

## ХІМІЧНА ІНЖЕНЕРІЯ

УДК 531/534:519.6

КАРВАЦЬКИЙ А. Я., д.т.н., проф.  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

### СУЧАСНИЙ СТАН ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ НАДЗВУКОВОГО ОБТІКАННЯ ТІЛ РІЗНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ

*Проаналізовано методи дослідження відривних турбулентних течій та взаємодії стрибків ущільнення з пограничним шаром при надзвуковому обтіканні літальних апаратів за допомогою методів числового моделювання. Розглянуто основні математичні формулювання задач надзвукового обтікання літальних апаратів та показано, які з них доцільно використовувати для дослідження інтерференцій конфігурації.*

**Ключові слова:** стрибок ущільнення, турбулентний пограничний шар, інтерференції конфігурації, числове моделювання.

© Карвацький А. Я., 2015.

**Постановка проблеми.** Сучасний рівень розвитку суспільства неможливо уявити без космічних систем навколоземного базування, що призначені для забезпечення потреб зв'язку, навігації, прогнозу погоди, космічних досліджень тощо. Забезпечення потреб суспільства у таких системах передбачає розроблення нових, більш надійних, енергоефективних ракетних носіїв (літальних апаратів – ЛА) для виведення наукоємного обладнання на навколоземні орбіти. За допомогою тільки експериментальних досліджень в аеродинамічних трубах, що є надзвичайно енергоємними, цей напрям розробок забезпечити неможливо. Тому для розроблення нових ЛА широко застосовують теоретичні методи наукоємного комп'ютерного інжинірингу з використанням програмних продуктів обчислювальної гідродинаміки, що забезпечує мінімізацію тривалості робіт і значну економію матеріальних та людських ресурсів [1, 2]. При цьому дані експериментальних досліджень використовують переважно для верифікації числових моделей надзвукових турбулентних відривних потоків, що виникають в околі елементів (конфігурацій) ЛА, хоч вони й мають надзвичайно важливе самостійне значення для вивчення цієї проблеми.

Загальною науковою проблемою є недостатній рівень досліджень різноманіття стрибків ущільнення та їхньої взаємодії з турбулентним пограничним шаром на поверхнях канонічних конфігурацій елементів ЛА (рис. 1). Дані про вплив окремих конфігурацій на формування турбулентних відривних потоків є вагомим підґрунтям для розуміння поведінки надзвукових потоків навколо ЛА в цілому. У більшості випадків відривні турбулентні потоки призводять до негативних наслідків: виникнення пікових статичних, динамічних й теплових навантажень, зростання енергетичних втрат, зменшення ефективності органів управління тощо.

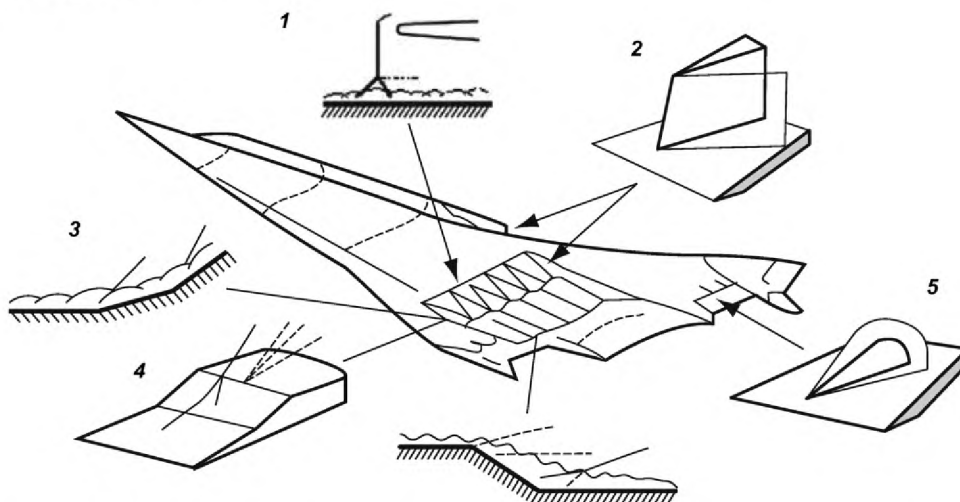
Невирішеною частиною наукової проблеми є недостатність числових досліджень теплових ефектів від інтерференцій турбулентних потоків таких конфігурацій ЛА як корпус-аеродинамічний руль, корпус-перпендикулярний циліндр, корпус-газовий струмінь, що виходить перпендикулярно або під кутом до нього, корпус-клиновидна надбудова тощо.

