона,
Аламеда де Университидад, 1600-214 – Лиссабон, Португалия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОФОБНЫХ СВОЙСТВ ПОЧВ В УСЛОВИЯХ НЕОБРАБАТЫВАЕМЫХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ЗЕМЕЛЬ

Гидрофобность почв является естественным свойством, которое связано с влиянием эрозионных процессов, инфильтрации воды, поверхностных и подземных гидрогеологических процессов, питательных веществ, выщелачивание и роста растений.

Цель: Исследование пространственного распределения и определение наиболее точных методов интерполяции для оценки гидрофобности почв в пределах необрабатываемых сельскохозяйственных земель.

Методика: Был избран участок площадью 21 м^2 (7х3 м). Внутри этого участка гидрофобность почв определялась с шагом 50 см. С целью определения наиболее надежной карты были протестированы несколько методов интерполяции – обычный кригинг, обратнае расстояние к весу с силой 1, 2, 3, 4 и 5, Радиальная: базисная функция (Обратная, мультиквадратическая, мультилогарифмическая, натуральный кубический сплайн и тонкой пластины, сплайн), Локальный полином с силой 1 и 2.

Результаты: Полученные результаты показывают, что гидрофобность почв очень неоднородна, даже на небольших расстояниях. Последнее свидетельствует, что гидрологические свойства почвы могут меняться очень быстро в пространстве. Сферическая модель стала лучшим предвестником гидрофобности почв. Кроме того, наиболее точным методом интерполяции стал Мультилогарифмический метод, а наиболее обоснованный метод – кубического сплайна .

Новизна: Исследование нескольких методов интерполяции пространственного распределения гидрофобности почв изучалось ранее, а следовательно приведенные материалы несут новую информацию в данной сфере исследований.

Практическое значение: Более точная интерполяция гидрофобности почв и других показателей поможет глубже понять тонкие процессы в рамках больших площадей. Картирование с высокой точностью улучшит модели и сделает весомый вклад в прогнозирование эрозии почв.

UDC 539.3+552.11

M. Lavrenyuk, PhD, Associate Prof.
The Faculty of Mechanics and Mathematics
Taras Shevchenko National University of Kyiv
4-e Acad. Glushkov Ave., Kyiv, 03127 Ukraine
E-mail: mykolalav@ukr.net

MODELLING OF STRESS-STRAIN STATE OF CRUSTAL SYSTEMS IN CONTEXT OF SPACE PROBLEM DURING THE GRANITE FORMATION

(Reviewed by the editorial board member V. Shevchuk)

The problem of granites holds a special place in geology. Research of the granite formation problem leads to a number of partial problems, among those the question of depth of the granite generation and mechanisms of provision of space for large granitoid solids are distinguished. In the problem of space the geomechanical constituent is of primary importance. The major factors forming the stress-strain state in the system of the granite formation are permanently acting mass gravitation forces, tectonic forces of inter-slabs interaction, pseudo-mass forces, forces of volumetric thermoelastic effects, phase transitions in processes of metamorphism, metasomatism, partial and complete fusion. In existing investigations of stress-strain state of crust systems the geological mediums are supposed to be quasi-homogeneous. The objective of this work is to develop the general approach to computer modeling of the behavior of geological and mechanical systems of mega-blocks range, in context of space problem during the granite formation, taking into account structure anisotropy of the system.

While the possibilities of full-size modeling of complex multifactorial magmatogene systems are limited, the possibilities of mathematical modeling are more appropriate, especially in view of the mechanical systems modeling. Verification of geological hypotheses and empirical data by constructing simple models with its further complication by means of transition to more and more complex combinations of force factors, rheological states, boundary conditions, and other factors is the most optimal. In the article the problem of stress-strain assessment of geological and mechanical system of mega-blocks range is analyzed. Assuming that the temperature of medium is known, there were obtained governing relations describing the behavior of geological and mechanical system at combined action of the gravity, non-homogeneous temperature field and power and kinematic influences imposed on the boundaries of considered system. The algorithm for solving of elastic problem is developed by means of the modified boundary element method.

The governing relations of the considered problem are obtained as well as the numerical and analytical algorithm of stress-strain assessment of the considered geological and mechanical system is developed.

Mathematical model and corresponding algorithm of the numerical calculation of stress-strain state of the considered system allow analyzing the stress-strain state of geological and mechanical system at combined action of gravity, non-homogeneous temperature field and imposed on the boundaries of considered system power and kinematic influences, taking into account structure anisotropy of the system.

