

perature (temperature at the end of the preceding drying cylinder): 30... 60, 60... 80, 80... 110 °C. The final program contains the input blocks of the initial parameters of paper dryer section, parameters of paper, parameters of environment, heat transfer coefficients and the unit for output results. The result is the program consist of the array of temperatures at the outlet from each drying cylinder and freewheel section, array of temperature change at each drying cylinder and freewheel section and the temperature graph. The main advantage of created program is its flexibility of settings under variety of dryer section of a paper machine and types of paper. The resulting software solution will be used as the set point for the tracking control system of warming of the paper web process.

**Keywords:** LabVIEW, optimal temperature graph, calculation algorithm, drying section, software.

#### References

1. National Instruments corp. (2014), *LabVIEW user manual*, July 2014 ed, National Instruments corp, Austin, USA.
2. Cheropkin, E.S. and Zhuchenko, A.I. (2014), "Calculation of paper warming up process", *Visnyk nacionalnogo tehničnogo universytetu Ukrainy "Kyivskyj politehničnyj instytut"*, Serija "Himichna inzhenerija, ekologija ta resursozberezhennja", 2 (13), pp. 104–110.

УДК 65.012.122

КУБРАК А. І., к.т.н., проф.; СИТНИКОВ О. В., ас.  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

## ДИСКРЕТНА ПЕРЕДАТНА ФУНКЦІЯ АНАЛОГОВОГО ОБ'ЄКТА В СИСТЕМІ З ЦИФРОВИМ РЕГУЛЯТОРОМ

Наведено алгоритм визначення дискретної передатної функції в системі з цифровим регулятором за умови, що об'єкт є аналоговим. Результатом є одержання масиву ординат дискретної перехідної характеристики.

**Ключові слова:** фіксатор нульового порядку, дискретна передатна функція, Z-зображення, різницеве рівняння.

© Кубрак А. І., Ситніков О. В., 2015.

**Постановка задачі та аналіз попередніх досліджень.** Динаміку системи автоматичного керування з аналоговим об'єктом і цифровим регулятором можна моделювати, розглядаючи систему як аналогову (шляхом числового інтегрування з достатньо малим кроком) або ж як дискретну (з кроком інтегрування, що дорівнює періоду квантування цифрового регулятора). У першому варіанті поведінка об'єкта контролюється майже неперервно, у другому – лише в момент квантування. Часткова втрата інформації (про поведінку об'єкта в проміжку між періодами квантування) компенсується пришвидшенням розрахунку, завдяки чому можна переглянути більшу кількість варіантів. Це важливо, коли оптимізується система зі значною кількістю параметрів, що варіюються.

**Мета статті** – визначення дискретних моделей аналогового об'єкта, розрахованих на їхнє використання для дослідження динаміки систем із цифровим регулятором.

**Виклад основного матеріалу.** Схему системи автоматичного керування з аналоговим об'єктом і цифровим регулятором наведено на рис. 1.

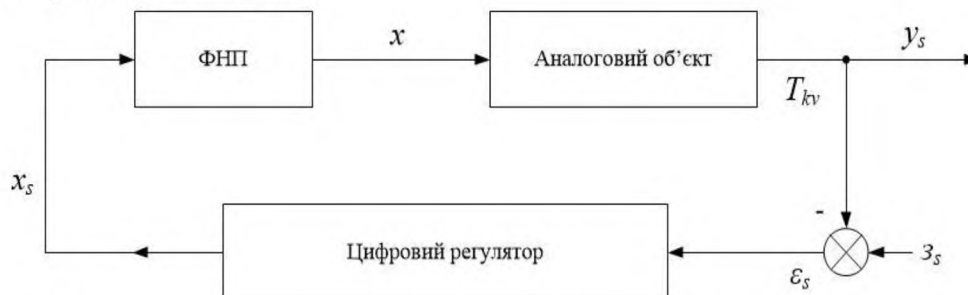


Рис. 1 – Структурна схема системи автоматичного регулювання з цифровим регулятором