**Метою цієї статті** є аналіз теоретичних досліджень впливу елементів конфігурацій надзвукових літальних апаратів на формування стрибків ущільнення (ударних хвиль), відривних турбулентних течій та їхню взаємодію з турбулентним пограничним шаром та між собою.

**Аналіз методів числового моделювання надзвукових відривних течій під час взаємодії ударних хвиль із турбулентним пограничним шаром та інтерференцій конфігурацій.** Основними проблемами числового моделювання широкого спектру дво- і тривимірних інтерференцій конфігурацій (ІК) за надзвукового обтікання ЛА є складність топології течій, невизначеність фізичних властивостей і відсутність строгої теорії турбулентних потоків [1]. Тому прогресу в дослідженнях і розумінні взаємодії турбулентних потоків, зокрема ІК під час надзвукового обтікання ЛА, можна досягнути тільки за поєднання детальних фізичних експериментів і числового аналізу їхньої газодинаміки на простих конфігураціях із наступним переходом на складні об'єкти [1, 4, 5].

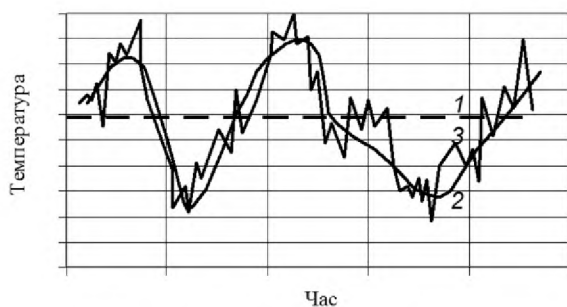
У практиці числового моделювання взаємодії турбулентних потоків за надзвукового обтікання ЛА поряд із пошуком раціональних моделей турбулентності на базі осереднених за Reynolds або Favre рівнянь Нав'є-Стокса (Reynolds averaged Navier-Stokes equations, RANS) все більшого поширення набувають методи

прямого моделювання великих вихорів або великомасштабної турбулентності (Large Eddy Simulation, LES) і безпосереднього прямого моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation, DNS) [6]. Різницю між ними наведено на рис. 2.



1 – прями́й стрибок; 2 – вертикальний руль; 3 – кут стискання; 4 – нахилена сходи́нка; 5 – усічений конус на площині

Рис. 1 – Канонічні конфігурації ЛА [1]



1 – RANS; 2 – LES; 3 – DNS

Рис. 2 – Залежність температури турбулентного потоку від часу за різних методів розрахунку

моделях: Spalart-Allmaras з одним рівнянням;  $k - \epsilon$  і  $k - \omega$  моделях із двома скалярними рівняннями [9, 10]. Обчислювальні ресурси, потрібні для реалізації моделей DES, є меншими за LES, але більшими за RANS. Із розглянутих моделей лише RANS можна використовувати для розв'язання двовимірних стаціонарних задач, решту реалізують тільки для тривимірних.

Система рівнянь Нав'є-Стокса, записана для стислого середовища, відповідає задачам ІК за надзвукового обтікання ЛА. Вона має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0; \\ \frac{\partial (\rho v)}{\partial t} + (\rho v \cdot \nabla) v = -\nabla p + \nabla \cdot \tau; \\ \frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot [v(\rho e + p)] = -\nabla \cdot q + \nabla v : \tau; \\ p = \rho RT, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\rho$  – густина,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $t$  – час,  $\text{с}$ ;  $\nabla$  – оператор Гамільтона,  $\text{м}$ ;  $v$  – вектор швидкості,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $p$  – статичний тиск,  $\text{Па}$ ;  $\tau = \mu \left[ \nabla v + v \nabla - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) I \right]$  – тензор зсувних напружень другого рангу,  $\text{Па}$ ;  $\mu$  – в'язкість,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  $I$  – одиничний тензор другого рангу;  $e = c_v T + v \cdot v / 2$  – повна масова енергія,  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;  $c_v$  – масова ізохорна теплоємність,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;  $T$  – абсолютна температура,  $\text{К}$ ;  $q = -\lambda \nabla T$  – вектор густини теплового потоку,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $\lambda$  – теплопровідність,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $R$  – універсальна газова стала,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