Thus the method proposed herein allows investigating the nature of stresses fields, and hence to forecast geometry of potential zones of relative decompression and tension, which are the most auspicious for granite formation.

The problem of granites holds a special place in geology. From question of origin of rock of certain composition it transformed into complex problem wherein the petrological aspect is connected with structural and tectonic (dynamic and kinematic, geomechanical) and other aspects [1, 3].

Research of the granite formation problem leads to a number of partial problems, among those the question of depth of the granite formation and mechanisms of provision of space for large granitoid solids are distinguished. The question of space, occupied by the large granitoid rocks, in its turn, is connected with the tectonic position of granitoid complexes and geodynamic conditions of mass granite formation [5, 12].

In the problem of space the geomechanical constituent is of primary importance. Dimensional parameters of large granitoid solids, direct connection of the granite formation with orogeny of crystallization and deformation processes, as well as the character of structural anisotropy of granitoids indicate the complex hierarchical pattern of stress-strain state and the influence of many power factors of different origin on the cumulative stress-strain states.

Modeling of magmatogene processes and structures is a powerful tool of studies. While the possibilities of full-size modeling of complex multifactorial magmatogene systems are limited, the possibilities of mathematical modeling are more appropriate, especially in view of the mechanical systems modeling. The mathematical modeling techniques can be different, but the most optimal one is the verification of geological hypotheses and empirical data by constructing the simple models with its further complication by means of transition to more and more complicated combinations of force factors, rheological states, boundary conditions, from one-dimensional through two-dimensional toward three-dimensional etc.

The major factors causing the stress-strain state in the system of the granite formation are permanently acting mass gravitation forces, tectonic forces of inter-slabs (inter-blocks) interaction, pseudo-mass forces, forces of volumetric thermoelastic effects, phase transitions during metamorphism, metasomatism, partial and complete fusion.

Among the above mentioned factors that form the stress-strain state in the system of the granite formation, one of the most important is, undoubtfully, an anomalous heat-mass flux with key role of fluid-convective heat-mass transfer. It was ascertained that, first, fluid heat transfer provides relatively fast stabilization of heat anomalies in upper crust even without additional heat emission due to chemical transformations in fluid [4], and, second, progressive stage of development of heat anomalies is necessarily accompanied by forming of inversive stress fields (by redesignation of the principal normal stress axis) with subvertical orientation of minimal compression (expansion) axis facilitating the subvertical crust breaking within thermofluid anomaly and lifting of the daylight surface free from stresses [8, 9, 10, 11]. However, in this research of stress-strain state of crust systems there is generally accepted simplification that consists in assumption of structural isotropy of geological medium that is supposed to be quasi-homogeneous.

Let's consider more detailed physical model of geological and mechanical system of mega-blocks rank. While developing the model we rely upon models of mechanics of deformable bodies.

Let's consider the problem of determination of stress-strain state of such geological and mechanical system. Assume the medium temperature is the known function of the coordinates. Let's develop the governing relations those describe the behavior of geological and mechanical system at combined action of the gravity, non-homogeneous temperature field and power and kinematic influences imposed on the boundaries of considered system.

Let's consider the section of the depth rock mass, which elastic properties depends on temperature, that is supposed to be known function of coordinates (that can be described analytically or numerically in every point of the considered body). So, after solving the temperature problem we obtain the distribution of temperature in the considered body. Supposing that the small change of temperature induces the small changes of elastic properties of material, present the considered body as zonal-homogeneous matrix with multilayered inclusion, where the boundary of each layer is isotherm, and temperature in every point of this layer differs slightly from averaged value of temperature for this layer. Carrying out the averaging over all the points of the selected layer, we obtain averaged elastic parameters of layer – $\langle C^p_{ijkl}\rangle, \langle \beta^p_{ij}\rangle$, related to mean temperature of layer. Temperature is changed from layer to layer according to the law that is known from solution of the temperature problem, and elastic parameters of every layer are constant and equal to averaged values $\langle C^p_{ijkl}\rangle, \langle \beta^p_{ij}\rangle$. Then we can pose the elastic problem, where temperature as known function of coordinates is contained in equilibrium equations as volume forces and in boundary conditions on the edge of matrix and in the conditions of mechanical contact on the edge between adjacent layers of matrix. Duhamel-Neumann's relations

