

УДК 519.677

ДВОЙНОС Я. Г., к.т.н., ст. викл.; НАЗАРЧУК В. В., магістрант; ХОТИНЕЦЬКИЙ М. І., магістрант  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

## РОЗРАХУНОК ТЕЧІЇ НЕНЬЮТОНІВСЬКОЇ РІДИНИ В КАНАЛІ КІЛЬЦЕВОГО ПЕРЕРІЗУ

Досліджено течію неньютонівської рідини в каналі кільцевого перерізу, складено та розв'язано степеневу реологічну модель. Наведено програму розрахунку та його результати для розплаву поліетилену. Результати порівняно з відомими методиками. Інженерна задача, що вирішується, – розрахунок гідростатичного тиску в каналах формувального інструмента для перевірки умови неспінення розплаву полімеру в ньому.

**Ключові слова:** розплав полімеру, формувальний інструмент, спінений поліетилен, математична модель, кільцевий зазор.

© Двойнос Я. Г., Назарчук В. В., Хотинецький М. І., 2015.

**Постановка проблеми.** Забезпечення мінімально необхідного тиску для запобігання спіненню розплаву в каналах формувального інструмента вимагає проектування й розрахунку нових екструзійних головок [1]. З огляду на це, створення нової методики розрахунку перепаду тиску в каналі кільцевого перерізу з урахуванням неньютонівської поведінки розплаву полімеру є актуальним.

**Аналіз попередніх досліджень.** Більшість авторів використовують для розрахунку формувальних інструментів модель течії неньютонівської рідини в каналі кільцевого перерізу [2] із такими припущеннями:

– реологічні властивості рідини достатньо точно описуються степеневим законом  $\tau = K\dot{\gamma}^n$ , де  $\tau$  – дотичне напруження у розплаві, Па;  $K$  – коефіцієнт консистентності, сталий за заданої температури, Па · с<sup>n</sup>;  $\dot{\gamma}$  – швидкість зсуву розплаву, с<sup>-1</sup>;  $n$  – показник степеня неньютонівської поведінки;

– рідина є нестисною, а її рух – ламінарним і усталеним;

– втрати тиску на ефектах входу/виходу з канал відсутні;

– форма перерізу каналу та його розміри є сталими;

– течія є ізотермічною; відсутній теплообмін крізь стінку каналу та саморозігрів розплаву дисипацією;

– відсутнє проковзування полімеру на стінках каналу;

– елементарний об'єм рухається каналом під дією градієнта тиску й перебуває в рівновазі.

Наближений розв'язок такої моделі дозволяє визначати об'ємну витрату неньютонівської рідини:

$$Q = \frac{a^n (\pi D + h) h^{k+2} \Delta P^k}{3L^k 2^{k+1}}, \quad a^n = \frac{3(k+3)}{4(k+2)} a', \quad a' = \frac{4}{k+3} a, \quad a = K^{-1/n}, \quad k = 1/n,$$

де  $D$  – діаметр зовнішньої циліндричної стінки кільцевого зазора, см;  $h$  – ширина кільцевого зазора, см;  $L$  – довжина кільцевого каналу, см;  $\Delta P$  – перепад тиску в кільцевому каналі, Па.

Невирішеною частиною наукової проблеми є визначення зворотної залежності  $\Delta P = f(Q)$ .

**Метою цієї статті** є створення та перевірка адекватності методики розрахунку гідралічного тиску в каналах кільцевого перерізу за відомими параметрами та продуктивністю.

**Викладення основного матеріалу.** Виокремимо елементарний за довжиною  $dx$  елемент розплаву кільцевого каналу (рис. 1), де  $F_1, F_2$  – сили від дії гідростатичного тиску на елементарний об'єм, Н;  $F_3, F_4$  – сили від дотичних напружень на зовнішній і внутрішній поверхнях контакту елементарного об'єму зі стінками каналу, Н.