Система рівнянь (1) описує як ламінарні, так і турбулентні потоки [1]. За наявності турбулентності розв'язок (1) виходить на рівень DNS, який вже є непрактичним в обчислювальному сенсі великого масштабу інженерних конфігурацій через великі  $Re$ . Тим не менш, застосування DNS має сенс за порівняно низьких  $Re$  для кращого розуміння фізичних процесів турбулентних відривних течій. Тому для моделювання великого масштабу інженерних конфігурацій у системі рівнянь (1) виконують заміну миттєвих значень величин статистично-середніми (рис. 2). Тобто, таким чином отримують систему рівнянь RANS. Для цього можна використати, наприклад, осереднення за Favre [6] та отримати середньозважені:

$$\tilde{f} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (\rho f)_k, \quad \tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}, \quad f = \tilde{f} + f'' \quad (2)$$

де  $f$  – миттєва величина;  $\tilde{f}$  – середня складова;  $f''$  – складова коливання;  $n$  – кількість точок осереднення.

Із використанням (2) система рівнянь (1) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v}) = 0; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{v})}{\partial t} + (\bar{\rho} \tilde{v} \cdot \nabla) \tilde{v} = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot T; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{e})}{\partial t} + \nabla \cdot [\tilde{v} (\bar{\rho} \tilde{e} + \bar{p})] = -\nabla \cdot Q + \nabla \tilde{v} : T; \\ \bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T}, \end{cases} \quad (3)$$

де тензор повних напружень і вектор повного теплового потоку визначаються співвідношеннями:

$$\begin{cases} T = -\overline{\rho v'' v''} + \bar{\tau}; \\ Q = c_p \overline{\rho T'' v''} + \bar{q}. \end{cases} \quad (4)$$

У рівняннях (4) члени  $( )''$  є флуктуаціями швидкості. Для замикання системи рівнянь RANS (3) необхідно записати додаткові рівняння для визначення турбулентних напружень  $-\overline{\rho v'' v''}$  або напружень  $Re$  і турбулентного теплового потоку  $c_p \overline{\rho T'' v''}$ . За аналогією з тензором зсувних напружень для стислого середовища і законом Фур'є:

$$\begin{cases} -\overline{\rho v'' v''} = \mu_t \left[ \nabla v + v \nabla - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) I \right] - \frac{2}{3} \rho k I; \\ c_p \overline{\rho T'' v''} = \lambda_t \nabla T. \end{cases} \quad (5)$$

де  $\mu_t$  – турбулентна в'язкість,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  $k = (\overline{v'' \cdot v''})/2$  – кінетична турбулентна енергія,  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;  $c_p$  – масова ізобарна теплоємність,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;  $\lambda_t = \mu_t c_p / Pr_t$  – турбулентна теплопровідність,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $Pr_t$  – турбулентне число Прандтля.

Для замикання систем (3) і (5) необхідно оцінити турбулентну в'язкість  $\mu_t$ . Для цього існує три класичних підходи [11]: алгебраїчний вираз (модель Prandtl), що не потребує додаткового рівняння балансу; одне (модель Spalart-Allmaras) і два скалярних рівняння.

Для задач числового моделювання взаємодії між стрибком ущільнення і пограничним шаром за надзвукового обтікання ЛА найбільшого застосування дістали моделі турбулентності  $k - \epsilon$  Launder [9] і  $k - \omega$  Wilcox [10] та їхні варіації.

Другим наближенням у числовому аналізі надзвукового обтікання ЛА є LES (рис. 2), система рівнянь якої отримують за допомогою середньої за простором функції, що відповідає середній за Favre  $\tilde{f}$  :

$$\tilde{f} = \frac{1}{V} \int_V G f dV, \quad \tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}, \quad (6)$$

де  $G$  – функція-фільтр.