Тут  $\varepsilon$  – сигнал розузгодження (аналоговий),  $\varepsilon_s$  – дискретна вибірка (з періодом квантування  $T_{kv}$ ). Пристрій, що перетворює неперервний сигнал  $\varepsilon$  у дискретний  $\varepsilon_s$  – ключ або модулятор. Цифровий регулятор – перетворює дискретну послідовність імпульсів  $\varepsilon_s$  у дискретну ж послідовність імпульсів  $x_s$  (з тим же періодом квантування  $T_{kv}$ ). ФНП – фіксатор нульового порядку (демодулятор) – фіксує (демодулює) імпульси  $x_s$  в прямокутні імпульси (шириною  $T_{kv}$  і висотою  $x_s$ ), формуючи неперервний (ступінчастий) сигнал  $x$ , який надходить безпосередньо на вхід аналогового об'єкта [1].

Аналогова передатна функція об'єкта має вигляд

$$W_{об}(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} e^{-p\tau}$$

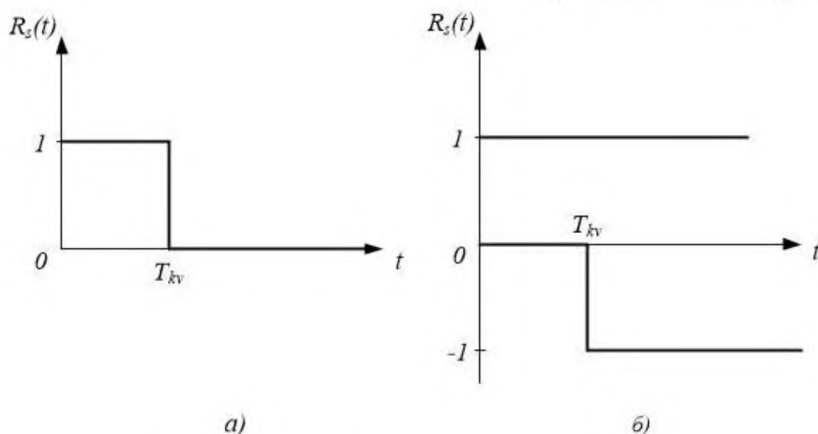


Рис. 2 – Реакція ФНП на одиничний імпульс

Необхідно знайти алгоритм розрахунку реакції об'єкта  $y_s$  (у момент квантування  $T_{kv}$ ) на послідовність імпульсів, що генерує цифровий регулятор  $x_s$ . Тим самим, мова йде про динамічні властивості блока «ФНП – аналоговий об'єкт – модулятор». Розглянемо динаміку ФНП. Останній перетворює одиничний імпульс  $\delta(t)$  на прямокутний завширшки  $T_{kv}$  (рис. 2, а). Прямокутний імпульс  $R_s(t)$  можна подати як суму двох одиничних ступінчастих сигналів, зсунутих в часі на  $T_{kv}$  і протилежних за знаком (рис. 2, б).

Зображення за Лапласом від сигналу  $R_s(t)$   $L[R_s(t)] = 1/p - 1/p \cdot e^{-pT_{kv}} = (1 - e^{-pT_{kv}})/p$ . Але ж  $R_s(t)$  – це імпульсна характеристика ФНП (реакція на одиничний імпульс), отже,  $L[R_s(t)]$  – це передатна функція ФНП  $W_{ФНП}(p) = (1 - e^{-pT_{kv}})/p$ . Передатна функція модулятора  $W_M(p) = 1/(Tkv)$ . Передатна функція блока «ФНП – об'єкт – модулятор»  $W_{ФОМ}(p) = (1 - e^{-pT_{kv}})/(pT_{kv}) \cdot W_{об}(p)$ .