Елементарний об'єм розплаву перебуває в рівновазі, тобто  $F_1 - F_2 - F_3 - F_4 = 0$ . При цьому  $F_1 - F_2 = \frac{dP}{dx} dx (\pi R^2 - \pi r^2)$ ,  $F_3 = \tau_{xy}|_{y=R} 2\pi R dx$ ,  $F_4 = -\tau_{xy}|_{y=r} 2\pi r dx$ . Замінивши  $A = \tau_{xy}|_{y=R}$ ,  $B = \tau_{xy}|_{y=r}$  і спростили вираз, одержимо:

$$B = A \frac{R}{r} - \frac{1}{2} \frac{dP}{dx} \left( \frac{R^2 - r^2}{r} \right). \quad (1)$$

За умовами задачі градієнт тиску в каналі  $dP/dx = \Delta P/L$ , де  $\Delta P$  – перепад тиску на визначеній ділянці кільцевого каналу, м.

Доповнимо лінійне рівняння з двома невідомими (1) рівнянням розподілу швидкостей у перерізі каналу, з урахуванням неспросковзування розплаву поверхнею стінок. Для цього визначимо дотичне напруження в довільній точці кільцевого перерізу, враховуючи, що має місце простий зсув, а процес є симетричним, таким, що залежить лише від відстані до стінок каналу (координати  $Y$ ).

Виокремимо в елементарному об'ємі менший елементарний об'єм, із зовнішньою стінкою на довільному радіусі  $y$  (рис. 2), де  $F_{3y}$  – сила, що компенсує дотичну на внутрішній поверхні нового елементарного об'єму, а  $F_{1y}$  і  $F_{2y}$  – сили, що діють на його торці від гідростатичного тиску.

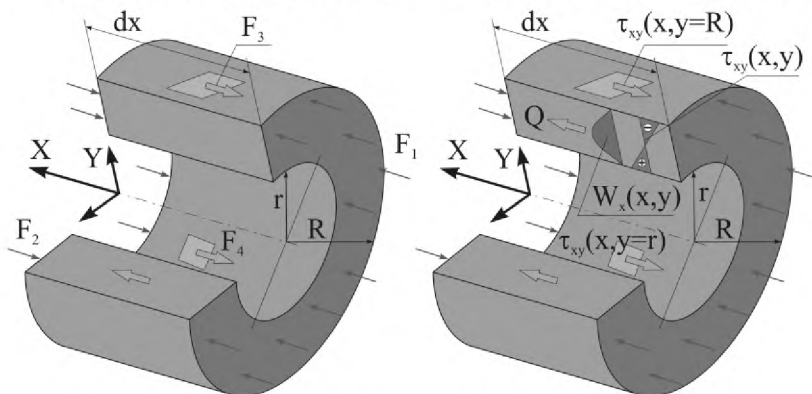


Рис. 1 – Сили, що діють на елементарний елемент об'єму в кільцевому каналі

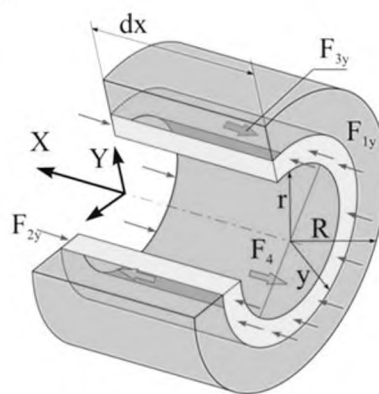


Рис. 2 – Те ж, у каналі із зовнішнім радіусом  $y$

Елементарний об'єм розплаву перебуває в рівновазі, тобто  $F_{1y} - F_{2y} - F_{3y} - F_4 = 0$ . При цьому  $F_{1y} - F_{2y} = \frac{dP}{dx} dx (\pi y^2 - \pi r^2)$ ,  $F_{3y} = \tau_{xy}(y) 2\pi y dx$ ,  $F_4 = B 2\pi r dx$ . Спростивши вираз, одержимо:

$$\tau_{xy}(y) = \frac{1}{2} \frac{dP}{dx} y + \frac{1}{y} \left( Br - \frac{r^2}{2} \frac{dP}{dx} \right). \quad (2)$$

Зворотна реологічна залежність  $\frac{dW_x}{dy} = \gamma_{xy} = \sqrt{\frac{\tau_{xy}}{K}}$ , з урахуванням  $\frac{\tau_{xy}}{K} \leq 0$ :  $\frac{dW_x}{dy} = \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{|\tau_{xy}|} \sqrt{\left| \frac{\tau_{xy}}{K} \right|}$ .