У LES великі турбулентності визначаються явно, тоді як ефект менших моделюють за допомогою підсіткових правил замикання. Рівняння балансу для моделювання великих вихорів отримують шляхом фільтрації миттєвих рівнянь балансу. LES визначає миттєве положення «великого» масштабу вирішеного фронту течії, але підсіткова модель все ще необхідна, щоб взяти до уваги ефекти малих турбулентних масштабів. У LES система рівнянь Нав'є-Стокса з урахуванням (6) має вигляд (3). Відмінність між записами полягає у визначенні тензора повних напружень і вектора повного теплового потоку:

$$\begin{cases} T = -\bar{\rho} \left( \tilde{v}v - \tilde{v}\tilde{v} \right) + \bar{\tau}; \\ Q = \bar{\rho} c_p \left( \tilde{T}v - \tilde{T}\tilde{v} \right) + \bar{q}. \end{cases} \quad (7)$$

де  $-\bar{\rho} \left( \tilde{v}v - \tilde{v}\tilde{v} \right)$  і  $\bar{\rho} c_p \left( \tilde{T}v - \tilde{T}\tilde{v} \right)$  – підсіткові масштаби напружень і теплового потоку. Для їхнього

визначення запропоновано два наближення: перше використовує явну модель для SGS напруження й теплового потоку [12]; друге – неявний метод із використанням монотонного інтегрування [13].

Повне математичне формулювання задачі надзвукового обтікання ЛА на прикладі стандартної моделі турбулентності  $k - \omega$  для в'язкого середовища [10, 14], в якій враховано вплив малих чисел Re і стисливість рідини, має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{v}) = 0; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{v})}{\partial t} + (\bar{\rho} \tilde{v} \cdot \nabla) \tilde{v} = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\tau}_{eff}; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} k \tilde{v}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - Y_k + S_k; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \omega \tilde{v}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{E})}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{v} (\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p}) = \nabla \cdot \left[ \left( \lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \nabla \tilde{T} \right] + \nabla \tilde{v} : \bar{\tau}_{eff} + q_v; \\ \bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T}, \end{cases} \quad (8)$$

де  $k$  – турбулентна кінетична енергія, Дж/кг;  $\omega$  – відносна швидкість дисипації кінетичної енергії турбулентності,  $c^{-1}$ ;  $\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}$  – турбулентна в'язкість, Па · с;  $\alpha^*$  – коефіцієнт ослаблення  $\mu_t$  (корекції) для малих

Re;  $\alpha^* = \alpha_\infty^* \left( \frac{\alpha_0^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right)$ ,  $Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$ ,  $\alpha_0^* = \frac{\beta_t}{3}$ , для великих Re  $\alpha^* = \alpha_\Gamma^* = 1$ , тоді  $\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}$ , як у D. Wilcox;

$G_k = \mu_t S^2$  – джерело турбулентної кінетичної енергії за рахунок середнього градієнта швидкості, яке визначають за гіпотезою Boussinesq, Вт/м<sup>3</sup>;  $S = \sqrt{2S:S}$  – модуль тензора середньої швидкості деформації,  $c^{-1}$ ;

$S = (\nabla V + V \nabla) / 2$  – тензор швидкості деформації,  $c^{-1}$ ;  $G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k$  – джерельний член для  $\omega$ , кг/(м<sup>3</sup> · с<sup>2</sup>) (для

малих  $Re$ ,  $\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} \right)$ , для великих  $Re$  ( $\alpha = \alpha_\infty = 1$ );  $Y_k = \rho \beta^* f_\beta k \omega$  – дисипативний член для  $k$ ,

$\text{Вт/м}^3$  ( $f_\beta^* = \begin{cases} 1 & \chi_k \leq 0; \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & \chi_k > 0; \end{cases}$  де  $\chi_k = \frac{1}{\omega^3} \nabla k \cdot \nabla \omega$ ,  $\beta^* = \beta_i^* [1 + \xi^* F(M_t)]$ ,  $\beta_i^* = \beta_\infty^* \left[ \frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} \right]$ , за ве-

ликих  $Re$   $\beta_i^* = \beta_\infty^*$ , для нестислого середовища  $\beta^* = \beta_i^*$ ;  $Y_\omega = \rho \beta_\beta^* \omega^2$  – дисипативний член,  $\text{кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}^2)$