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - \beta_{ij}T, \quad k,l,i,j = 1,2,$$

in case of orthotropic thermosensitive elastic material for the general plane stress state in Oxy plane have the following form:

$$\sigma_{11} = \frac{\left(s_{22}\varepsilon_{11} - s_{12}\varepsilon_{22}\right)}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)} + \frac{\alpha_2 s_{12} - \alpha_1 s_{22}}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)}T;$$

$$\sigma_{22} = \frac{\left(-s_{12}\varepsilon_{11} + s_{11}\varepsilon_{22}\right)}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)} + \frac{\alpha_1 s_{12} - \alpha_2 s_{11}}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)}T; \quad \sigma_{12} = \frac{2\varepsilon_{12}}{s_{66}}. \qquad (1),$$

where α_1 and α_2 – coefficients of linear expansion of orthotropic material.

Introduce the following denotations:

$$\sigma^e_{11} = \frac{\left(s_{22}\varepsilon_{11} - s_{12}\varepsilon_{22}\right)}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)},$$

$$\sigma^e_{22} = \frac{\left(-s_{12}\varepsilon_{11} + s_{11}\varepsilon_{22}\right)}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)}. \quad \sigma^T_{11} = \frac{\alpha_2 s_{12} - \alpha_1 s_{22}}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)}T.$$

$$\sigma^e_{22} = \frac{\alpha_1 s_{12} - \alpha_2 s_{11}}{\left(s_{11}s_{22} - s_{12}^2\right)}T.$$

Then relations (1) can be represented as:

$$\sigma_{11} = \sigma^e_{11} + \sigma^T_{11}; \quad \sigma_{22} = \sigma^e_{22} + \sigma^T_{22}; \quad \sigma_{12} = \frac{2\varepsilon_{12}}{s_{66}}.$$

Elastic equilibrium equations can be reduced to the form:

$$\begin{cases} \dfrac{s^0_{22}}{s^0_{11}s^0_{22} - \left(s^0_{12}\right)^2}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \dfrac{1}{s^0_{66}}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \left(\dfrac{1}{s^0_{66}} - \dfrac{s^0_{12}}{s^0_{11}s^0_{22} - \left(s^0_{12}\right)^2}\right)\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + X_1 + \dfrac{\partial T}{\partial x_1}\dfrac{\alpha_2 s^0_{12} - \alpha_1 s^0_{22}}{s^0_{11}s^0_{22} - \left(s^0_{12}\right)^2} = 0 \\ \dfrac{1}{s^0_{66}}\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \dfrac{s^0_{11}}{s^0_{11}s^0_{22} - \left(s^0_{12}\right)^2}\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \left(\dfrac{1}{s^0_{66}} - \dfrac{s^0_{12}}{s^0_{11}s^0_{22} - \left(s^0_{12}\right)^2}\right)\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + X_2 + \dfrac{\partial T}{\partial x_2}\dfrac{\alpha_1 s^0_{12} - \alpha_2 s^0_{11}}{s^0_{11}s^0_{22} - \left(s^0_{12}\right)^2} = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

for matrix and

$$\begin{cases} \dfrac{s^P_{22}}{s^P_{11}s^P_{22} - \left(s^P_{12}\right)^2}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \dfrac{1}{s^P_{66}}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \left(\dfrac{1}{s^P_{66}} - \dfrac{s^P_{12}}{s^P_{11}s^P_{22} - \left(s^P_{12}\right)^2}\right)\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + X_1 + X^T_1 = 0 \\ \dfrac{1}{s^P_{66}}\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \dfrac{s^P_{11}}{s^P_{11}s^P_{22} - \left(s^P_{12}\right)^2}\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \left(\dfrac{1}{s^P_{66}} - \dfrac{s^P_{12}}{s^P_{11}s^P_{22} - \left(s^P_{12}\right)^2}\right)\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + X_2 + X^T_2 = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

for every inclusion.

Here $X_1^T = \frac{\partial T}{\partial x_1} \frac{\alpha_2 s_{12}^p - \alpha_1 s_{22}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2}$ $X_2^T = \frac{\partial T}{\partial x_2} \frac{\alpha_1 s_{12}^p - \alpha_2 s_{11}^p}{s_{11}^P s_{22}^P - \left(s_{12}^P\right)^2}$, X_1 and X_2 are components of gravitation forces.