Проінтегрувавши вираз, знайдемо швидкість на довільній відстані від центра каналу:

$$W_x(y) = \int_r^y \frac{dW_x}{dy} dy = \int_r^y \frac{\tau_{xy}(y)}{|\tau_{xy}(y)|} \sqrt{\left| \frac{\tau_{xy}(y)}{K} \right|} dy, \text{ з урахуванням } W_x(r) = W_x(R) = 0:$$

$$W_x(y) = \int_r^R \frac{\tau_{xy}(y)}{|\tau_{xy}(y)|} \sqrt{\left| \frac{\tau_{xy}(y)}{K} \right|} dy = 0. \quad (3)$$

Рівняння (1)–(3) утворюють математичну модель, розв'язком якої є дотичні напруження в пристінних шарах розплаву  $A$  і  $B$ .

Об'єму витрату розплаву визначаємо, проінтегрувавши швидкість за площиною каналу:

$$Q = 2\pi \int_r^y y W_x(y) dy, \quad (4)$$

Аналitичний розв'язок математичної моделі є ускладненим, тому було використано пакет MathCAD. Нижче наведено лістинг програми й результати розрахунку для розплаву полістиролу (рис. 3-5).

Вихідні дані:

Діаметр зовнішньої стінки кільцевого каналу	$D = 0.1$
Радіальний зазор	$h = 0.0015$
Довжина ділянки кільцевого каналу	$L = 0.007$
Густина розплаву полістиролу	$\rho = 870$
Коефіцієнт консистентності розплаву полімеру	$K = 2100$
Показник степеня ньютонівської поведінки	$n = 0.76$

Діаметр внутрішньої стінки кільцевого каналу:

$$d = D - 2 \cdot h = 0.097$$

Радіуси стінок каналу:

$$r := \frac{d}{2} = 0.049 \quad R := \frac{D}{2} = 0.05$$

Дотичне напруження на внутрішній ( $y = r$ ) стінці каналу:

$$fB(A_1, \Delta P) := A_1 \frac{R}{r} - \frac{1}{2} \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2 - r^2}{r}$$

Дотичне напруження у каналі:

$$f\tau(A_1, y, \Delta P) := \frac{1}{2} \frac{\Delta P}{L} y - \frac{1}{y} \left( fB(A_1, \Delta P) \cdot r - \frac{r^2}{2} \frac{\Delta P}{L} \right)$$

Швидкість потоку у каналі:

$$fWx(A_1, y, \Delta P) := \int_r^y \frac{-f\tau(A_1, y, \Delta P)}{|f\tau(A_1, y, \Delta P)|} \times \left( \frac{f\tau(A_1, y, \Delta P)}{K} \right)^{1/n} dy$$

Визначення дотичного напруження на зовнішній ( $y=R$ ) стінці каналу:

Початкове значення

Швидкість біля зовнішньої стінки каналу дорівнює нулю.

$$A_1 := 1$$

Еюра напружень у каналі:

$$A_2(\Delta P) := \text{root}(fWx(A_1, R, \Delta P), A_1), \quad f\tau_2(y, \Delta P) := f\tau(A_2(\Delta P), y, \Delta P)$$

Еюра швидкостей у каналі:

$$fWx_2 := fWx(A_2(\Delta P), y, \Delta P)$$

Продуктивність за розплавом, кг/год:

$$Q(\Delta P) := \rho \cdot 3600 \cdot \left( \int_r^R fWx_2(y, \Delta P) \cdot 2\pi y dy \right)$$

Розрахунок за методикою [2]:

$$\alpha = (K \cdot 10000)^{\left(\frac{1}{n}\right)}, \quad k = \frac{1}{n}, \quad asht := a \cdot \frac{4}{k+3}$$