( $f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega}$ ,  $\chi_\omega = \left| \frac{(\Omega \cdot \Omega) : S}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right|$ ,  $\Omega = (\nabla V - V \nabla)/2$ ,  $\text{с}^{-1}$ ,  $\beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \xi_i F(M_t) \right]$ ;  $F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0}; \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & M_t > M_{t0}; \end{cases}$  –

функція стисливості середовища, яку використовують для корекції стисливості ( $M_t^2 = 2k/a^2$  – турбулентне число Mach,  $a = \sqrt{\gamma RT}$  – швидкість звуку, м/с;  $\gamma$  – показник адиабати;  $S_k, S_\omega$  – джерельні члени для рівнянь  $k$

і  $\omega$ , відповідно;  $\tilde{E} = \tilde{h} - \frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{\tilde{v} \cdot \tilde{v}}{2}$  – масова повна енергія, Дж/кг;  $\tilde{h} = \int_{T_0}^{\tilde{T}} c_p dT$  – масова ентальпія, Дж/кг;

$\bar{\tau}_{eff} = (\mu + \mu_t) \left[ \nabla \tilde{v} + \tilde{v} \nabla - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{v}) I \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} k I$  – тензор девіаторних напружень, Па;  $q_v$  – густина об'ємного дже-

рела теплоти,  $\text{Вт/м}^3$ .

Коефіцієнти стандартної  $k - \omega$  моделі турбулентності (8):

$$\alpha_\infty^* = 1; \alpha_\infty = 0,52; \alpha_0 = 1/9; \beta_\infty^* = 0,09; \beta_i = 0,072; R_\beta = 8; \zeta^* = 1,5; R_k = 6; R_\omega = 2,95; M_{t0} = 0,25; \sigma_k = 2,0; \sigma_\omega = 2,0.$$

Початкові умови:

$$\tilde{T}(X) = T_0; \quad \tilde{v}(X) = v_0; \quad \bar{p}(X) = p_0; \quad k(X) = k_0; \quad \varepsilon(X) = \varepsilon_0, \quad (9)$$

де  $X(x, y, z) \in \Omega$  – декартові координати, м;  $\Omega$  – розрахункова область.

Межові умови:

на вході газового потоку

$$n \cdot \tilde{v} = v_{inlet}; \quad \bar{p} = p_{inlet}; \quad \tilde{T} = T_{inlet}; \quad k = k_{inlet}; \quad \varepsilon = \varepsilon_{inlet}, \quad (10)$$

де  $n$  – вектор нормалі до поверхні;

на виході газового потоку:

$$\bar{p}_{outlet} = 0; \quad \tilde{T} = T_{outlet}; \quad k = k_{outlet}; \quad \varepsilon = \varepsilon_{outlet}, \quad (11)$$

на поверхні профілю ЛА

$$n \cdot \nabla \bar{p} = 0; \quad n \cdot \nabla \tilde{T} = 0; \quad \tilde{v} = 0; \quad k = 0; \quad \omega = 0. \quad (12)$$

У разі використання DES моделі  $Y_k = \rho \beta^* k \omega F_{DES}$ , де  $F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{DES} \Delta_{max}}, 1\right)$ ;  $L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega}$  – довжина

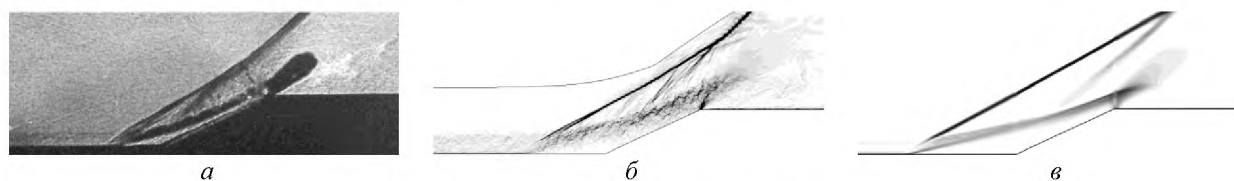
шляху перемішування турбулентних потоків, що визначаються за RANS моделлю, м;  $C_{DES} = 0,61$  – константа калібрування DES моделі;  $\Delta_{max} = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  – максимальний локальний крок сітки, м [15].