Boundary conditions on the edge of matrix can be written as follows:

$$\sigma_{ij}^0 n_j^0 \mid_{\Gamma_p^\sigma} = p_i, \; u_i^p \mid_{\Gamma_p^u} = \varphi_i, \; i,j = 1,2, \; p = 1,...,N,$$

where $\Gamma_p^\sigma \cup \Gamma_p^u = \Gamma_p$,

or via σ_{ij}^e:

$$\sigma_{11}^{e0} n_1^0 + \sigma_{12}^{e0} n_2^0 \mid_{\Gamma_0} = -\frac{\alpha_2 s_{12} - \alpha_1 s_{22}}{\left(s_{11} s_{22} - s_{12}^2\right)} T n_1^0,$$

$$\sigma_{11}^{e0} n_1^0 + \sigma_{12}^{e0} n_2^0 \mid_{\Gamma_0} = -\frac{\alpha_1 s_{12} - \alpha_2 s_{11}}{\left(s_{11} s_{22} - s_{12}^2\right)} T n_2^0.$$

Conditions of ideal mechanical contact on the edge of matrix and every inclusion, are as follows:

$$\sigma_{ij}^p n_j^p \mid_{\Gamma_p} = \sigma_{ij}^{p+1} n_j^{p+1} \mid_{\Gamma_p} \; u_i^p \mid_{\Gamma_p} = u_i^{p+1} \mid_{\Gamma_p}, \; i,j = 1,2, \; p = 1,...,N.$$

Multiplying both parts of each equation (2), (3) on the correspondent fundamental solutions $U_i^{k(0)}$ and $U_i^{k(p)}$, $p = 1,...,N$ and integrating over domains of considered body, and each of its layers, integrating (5)-(8) by parts, making use of Ostrogradskii-Gauss formulas, we obtain Somigliano relation for matrix:

$$\chi(S) u_k^{(0)}(\xi) = \int_{S_0} X_i U_i^{k(0)} dS_0 + \int_{\Gamma_0} \sigma_{ij}^{(0)} n_j^{(0)} U_i^{k(0)} d\Gamma_0 - \int_{\Gamma_0} g_i^{k(0)} u_i d\Gamma_0 -$$
$$-\int_{\Gamma_1} \sigma_{ij}^{(0)} n_j^{(1)} U_i^{k(0)} d\Gamma_1 - \int_{\Gamma_1} g_i^{k(0)} u_i d\Gamma_1, \; \begin{cases} \chi = 1, \xi \in S_0 \\ \chi = 0, \xi \notin S_0 \end{cases}$$

and for every inclusion:

$$\chi(S) u_k^{(p)}(\xi) = \int_{\Gamma_p} \sigma_{ij} n_j U_i^{k(p)} d\Gamma_p - \int_{\Gamma_p} g_i^{k(p)} u_i d\Gamma_p + \int_{S_p} X_i U_i^{k(p)} dS_p -$$
$$-\int_{\Gamma_{p+1}} \sigma_{ij} n_j U_i^{k(p)} d\Gamma_{p+1} + \int_{\Gamma_{p+1}} g_i^{k(p)} u_i d\Gamma_{p+1}, \; \begin{cases} \chi = 1, \xi \in S_p \\ \chi = 0, \xi \notin S_p \end{cases}.$$

Here $g_i^{k(0)}(\xi, x)$ and $g_i^{k(p)}(\xi, x)$ – fundamental forces for matrix and every inclusion ($p = 1,...,N$). Let's divide each of p layers on m_p additional layers. Suppose, that on the edge of each intermediate layer the temperature is constant, namely for j - th sublayer of p - th layer the following relations hold:

$$\begin{cases} T_p^j = T_p, j = 0 \\ T_p^j = T_{p+1}, j = m_p \end{cases}.$$

Then surface integral containing temperature, taking into account that temperature of every layer (zone with constant mechanical characteristics) is constant, can be written in the form

$$\int_{S_p \setminus S_{p+1}} \left(\frac{\alpha_2 s_{12} - \alpha_1 s_{22}}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \frac{\partial T}{\partial x_1} U_1^{k(p)} + \frac{\alpha_1 s_{12} - \alpha_2 s_{11}}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \frac{\partial T}{\partial x_2} U_2^{k(p)} \right) dS_p =$$
$$\frac{\alpha_2 s_{12} - \alpha_1 s_{22}}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \int_{S_p \setminus S_{p+1}} T U_{1,1}^{k(p)} dS_p + \frac{\alpha_1 s_{12} - \alpha_2 s_{11}}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \int_{S_p \setminus S_{p+1}} T U_{2,2}^{k(p)} dS_p$$