Саме для цього блока необхідно знайти реакцію на одиничний імпульс (зображення якого за Лапласом дорівнює 1), тобто передатну функцію блока, придатну для визначення реакції не як неперервної функції часу, а дискретної вибірки (з періодом  $T_{kv}$ ) імпульсної характеристики аналогового об'єкта. Мова йде про знаходження дискретної передатної функції розгляданого блока.

Нехай аналогова передатна функція об'єкта  $W_{об}(p) = \frac{1}{(Tp+1)^2} \cdot e^{-pT_{kv}}$ .

Тоді  $W_{ФОМ}(p) = \frac{1}{T_{kv}} \cdot (1 - e^{-pT_{kv}}) \cdot e^{-pT_{kv}} \cdot \frac{1}{p(Tp+1)^2}$ . Розкладемо останній множник на доданки:

$$\frac{1}{p(Tp+1)^2} \equiv \frac{C_0}{p} + \frac{C_1}{(Tp+1)} + \frac{C_2}{(Tp+1)^2} \quad (1)$$

Вочевидь  $C_0 = \frac{1}{(Tp+1)^2} \Big|_{p=0} = 1$ ,  $C_2 = \frac{1}{p} \Big|_{p=-\frac{1}{T}} = -T$ .

Перенесемо доданок із  $C_2$  у виразі (1) в його ліву частину:  $\frac{1}{p(Tp+1)^2} + \frac{T}{(Tp+1)^2} \equiv \frac{C_0}{p} + \frac{C_1}{(Tp+1)}$  і зведемо ліву частину до спільного знаменника, після чого скоротимо ліву частину на  $(Tp+1)$ :

$\frac{1}{p(Tp+1)} \equiv \frac{C_0}{p} + \frac{C_1}{(Tp+1)}$ , звідки  $C_1 = \frac{1}{p} \Big|_{p=-\frac{1}{T}} = -T$ . Підставляючи знайдені коефіцієнти в (1), одержимо

$$\frac{1}{p(Tp+1)^2} \equiv \frac{1}{p} - \frac{T}{(Tp+1)} - \frac{T}{(Tp+1)^2}, \text{ або } \frac{1}{p(Tp+1)^2} \equiv \frac{1}{p} - \frac{1}{p+\alpha} - \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{(p+\alpha)^2}, \text{ де } \alpha = 1/T.$$

Зображенням в правій частині ставимо у відповідність  $Z$ -зображення:

$$\frac{1}{p(Tp+1)^2} \rightarrow \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z+e^{-\alpha T_{kv}}} - \frac{z \cdot e^{-\alpha T_{kv}}}{(z-e^{-\alpha T_{kv}})^2}, \text{ або } \frac{1}{p(Tp+1)^2} \rightarrow z \left[ \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-\beta} - \frac{\beta}{(z-\beta)^2} \right], \text{ де } \beta = e^{-\alpha T_{kv}}.$$

$$\frac{1}{p(Tp+1)^2} \rightarrow z \cdot \left[ \frac{1-\beta}{(z-1)(z-\beta)} - \frac{\beta}{(z-\beta)^2} \right], \frac{1}{p(Tp+1)^2} \rightarrow z \cdot \frac{(1-\beta)(z-\beta) - \beta(z-1)}{(z-1)(z-\beta)^2},$$

$$\frac{1}{p(Tp+1)^2} \rightarrow z \cdot \frac{(1-2\beta)z - \beta^2}{(z-1)(z-\beta)^2}. \quad (2)$$