Для числової реалізації розглянутих математичних моделей ІК за надзвукового обтікання ЛА можна застосовувати як комерційні програмні продукти, наприклад ANSYS (Fluent, CFX) [16], так і відкритий програмний код OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation) [17].

**Результати числового аналізу та їхнє порівняння з експериментом.** З використанням програмного коду OpenFOAM розроблено модель для числового аналізу надзвукового обтікання нахиленої сходинок, що реалізує стандартну  $k - \omega$  модель турбулентності (8)–(12). Результати тестових розрахунків, їхнього порівняння з експериментом і даними числового експерименту з використанням LES моделі наведено на рис. 3.

Аналіз даних свідчить, що  $k - \omega$  модель турбулентності (рис. 3, в) у загальних рисах відтворює картину граничного шару, стрибків ущільнення, зону відриву турбулентного потоку, отриманих в експерименті (рис. 3, а), але для дослідження більш тонких ефектів, пов'язаних із взаємодією стрибків ущільнення, наприклад

інтерференції конфігурацій VI типу за класифікацією Edney [1] у вигляді віяла хвиль розрідження, що виходять із трійної точки  $\lambda$ -конфігурації [3], варто скористатися більш складними LES (рис. 3, б) або DES моделями.



а – експеримент – тепловське фото [2]; б – модель LES [1, 2];  
в – модель RANS  $k-\omega$  стандартна (наші дані)

Рис. 3 – Поле градієнта густини повітря за надзвукового обтікання нахиленої сходинок

**Висновки.** Проведено аналіз теоретичних досліджень впливу елементів конфігурацій надзвукових літальних апаратів на формування стрибків ущільнення, відривних турбулентних течій та їхню взаємодію з турбулентним пограничним шаром і між собою. Розглянуто математичні формулювання задач надзвукового обтікання літальних апаратів DNS, LES, RANS і гібридні LES/RANS, що отримали назву DES. На прикладі порівняння результатів, отриманих за допомогою числової моделі нахиленої сходинок, що побудована на основі RANS моделі турбулентності, показано, що для дослідження інтерференцій конфігурацій слід користуватися більш складними LES або DES моделями.

**Перспективи подальших досліджень.** Числовий аналіз теплових ефектів від інтерференцій турбулентних потоків за різних конфігурацій ЛА з урахуванням теплового випромінювання та хімічної взаємодії.

#### Список використаної літератури

1. Babinsky H. Shock Wave–Boundary–Layer Interactions / Holger Babinsky, John K. Harvey. – New York : Cambridge University Press, 2011. – 461 p.
2. Желтоводов А. А. Закономерности развития и возможности численного моделирования сверхзвуковых турбулентных отрывных течений / А. А. Желтоводов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 5 (92). – С. 95–107.
3. Экспериментальное и численное исследование гиперзвукового отрывного течения в окрестности конуса с “юбкой” / И. А. Бедарев, А. А. Маслов, А. А. Сидоренко и др. // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т. 43. – № 6. – С. 100–112.
4. Borovoi V. Ya. Gas Flow Field and Heat Exchange in the Zones of Shock Waves Interactions with a Boundary Layer / V. Ya. Borovoi. — Moscow : Mashinostroenie, 1983. – 141 p. (in Russian).
5. Smits A. J. Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow / A. J. Smits, J. P. Dussauge. – New York : Springer Science + Business Media Inc, 2006. – 367 p.
6. Poinsot T. Theoretical and numerical combustion / Thierry Poinsot, Denis Veynante. – Philadelphia : Edwards, 2005. – 522 p.
7. Inflow boundary conditions for hybrid large eddy–Reynolds averaged Navier–Stokes simulation / X. Xiao, J. R. Edwards, H. A. Hassan, R. A. Baurle // AIAA J. – 2003. – Vol. 41. – No 8. – P. 1418–1489.
8. Edwards J. R. Large-eddy/Reynolds-averaged Navier–Stokes interaction / J. R. Edwards, J.-L. Choi, J. A. Boles // AIAA J. – 2008. – Vol. 46. – No 4. – P. 977–991.
9. Jones W. P. The prediction of laminarization with a 2-equation model of turbulence / W. P. Jones, B. E. Launder // Int. J. of Heat and Mass Transfer. – 1972. – No 15. – P. 301–314.
10. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD / David C. Wilcox. – California : DCW Industries, Inc, 1993. – 460 p.
11. Математичне моделювання та експериментальні дослідження складного теплообміну при рості кристалів / В. І. Дешко, А. Я. Карвацький, Ю. В. Лохманець та ін. – Х. : Ін-т сцинтиляційних матеріалів, 2012. – 248 с.
12. Toward the large eddy simulation of compressible turbulent flows/ G. Erlebacher, M. Hussaini, C. Speziale, T. Zang // J. Fluid Mech. – 1992. – Vol. 238. – P. 1550–1585.
13. Grinstein F. Implicit Large Eddy Simulation / F. Grinstein, L. Margolin, W. Rider. – New York : Cambridge University Press, 2007.
14. A New  $k-\epsilon$  Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. Model Development and Validation / T.-H. Shih, W. W. Liou, A. Shabbir et al. // Computers Fluids. – 1995. – 24. – No. 3. – P. 227–238.