Переведення в сантиметри

$$R := R \cdot 100, \quad r := r \cdot 100$$

$$advst := \frac{3(k+3) \cdot asht}{4(k+2)} = 2,099 \cdot 10^{-10}, \quad f_9(\Delta P) := 3600 \cdot \rho \frac{advst [\pi(2R) + (R-r)] \cdot (R-r)^{k+2}}{3L^k \cdot 2^{(k+1)}} \cdot \left[ \frac{1}{K} \cdot (\Delta P)^k \right]$$

Результати (виготовлення полотна завтовшки 3 мм):

$$G_1 := 340 \quad \Delta PE_1 = 3700000$$

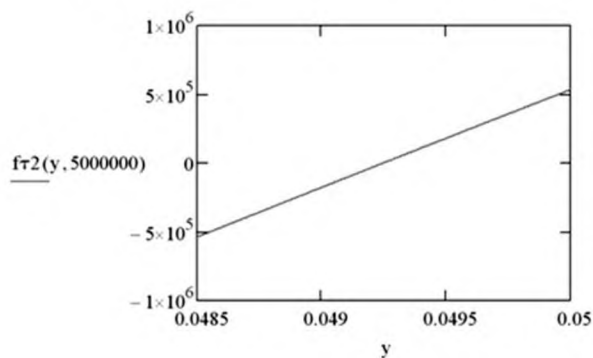


Рис. 3 – Еюра дотичних напружень на відстані  $y$  від центра

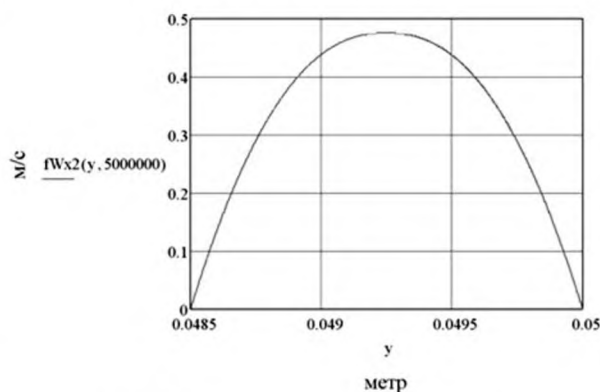


Рис. 4 – Еюра швидкості потоку на відстані  $y$  від центра

Для каналу із зазором 1,5 % від діаметра нова й відома методики майже не відрізняються, але зі зростанням зазора відмінність стає значною.

Розроблену методику було успішно використано для розрахунку нової конструкції екструзійного інструмента [3].

**Висновок.** Нова методика є точнішою й дозволяє визначати перепад тиску за заданою продуктивністю екструдера або необхідну продуктивність за заданим мінімальним тиском у каналах спроектованого формувального інструмента).

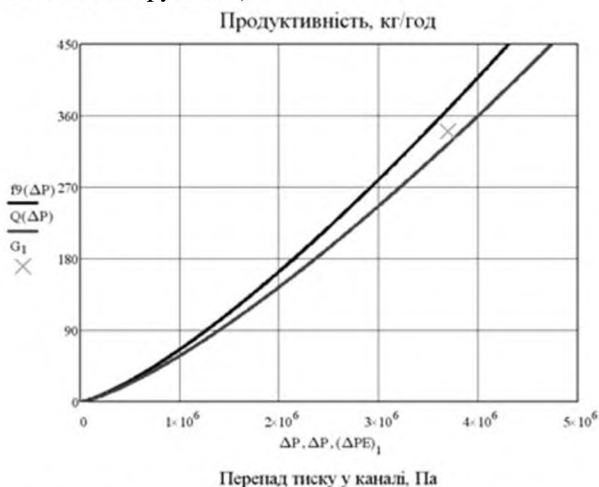


Рис. 5 – Залежності продуктивності, кг/год, від перепаду тиску, Па, визначені за відомою  $f_0$  і новою  $Q(\Delta P)$  методиками