А тепер повернемося до  $W_{\text{ФОМ}}(p)$ , замінюючи в ньому  $1 - e^{-pT_{kv}} = 1 - z^{-1} = \frac{z-1}{z}$ ,  $e^{-pT_{kv}} = z^{-r}$  і підставляючи туди вираз (2):  $W_{\text{ФОМ}}(z) = \frac{1}{T_{kv}} \cdot \frac{z-1}{z} \cdot z^{-r} \cdot \frac{(1-2\beta)z + \beta^2}{(z-1)(z-\beta)^2}$ . Спростуємо:  $W_{\text{ФОМ}}(z) = \frac{1}{T_{kv}} \cdot z^{-r} \cdot \frac{(1-2\beta)z + \beta^2}{z^2 - 2\beta z + \beta^2}$ ,

$$W_{\text{ФОМ}}(p) = \frac{b_{r+1}^* z^{-(r+1)} + b_{r+2}^* z^{-(r+2)}}{a_0^* + a_1^* z^{-1} + a_2^* z^{-2}}, \text{ де } b_{r+1}^* = (1-2\beta)/T_{kv}, \quad b_{r+2}^* = \beta^2/T_{kv}, \quad a_0^* = 1, \quad a_1^* = -2\beta, \quad a_2^* = \beta^2.$$

У загальному випадку дискретна передатна функція  $W_{\text{ФОМ}}(p) = \frac{b_m^* z^{-m} + b_{m-1}^* z^{-(m-1)} + \dots + b_1^* z^{-1} + b_0^*}{a_n^* z^{-n} + a_{n-1}^* z^{-(n-1)} + \dots + a_1^* z^{-1} + a_0^*}$ , де виконання умови  $m \leq n$  уже не є обов'язковим (хоча б за рахунок множника  $z^r$ , що відображає вплив транспортного запізнювання). Цій функції відповідає різницеве рівняння [2]:

$$a_n^* y_{s-n} + \dots + a_2^* y_{s-2} + a_1^* y_{s-1} + a_0^* y_s = b_m^* x_{s-m} + \dots + b_1^* x_{s-1} + b_0^* x_s, \quad (3)$$

яке можна розв'язати відносно  $y_s$ :

$$y_s = \frac{1}{a_0^*} \left( \sum_{i=0}^m b_i^* x_{s-i} - \sum_{i=1}^n a_i^* y_{s-i} \right), \quad s \geq 0, \quad (4)$$

де  $y_s = y|_{t=sT_{kv}}$ ,  $x_s = x|_{t=sT_{kv}}$ .

Співвідношення (4) можна розглядати як рекурентне, якщо відомі «початкові умови» (тобто значення  $x_s (-m \leq s \leq 0)$  і  $y_s (-n \leq s \leq -1)$ ). Якщо початковий стан – нульовий (усталений режим, від якого ведеться відлік як  $x$  так і  $y$ ), то «початкові відрізки  $x_s|_{-m \leq s \leq 0} = 0$ ,  $y_s|_{-n \leq s \leq -1} = 0$ ».

Рекурентна формула (4) легко програмується. Так якщо  $x_s = \begin{cases} 0 & \text{коли } s < 0 \\ 1 & \text{коли } s \geq 0 \end{cases}$ , то розрахунок масиву

Htd:Coefl реакції об'єкта, що задається рівнянням (3) або дискретною передатною функцією  $W_{\text{ФОМ}}$  за нульових початкових умов, можна оформити у вигляді підпрограми *FormHtd* [3]. Масив Htd:Coefl – це дискретна (із кроком  $T_{kv}$ ) вибірка перехідної характеристики базового аналогового об'єкта.

```
procedureFormHtd (Bd, Ad:Coef; Nt:integer; varHtd:Coefl);
var z, s, n, m:integer;
Tkv,Sum:real;
begin
n:=round(Ad[-1]); Tkv:=Ad[n+1];
m:=round(Bd[-1]); Htd[-1]:=Nt; Htd[Nt+1]:=Tkv;
for z:=0 to Nt do
begin
Sum:=0;
```

```
for s:=0 to m do
  if z-s>=0 then Sum:=Sum+Bd[s];
for s:=1 to n do
  if z-s>0 then Sum:=Sum-Ad[s]*Htd[z-s];
Htd[z]:=Sum/Ad[0];
end;
end;
```

Тут type Coef = array[-1..31] of real; type Coef1 = array [-1..601] of real. Масиви Bd, Ad:Coef містять інформацію про коефіцієнти передатної функції і, відповідно, різницевого рівняння (3).