Here $T_j^* = \frac{T_p^j + T_p^{j+1}}{2}$ – mean temperature of j-th sublayer of p-th layer, Γ_p^j – j -th isotherm of p -th layer, and

$$I_j = \int_{\Gamma_p^j} U_i^{k(p)} n_i d\Gamma_p^j.$$

Let's discretize boundaries of inclusion and layers using segments as elements of discretization and work in on these segments local coordinates system. Using boundary properties of potentials of single and double layer we get the system of integral equations for defining displacements in zonal-homogeneous body. Let's carry out passage in integral representations, and direct (for every equation) the observation point step-by-step to the center of every segment of discretization. Thus we obtain the system of boundary integral equations for matrix, for every layer, and for internal inclusion. Further, unknown densities of potentials of double layer on the boundaries of inclusions can be represented as functions of two unknowns along the segments of discretization. After solving the system of boundary integral equations it allows defining all the components of displacements and stresses on all the contacting boundaries.

In the case of linear approximation the components of displacements on every segment of discretization can be written as follows:

$$u_1'^{i(p)}(x') = a_{1i}^p x_1' + a_{2i}^p x_2' + a_{3i}^p$$
$$u_2'^{i(p)}(x') = a_{4i}^p x_1' + a_{5i}^p x_2' + a_{6i}^p, \; p = 1,...,N, i = 1,...,M_p \quad (4)$$

Using Cauchy relations and Duhamel-Neumann's law for isotropic elastic body, we obtain correspondent relations for stresses on every segment of discretization:

$$\sigma_{11}^{i(p)}(x') = \left(\frac{s_{22}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \right) a_{1i}^p - \left(\frac{s_{12}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \right) a_{5i}^p + \frac{\alpha_2^p s_{12}^p - \alpha_1^p s_{22}^p}{\left(s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2\right)} T$$

$$\sigma_{22}^{i(p)}(x') = -\left(\frac{s_{12}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \right) a_{1i}^p + \left(\frac{s_{22}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \right) a_{5i}^p + \frac{\alpha_1^p s_{12}^p - \alpha_2^p s_{11}^p}{\left(s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2\right)} T$$

$$\sigma_{12}^{i(p)}(x') = \frac{1}{s_{66}^p} \left(a_{2i}^p + a_{4i}^p \right), \; p = 0,...,N, i = 1,...,M_p.$$

Note that in the case of linear approximation stress tensor components are constant on every segment of integration. Since we consider multiply-connected domain, we have to add conditions of contact interaction on the edge of each of subdomains to above conditions. In the case of ideal mechanical contact on the edge of contacting zones, these conditions, taking into account approximation (4), can be written down as follows:

$$a_{1i}^p = a_{1i}^{p+1}, a_{3i}^p = a_{3i}^{p+1}, a_{4i}^p = a_{4i}^{p+1}, a_{6i}^p = a_{6i}^{p+1}; \; \frac{1}{s_{66}^p}\left(a_{2i}^p + a_{4i}^p\right) = \frac{1}{s_{66}^{p+1}}\left(a_{2i}^{p+1} + a_{4i}^{p+1}\right);$$

$$-\left(\frac{s_{12}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \right) a_{1i}^p + \left(\frac{s_{22}^p}{s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2} \right) a_{5i}^p - \frac{\alpha_2^p s_{12}^p - \alpha_1^p s_{22}^p}{\left(s_{11}^p s_{22}^p - \left(s_{12}^p\right)^2\right)} T =$$

$$= -\left(\frac{s_{12}^{p+1}}{s_{11}^{p+1} s_{22}^{p+1} - \left(s_{12}^{p+1}\right)^2} \right) a_{1i}^{p+1} + \left(\frac{s_{22}^{p+1}}{s_{11}^{p+1} s_{22}^{p+1} - \left(s_{12}^{p+1}\right)^2} \right) a_{5i}^{p+1} - \frac{\alpha_2^{p+1} s_{12}^{p+1} - \alpha_1^{p+1} s_{22}^{p+1}}{\left(s_{11}^{p+1} s_{22}^{p+1} - \left(s_{12}^{p+1}\right)^2\right)} T,$$

$$p = 0, \ldots N-1.$$

Thus, we obtain the system of linear algebraic equations, which is to be made closed by adding to system the equations of continuity of displacements on every segment of discretization.