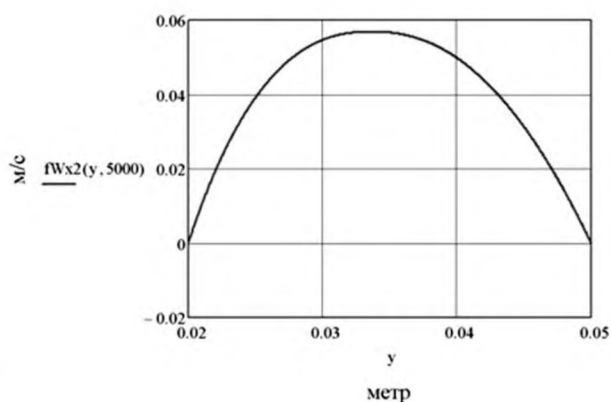


Рис. 6 – Еюра швидкості потоку за значної ширини каналу ( $r/R < 0,4$ )

**Перспективи подальших досліджень.** Створення методики визначення перепаду гідростатичного тиску в каналах, що звужуються, що вимагає подавати напружений стан у вигляді тензора напружень.

#### Список використаної літератури

1. Двойнос Я. Г. Процес формування виробів зі спіненого полістиролу / Я. Г. Двойнос, В. В. Назарчук, М. І. Хотинецький // Енерготехнології и ресурсосбережение. – 2014. – № 5–6. – С. 79–83.
2. Каплун Я. Б. Формующее оборудование экструдеров / Я. Б. Каплун, В. С. Ким. – М. : Машиностр., 1969. – 158 с.
3. Двойнос Я. Г. Формующий инструмент виробництва спіненого полістиролу / Я. Г. Двойнос, В. В. Назарчук, М. І. Хотинецький // IV міжнар. наук.-практ. конф. «Ресурсозберігаючі технології та обладнання»; Київ, 15-16 квіт. 2014 р. : зб. тез доп. – К. : Допомога, 2014. – С. 9.

Надійшла до редакції 21.05.2015

Dvoinos Y. H., Nazarchuk V. V., Khotynetskyi M. I.

#### SOLUTION OF NON-NEWTONIAN FLUID FLOW IN A CHANNEL SECTION RING

The process of non-Newtonian fluid flow in a channel section ring proposed and solved a mathematical model for the case of a power rheological model. The basic assumption in dealing with no-slip model is the condition of the melt on the channel walls. The result of the mathematical model solutions was dependent hydrostatic pressure in the channels of the forming tool as a function of performance. The results were compared with known calculation techniques.

Engineering problems to be solved – calculation of the hydrostatic pressure in the channels forming tool in order to verify the conditions are not foaming the polymer melt in the forming tool. As an example, the text and the results of the calculation in the MathCAD program and results for melt polyethylene.

The accuracy of calculation results match the new and known manner 10 %, but with a change in the argument  $n < 0.45$ , or  $r/R < 0.25$  error increased to 15 %.

The new technique allows you to calculate the inverse characteristic of the pressure drop in the area of the annular channel known geometry, rheology and thermo on performance. Engineering application of a new method of calculation – checking calculation of projected forming tools for the processing of gas-filled polymer melts.

The most interesting for the calculation of the pressure inside the forming tool is to provide a methodology for determining the hydrostatic pressure differential channels which taper that makes represent the state of stress in the form of the stress tensor

**Keywords:** polymer melt, forming tool, polyethylene foam, a mathematical model, the annular gap.

#### References

1. Dvoinos, Ya.H., Nazarchuk, V.V. and Khotynetskiy, M.I. (2014), "The formation of products from foam polystyrene", *Enerhotekhnologiyu y resursosberezhenye*, vol. 5–6, pp. 79–83.
2. Kaplun, Ya.B. and Kym, V.S. (1969), *Formuiushchee oborudovanye ekstruderov* [The forming equipment of extruders], Mashynostroenye, Moscow, Russia.
3. Dvoinos, Ya.H., Nazarchuk, V.V. and Khotynetskiy, M.I. (2014), "Forming tool manufacture foam polystyrene", *Resursozberihaiuchi tekhnologii ta obladnannia* [Resource-saving technologies and equipment. IV International Scientific Conference of Students and Young Scientists], NTUU KPI, Kiev, Ukraine, p. 9.