15. Menter F. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model / F. Menter, M. Kuntz, R. Langtry // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* / eds K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. – Begell House Inc., 2003. – P. 625–632.
16. ANSYS, ANSYS FLUENT, ANSYS CFX – Режим доступу : <http://www.ansys.com> (дата звернення 11.03.15).
17. The OpenFOAM Foundation. – Режим доступу : <http://www.openfoam.org> (дата звернення 11.03.15).

Надійшла до редакції 17.02.2015

---

*Karvatskii A. Ya.*

## THE CURRENT STATE OF THEORETICAL RESEARCH ON THE SUPERSONIC BODY FLOW WITH DIFFERENT CONFIGURATIONS

*Meeting permanently increasing needs of society in aerospace systems of circumterrestrial location includes the development of new and more reliable energetic efficient aircrafts in order to enable scientific equipment to reach Earth's orbit. It is impossible to do this direction of investigation only with the help of experimental research in aerodynamic pipes, what is extremely energy consuming. That is the reason why theoretical methods of calculation hydrodynamics came into usage in the aircraft development. This provides the minimization of designing time and significant material and human resources savings. Moreover, data of experimental research are more and more used for verifications of numerical models of supersonic turbulence flows, which occur close to aircraft elements (configurations), though they have their own scientific value in the study of the issue.*

*The basic problems of numerical modeling of wide range 2- and 3-dimensional interferences of configuration while supersonic aircraft flow are the difficulty of the flow typology, indefinite physical properties and the absence of the accurate theory of turbulence flows. Consequently, the progress in the investigation and understanding of the interaction between turbulence flows and, in particular, interferences of configuration while supersonic aircraft flow can be achieved only on condition of closely combining of detailed physical experiments and numerical analysis of their gas dynamics on simple configurations. Only after this it is necessary to shift to the complex objects.*

*In the practice of numerical modeling of interaction between turbulence flows while supersonic aircraft flow besides the search of rational models of turbulence based on Reynolds averaged Navier-Stokes equations (RANS), the methods of Large Eddy Simulation (LES) and Direct Numerical Simulation (DNS) are gaining more and more popularity. In order to expand the range of opportunities of frequently used RANS models alternative hybrid models LES/RANS or DES (Detached Eddy Simulation) became more popular because of their cost effectiveness and the adequacy level.*

*Mathematical formulations of supersonic aircraft flow are considered, including such calculation levels as DNS, LES, RANS and hybrid LES/RANS, which are called DES. It is shown on the example of compared results, received with the help of numerical model of the ramp, which is built on the basis of RANS turbulence model, that it is necessary to use more complex LES or DES models while investigating interferences of configuration.*