Using Somigliano identity we can obtain components of displacements in internal points of considered body from obtained system of linear algebraic equations. Differentiating Somigliano identity we obtain correspondent integral representations for all the components of stress tensor in internal points:

$$\sigma_{ij}(\xi)=\int_{\Gamma_0} \mathrm{E}_{ik}^{j}(\xi,x)\,p_k(x)d\Gamma_0(x)-\int_{\Gamma_0}\Sigma_{ik}^{j}(\xi,x)u_k(x)d\Gamma_0+\int_S \mathrm{E}_{ik}^{j}(\xi,x)X_k(x)dS_0 \qquad (5)$$

Here $\mathrm{E}_{ik}^{j}(\xi,x)$ and $\Sigma_{ik}^{j}(\xi,x)$ – strains and stresses in an arbitrary point x accordingly, caused by unit concentrated force, applied in point ξ, and directed along k-th axis.

Expressions in the right part of (5) do not contain unknown values, and thus, in order to obtain expressions for displacements and stresses, it is only necessary to calculate right parts of the above expressions.

Thereby approach that was proposed in [2] and proceeded with [6], [7], can be extended to problems of the stress-strain state assessment of core systems, provided that correspondent fundamental solutions for problems of plane elasticity of anisotropic zonal-homogeneous bodies are known.

References:

1. Коржинский Д.С., (1972). Потоки трансмагматических растворов и процессы гранитизации. *Магматизм, формации кристаллических пород и глубины Земли*: Труды IV Всесоюз. Петрограф. Совещ., Часть I, М.: Наука, 144-153.

Korzhynskiy D.S., (1972). Fluxes of transmagmatic solutions and processes of granitization [Potoki transmagmaticheskih rastvorov i processy granitizatsii]. *Magmatizm, formatsii kristallicheskih porod i glubiny Zemli – Magmatism, formations of crystal rocks and depth of Earth:* Transactions of IV All-Union Petrograph. Conf., Part I, M., Nauka, 144-153 (in Russian).

2. Лавренюк В.І., (1993) Про визначення напружено-деформованого стану матриці з включенням методом граничних елементів. *Вісник Київського університету*, 2, 27–35.

Lavrenyuk V.I., (1993) On determination of stress-strain state of matrix with inclusion using boundary element method [Pro vyznachennya napruzheno-deformovanogo stanu matrytsi z vklyuchennyam metodom granychnyh elementiv]. *Visnyk Kyivs'kogo universytetu – Bulletin of Kyiv University*, 2, 27–35 (in Ukrainian).

3. Маракушев А.А. (1988) Петрогенезис. М.: *Недра*, 293.

Marakyshev A.A. (1988) Petrogenesis. M., *Nedra*, 293 (in Russian).

4. Ревердатто В.В., Калинин А.С., (1989). Двумерные модели метаморфизма и анатексиса в складчастых областях земной коры. 2. Модель флюидного потока. *Геология и геофизика*, 8, 41-46.

Reverdatto V.V., Kalinin A.S., (1989). Two-dimensional models of metamorphism and anatexis in folded areas of Earth's crust. 2. Model of fluide flux [Dvumernye modeli metamorfizma i anateksisa v skladchastyh oblastyah zemnoy kory. 2. Model' fluidnogo potoka]. *Geologiya i geofizika – Geology and geophysics*, 8, 41-46 (in Russian).

5. Хаин В.Е., (2003). Основные проблемы современной геологии. М.: *Научный Мир*, 348.

Khain V.E. Fundamental problems of modern geology [Osnovnye problemy sovremennoy geologii]. M.: *Nauchnyy Mir – Scientific World*, 348 (in Russian).

6. Шевчук В.В., Іванік О.М., Горбань В.О., Лавренюк М.В., (2009). Моделювання впливу геологічного середовища на функціонування транспортних природно-техногенних систем. *Моніторинг геологічних процесів*: IX Міжн. наук. конф., 30-34.

Shevchuk V.V., Ivanik O.M., Gorban' V.O., Lavrenyuk M.V., (2009). Modelling the impact of geological environment on the functionality of transporting nature-technical systems [Modelyuvannya vplyvu geologichnigi seredovyshcha na funktsionuvannya transportnyh pryrodno-tehnogennyh system]. *Monitoring of geological processes*: IX Int. Sc. Conf., 30-34 (in Ukrainian).