УДК 532.135, 66.011

ДВОЙНОС Я. Г., к.т.н., ст. викл.; СОКОЛЬСЬКИЙ О. Л., к.т.н., доц.; ІВІЦЬКИЙ І. І., аспірант  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

## УТОЧНЕНА МЕТОДИКА ОБРОБЛЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ КАПІЛЯРНОЇ ВІСКОЗИМЕТРІЇ

Проаналізовано течію рідини в циліндричному каналі з урахуванням її неньютонівської поведінки, запропоновано новий алгоритм і програму оброблення даних капілярної віскозиметрії з метою розрахунку параметрів моделі степеневі реологічної залежності.

**Ключові слова:** капілярна віскозиметрія, розплав полімеру, формувальний інструмент, математична модель.

© Двойнос Я. Г., Сокольський О. Л., Івіцький І. І., 2015.

**Постановка проблеми та аналіз попередніх досліджень.** Відомі методики [1, 2] оброблення експериментальних даних капілярної віскозиметрії з урахуванням неньютонівської поведінки полімерів, та отримання їхніх реологічних параметрів базуються на рівнянні  $Q = \frac{\pi n R^3}{3n+1} \left( \frac{R \Delta P}{2LK} \right)^{1/n}$ , де  $R$  – радіус капіляра, м;  $L$  – довжина каналу, м;  $Q$  – об’ємна витрата розплаву, м<sup>3</sup>/с;  $\Delta P$  – перепад тиску за довжиною каналу, Па. Це рівняння має дві невідомі –  $K$  і  $n$ , тому під час двох експериментів визначають дві пари значень  $Q$  і  $\Delta P$ , запитує систему з двох рівнянь і розв’язують її, наприклад за допомогою пакета MathCAD. Невирішеною частиною проблеми є відсутність методики оброблення серії експериментів на капілярному віскозиметрі, що дозволяє одержати окремий розв’язок для кожного експерименту й загальний для їхньої серії.

**Метою статті** є дослідження течії неньютонівської рідини в циліндричному каналі з розробленням нового алгоритма й програми інженерного розрахунку її реологічних параметрів.

**Виклад основного матеріалу.** Рівняння рівноваги елементарного об’єму розплаву в перерізі циліндричного каналу (рис. 1):  $F_1 - F_2 - F_3 = 0$ , де  $F_1 = P(z)\pi R$  і  $F_2 = \left[ P(z) + \frac{dP}{dz} dz \right] \pi R^2$  – сили від нормальних напружень, спричинених гідростатичним тиском,  $F_3 = \tau_{zp}|_{\rho=R} 2\pi R dz$  – сила від дотичного напруження на стінках елементарного об’єму.

Припустимо, що: реологічні властивості рідини достатньо точно описуються степеневим законом; рідина є нестискою, а її рух – ламінарним і усталеним; втрати тиску на ефектах входу/виходу з канал відсутні; форма перерізу каналу та його розміри є сталими; течія є ізотермічною; відсутній теплообмін крізь стінку каналу та саморозігрів розплаву дисипацією; відсутнє проковзування полімеру на стінках каналу.

Визначимо дотичні сили на елементарному об’ємі, який виокремимо з попереднього довільним радіусом  $r$  (рис. 2). Рівняння рівноваги для цього об’єму:  $F_{1\text{new}} - F_{2\text{new}} - F_3 + F_4 = 0$ , де  $F_{1\text{new}} = P(z)\pi(R^2 - r^2)$  і

$F_{2\text{new}} = \left[ P(z) + \frac{dP}{dz} dz \right] \pi(R^2 - r^2)$  – сили від нормальних напружень, спричинених гідростатичним тиском;

$F_4 = \tau_{zp}|_{\rho=r} 2\pi R dz$  – сила від дотичних напружень між шарами рідини на відстані  $r$  від центра.