Співпадіння ординат аналогової перехідної характеристики в моменти дискретизації з відповідними дискретами графчастої функції свідчить про коректність формування дискретної передатної функції (4).

Разом із цим, алгоритм формування дискретної передатної функції є незовсім зручним для практичної реалізації, тому що необхідно визначати корені знаменника передатної функції, розраховувати коефіцієнти розкладання дробово-раціонального виразу на елементарні доданки, мати під рукою детальні таблиці відповідностей між  $L$ - і  $Z$ -зображеннями. Ці обставини ускладнюють комп'ютерну реалізацію описаного процесу.

**Висновок.** Розроблено алгоритм визначення дискретної передатної функції в системі з цифровим регулятором за умови, що об'єкт є аналоговим. Результатом є одержання масиву ординат дискретної перехідної характеристики.

#### Список использованной литературы

1. Жученко А. І. Комп'ютерне моделювання та ідентифікація автоматичних систем / А. І. Жученко, А. І. Кубрак, М. З. Кваско. – К. : Політехніка, 2004. – 424 с.
2. Голінко І. М. Моделювання та оптимізація систем керування / І. М. Голінко, А. І. Кубрак. – Кам'янець-Подільський : ПП Буйницький, 2012. – 262 с.

Надійшла до редакції 26.04.2015

Kubrak A. I., Sitnikov A. V.

#### DISCRETE TRANSFER FUNCTION FOR ANALOG OBJECT IN THE SYSTEM WITH DIGITAL REGULATOR

*In this paper, the algorithm for determining discrete transfer function in the system with digital regulator, provided that the object analog. The control system includes an object composed of analog control knob and a digital demodulator (RZO). It is necessary to define the algorithm for calculating the response object into a sequence of pulses at a given quantization.*

*RZO converts pulses into rectangular (width  $T_{kv}$ ), forms a continuous signal fed to the input object. The structure of the transfer function of control object known. The next step is to get a picture Laplace rectangular pulse, which is the transfer function of RZO. We derive the transfer function block RZO – object – modulator. To block ROM determine response to a single pulse. Choosing transfer function of control object, the schedule transfer function FOM into elementary fractions. After mathematical operations to simplify fractions elementary and found coefficients  $C$  put the right part in the  $Z$ -line image.*

*The result is the transfer function ROM as  $Z$ -representation transferred the responsibility of difference equation that is solved with respect  $y$ . The resulting ratio can be regarded as Recursive if we know the so-called “initial conditions” (in this case – “primary segments”). If the initial condition – zero (This is the default mode, which is counting the  $x$  and  $y$ ).*

*Calculation array in response facility, set in a relatively equation, equivalently, discrete transfer function, zero initial conditions. This algorithm is designed as a sub-program on the algorithmic language Pascal. Sub passed an array of factors numerator and denominator, and the number of disks, we get an array of discrete ordinate values transient response.*

*Practical matches ordinate analog transient response at sampling points with corresponding discrete lattice shows the correct function of forming discrete transfer function. The result of research is to get an array of discrete ordinates transient response.*

*However, it should be noted that the algorithm of forming discrete transfer function is not convenient for practical implementation – namely, the need to identify the root of the denominator transfer function, it is necessary to calculate coefficients of expansion fractional-rational expression into elementary terms.*

**Keywords:** *retainer zero order, discrete transfer function, Z – representation, difference equation.*

#### References

1. Zhuchenko, A.I. Kubrak, A.I. Kvasko, M.Z. *Komp'yuterne modelyuvannya ta identyfikatsiya avtomatychnykh system* [Computer modeling and automatic identification]: navch. posibnyk. [dlya stud. vyshch. navch. zakl.]. Politekhnyka, 2004. – 424 s.
2. Holinko, I.M. Kubrak, A.I. *Modelyuvannya ta optymizatsiya system keruvannya* [Modeling and optimization of control systems] PP Buynyt's'kyu, 2012. – 262 s.