7. Шевчук В.В., Іваник О.М., Лавренюк В.И., Лавренюк Н.В., (2008). Напряженно-деформированное состояние системы геологическая среда-трубопровод в условиях криолитозоны. *Геофизический журнал*, 1, 30, 62-71.

Shevchuk V.V., Ivanik O.M., Lavrenyuk V.I., Lavrenyuk M.V., (2008). Stress-strain state of system geological medium-pipeline in conditions of cryolite zone [Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye sistemy geologicheskaya sreda-truboprovod v usloviyah kriolitozony]. *Geofizicheskij zhurnal – Geophysical journal*, 1, 30, 62-71 (in Russian).

8. Шевчук В.В., Лихачев В.В., (1996). Математическая модель поля напряжений, вызванного тепловой аномалией в упругой среде. *Геофизический журнал*, 6, 18, 74-80.

Shevchuk V.V., Lihachev V.V., (1996). Mathematical model of stresses field, induced by heat anomaly in elastic medium [Matematicheskaya model' polya napryazheniy, vizvannogo teplovoy anomaliey v uprugoy srede]. *Geofizicheskiy zhurnal – Geophysical journal*, 6, 18, 74-80 (in Russian).

9. Шевчук В.В., Лихачев В.В., Кузь И.С., (1994). Инверсия литосферных полей напряжений под воздействием тепловых аномалий. *Напряжения в литосфере*: Тез. докл. I междунар. семинара, Москва, 19-23 сент. 1994, М.: ГИН АН СССР, 201-202.

Shevchuk V.V., Lihachev V.V. Kuz' I.S., (1994). Inversions of lithospheric fields of stresses influenced by heat anomalies [Inversiya litosfernyh poley napryazheniy pod vozdeystviem teplovyh anomaliy]. Proc. I Int. Workshop: *Napryazheniya v litosfere – Stresses in lithosphere*, Moscow, Sept.19-23, 1994, M.: GIN AN SSSR, 201-202 (in Russian).

10. Chevtchouk V.V., (1996) Les mécanismes de formation des dômes granite-gneissiques d'après la modélisation numerique. *16-e Reunion des Sciences de la Terre*, Orléans, 10-12 avril, 1996, Soc. Géol. Fr. édit., Paris, 22.

11. Shevchuk V.V., (2008). Dynamic and kinematic conditions of various type granite formation in areas of tectono-magmatic activization. *Granites and Earth's Evolution: Geodynamic Position, Petrogenesis and Ore Content of Granitoid Batholiths*: Proceedings of the First International Geological Conference, Ulan-Ude, Publishing Hous BSC SB RUS, 435-436.

12. Vigneresse J.L., (2004). A new paradigm for granite generation. *Transactions of the Royal Society of Edinburgh: Earth Sciences*, 95, 11-22

Received by Editorial Board on 25.10.13

М. Лавренюк, к.фіз.-мат.н., доц., mykolalav@ukr.net,
кафедра МСС, механико-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
пр. Академіка Глушкова, 4е, м. Київ-680, 03680, Україна,
Тел.: 099-0007680

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОРОВИХ СИСТЕМ В КОНТЕКСТІ ПРОБЛЕМИ ПРОСТОРУ ПІД ЧАС ГРАНІТОУТВОРЕННЯ

В геології особливе місце займає проблема гранітів. Розгляд задачі гранітоутворення призводить до ряду часткових задач, серед яких вирізняються питання глибинності гранітоутворення та механізмів забезпечення простору для крупних гранітоподібних тіл. В проблемі простору геомеханічна складова має першочергову важливість. Головні чинники, що формують напружено-деформований стан в системі гранітоутворення –постійно діючі масові гравітаційні сили, тектонічні сили міжплитної взаємодії, псевдомасові сили об'ємних термопружних ефектів, фазових перетворень в процесах метаморфізму, метасоматозу, часткового і повного плавлення. В існуючих дослідженнях напружено-деформованого стану корових систем геологічні середовища вважаються квазіоднорідними. Метою роботи є побудова загального підходу до комп'ютерного моделювання поведінки геолого-механічних систем рангу мегаблоків в контексті проблеми простору під час гранітоутворення, з врахуванням структурної анізотропії системи.

Оскільки можливості натурного моделювання складних багатофакторних магматогенних систем є обмеженими, більш доцільним є математичне моделювання, особливо в сенсі моделювання механічних систем. Найбільш оптимальним є перевірка геологічних гіпотез і емпіричних даних шляхом створення простих моделей з подальшим їх ускладненням за рахунок переходу до все більш складних комбінацій силових факторів, реологічних станів, граничних умов і т.д. В статті розглядається задача визначення напружено-деформованого стану геолого-механічної системи рангу мегаблоків. Вважаючи температуру середовища відомою, одержано визначальні співвідношення для описання поведінки геолого-механічної системи при сумісній дії на неї гравітації, неоднорідного температурного поля і заданих на границях системи силових і кінематичних впливів. Для побудови алгоритму розв'язання пружної задачі використовується модифікований метод граничних елементів.

Одержано визначальні співвідношення розглядуваної задачі, побудовано чисельно-аналітичний алгоритм визначення напружено-деформованого стану розглядуваної геолого-механічної системи.

Математична модель та відповідний алгоритм чисельного розрахунку напружено-деформованого стану розглядуваної системи дозволяють аналізувати напружено-деформований стан геолого-механічної системи при сумісній дії на неї гравітації, неоднорідного температурного поля і заданих на границях системи силових і кінематичних впливів, з врахуванням структурної анізотропію системи.

Таким чином, запропонований метод дозволяє досліджувати характер полів напружень, а отже, прогнозувати геометрію потенційних областей відносної декомпресії та розтягу, які є найбільш сприятливі для гранітоутворення.

Ключові слова: гранітоутворення, структурна анізотропія, термопружність.

Н. Лавренюк, к.физ.-мат.н., доц., mykolalav@ukr.net,
кафедра МСС, механико-математический факультет,
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
пр. Академика Глушкова, 4е, г. Киев-680, 03680, Украина,
Тел.: 099-0007680

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОРОВЫХ СИСТЕМ В КОНТЕКСТЕ ПРОБЛЕМЫ ПРОСТРАНСТВА ВО ВРЕМЯ ГРАНИТООБРАЗОВАНИЯ

В геологии особое место занимает проблема гранитов. Рассмотрение задачи гранитообразования приводит к ряду частных задач, среди которых выделяются вопросы глубинности гранитообразования и механизмов обеспечения пространства для крупных гранитоидных тел. В проблеме пространства геомеханическая составляющая имеет первостепенную важность. Главные факторы, формирующие напряженно-деформационное состояние в системе гранитообразования – постоянно действующие массовые гравитационные силы, тектонические силы межплитного взаимодействия, псевдомассовые силы объемных эффектов термоупругости, фазовых преобразований в процессах метаморфизма, метасоматоза, частичного и полного плавления. В существующих исследованиях напряженно-деформированного состояния коровых систем геологические среды считаются квазиоднородными. Цель работы – к компьютерному моделированию поведения геолого-механічних систем ранга мегаблоков в контексте проблемы пространства во время граитообразования, с учетом структурной анизотропии системы.

Поскольку возможности натурного моделирования сложных многофакторных магматогенных систем ограничены, более целесообразным представляется математическое моделирование,особенно в смысле моделирования механических систем. Наиболее оптимальной является проверка геологических гипотез и эмпирических данных путем создания простых моделей с последующим их усложнением за счет перехода ко все более сложным комбинациям силовых факторов, реологических состояний, граничных условий, и т.д. В статье рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния геолого-механической системы ранга мегаблоков. Считая температуру среды известной, получены определяющие соотношения для описания поведения геолого-механической системы при совместном воздействии на нее гравитации, неоднородного температурного поля и заданных на границах системы силовых и кинематических воздействий. Для построения алгоритма решения упругой задачи используется модифицированный метод граничных елементов.

Получены определяющие соотношения рассматриваемой задачи, построен численно-аналитический метод определения напряженно-деформированного состояния рассматриваемой геолого-механической системы.

Построенная математическая модель и соответствующий алгоритм численного расчета напряженно-деформированного состояния рассматриваемой системы позволяет анализировать напряженно-деформированное состояние геолого-механической системы совместном воздействии на нее гравитации, неоднородного температурного поля и заданных на границах системы силовых и кинематических воздействий, с учетом структурной анизотропии системы.

Таким образом, предложенный метод позволяет исследовать характер полей напряжений, а следовательно, прогнозировать геометрию потенциальных областей относительной декомпрессии и растяжения, являющиеся наиболее благоприятными для гранитообразования.

Ключевые слова: гранитообразование, структурная анизотропия, термоупругость.