УДК 62-503.55:[629.3.027.514.001.4:678.057.3]

**МАХОВСЬКИЙ Д. С.,** магістрант; **МИЛЕНЬКИЙ В. В.,** к.т.н., доц.; **МІКУЛЬОНОК І. О.,** д.т.н., проф.  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

## АВТОМАТИЗАЦІЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ МАШИНИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ БОРТОВИХ КІЛЕЦЬ ПНЕВМАТИЧНИХ ШИН

*Розроблено автоматизовану систему керування й захисту черв'ячної машини для виготовлення заготовок бортових кілець пневматичних шин під час робочого режиму й повторного пуску. Ефективність системи з ПІ-регулятором апробовано на ПАТ «Росава».*

**Ключові слова:** *пневматична шина, металокорд, гумування, черв'ячна машина, пусковий період.*

© Маховський Д. С., Миленький В. В., Мікульонок І. О., 2015.

**Постановка проблеми та аналіз попередніх досліджень.** Однією з проблем експлуатації гумопереробного технологічного обладнання, зокрема черв'ячних машин, є забезпечення його швидкого й безпечного з точки зору працездатності обладнання виходу на робочий режим після вимушеної зупинки (усунення поломки елементів обладнання, перехід на іншу партію гумової сировини тощо). Саме під час режиму «Повторний пуск» після зупинки заповненої гумовою сумішшю черв'ячної машини, можливий вихід неякісної або навіть бракованої продукції. І саме тому вкрай потрібною стає питання розроблення відповідної системи керування черв'ячною машиною. При цьому, якщо питання початкового пуску черв'ячної машини, робочий канал якої вільний від гумової суміші, розглянуто достатньо [1–3], то забезпеченню ефективного режиму повторного пуску черв'ячної машини, робочий канал якої заповнений гумовою сумішшю, уваги майже не приділялося.

**Метою** статті є розробка ефективної системи керування й захисту черв'ячної машини для виготовлення заготовок бортових кілець пневматичних шин під час робочого режиму й повторного пуску.

**Виклад основного матеріалу.** Бортове кільце – це сталевий дріт, покритий бронзою для забезпечення хімічного зв'язку з гумою. Попередньо покритий гумою пучок (від 4 до 10 дротів) у декілька обертів (до 20) утворює прямокутне в поперечному перерізі бортове кільце. Кільця гексального поперечного перерізу утворюються з попередньо вкритих гумою і вкладених одиничних дротів.

Основною проблемою під час виробництва бортових кілець є нерівномірність покриття поверхні дротів гумовою сумішшю. Головною причиною цієї нерівномірності є змінна швидкість проходження дроту крізь головку екструдера, тоді як витрата гумової суміші залишається майже незмінною. Тому барабани відтягнення та екструдер працюють зі сталими швидкостями, причому їхнє відношення визначають так, щоб воно відповідало властивостям гумової суміші. Крім того, стрічку відбирають з компенсатора з такою швидкістю, що забезпечує її відмотування зі сталою швидкістю, і щоб компенсатор стрічки не був занадто великий.

Цикл навивки поділяють на три етапи: перехідний стан, коли рух стелу навивки бортових кілець прискорюється, і ролики прискорено піднімаються; стан навивки, коли стелу навивки бортових кілець працює зі сталою швидкістю, і ролики швидко і рівномірно піднімаються; перехідний стан, коли рух стелу навивки сповільнюється до його повної зупинки, і відбувається викидання готового бортового кільця, причому ролики переміщуються рамою компенсатора вниз.

На ПАТ «Росава» для одночасного покриття гумою до 24 бортових дротів зі швидкістю до 150 м/хв. використовують екструзійний агрегат VA90, що є штифтовим безвідхідним екструдером із живленням холодною гумовою сумішшю (рис. 1).