**Keywords:** *shock wave, turbulent boundary-layer, interference of configurations, numerical simulation.*

### References

1. Babinsky, H. and Harvey, J.K. (2011), *Shock Wave–Boundary-Layer Interactions*, Cambridge University Press, New York, USA.
1. Zheltovodov, A.A. (2012), “Regularity of development and the possibility of numerical simulation of supersonic turbulent separated flows”, *Avyacyonno-kosmycheskaja tekhnika i tekhnologhyja*, vol. 92, no 5, pp. 95–107.
2. Bedarev, Y.A. Maslov, A.A. Sydorenko, A.A. Fedorova, N.N. and Shypljuk, A.N. (2002), “Experimental and numerical investigation of hypersonic separated flow in the vicinity of a cone with a “skirt”, *Prikladnaja mekhanika i tekhnicheskaja fizika*, vol. 43, no 6, pp. 100–112.
3. Borovoi, V.Ya. (1983), *Gas Flow Field and Heat Exchange in the Zones of Shock Waves Interactions with a Boundary Layer*, Mashinostroenie, Moscow, Russian.
4. Smits, A.J. and Dussauge, J.P. (2006), *Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow*, Springer Science + Business Media Inc, New York, USA.
5. Poinso, T. and Veynante, D. (2005), *Theoretical and numerical combustion*, Edwards, Philadelphia, USA.
6. Xiao, X., Edwards, J.R., Hassan, H.A. and Baurle, R.A. (2003) “Inflow boundary conditions for hybrid large eddy–Reynolds averaged Navier-Stokes simulation”, *AIAA J*, vol. 41, no 8, pp. 1418–1489.
7. Inflow boundary conditions for hybrid large eddy–Reynolds averaged Navier-Stokes simulation / X. Xiao, J. R. Edwards, H. A. Hassan, R. A. Baurle // *AIAA J*. – 2003. – Vol. 41. – No 8. – P. 1418–1489.

8. Edwards, J.R., Choi, J.-L. and Boles, J.A. (2008), "Large-eddy/Reynolds-averaged Navier-corner interaction", *AIAA J*, vol. 46, no 4. pp. 977–991.
9. Jones, W.P. and Launder, B.E. (1972), "The prediction of laminarization with a 2-equation model of turbulence", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, no 15, pp. 301–314.
10. Wilcox, D. C. (1993), *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc, California, USA.
11. Dechko, V.I., Karvatskii, A.Ya, Lokhmanets', Yu.V., Kudin, O.M. and Kolesnikov, O.V. (2012) *Matematychna modeljuvannja ta eksperymentaljni doslidzhennja skladnogo teploobminu pry rosti krystaliv* [Mathematical modeling and experimental studies of complex heat transfer during crystal growth], Instytut stintylyatsiynykh materialiv, Kharkiv, Ukraine.
12. Erlebacher, G., Hussaini, M., Speziale, C. and Zang, T. (1992), "Toward the large eddy simulation of compressible turbulent flows", *J. Flui. Mech.*, vol. 238, pp. 1550–1585.
13. Grinstein, F., Margolin, L. and Rider, W. (2007), *Implicit Large Eddy Simulation*, Cambridge University Press, New York, USA.
14. Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z. and Zhu, J. (1995), "A New  $k - \epsilon$  Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. – Model Development and Validation", *Computers Fluids*, vol. 24, no. 3, pp. 227–238.
15. Menter, F., Kuntz, M. and Langtry, R. (2003), "Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model". In: *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* (Editors K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers), Begell House Inc., pp. 625–632.
16. ANSYS, ANSYS FLUENT. ANSYS CFX, available at: <http://www.ansys.com> (Accessed 11 March 2015).
17. The OpenFOAM Foundation, available at: <http://www.openfoam.org> (Accessed 11 March 2015).

УДК 678.027.37

КАРВАЦЬКИЙ А. Я., д.т.н., проф.; ЛАЗАРЄВ Т. В., м.н.с.; ТИЩЕНКО О.С., магістрант  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСТРУДУВАННЯ ЕЛЕКТРОДНИХ ЗАГОТОВОК

Розроблено математичну й числову моделі пресового інструмента для екструдювання електродних заготовок із використанням наближення рідини Bingham-Papanastasiou для описання поведінки коксопекової суміші, що пресується. Проведено верифікацію розробленої числової моделі за даними експериментальних досліджень та встановлено, що відмінність між розрахунковими та експериментальними значеннями температур мундштука не перевищує 4 %.

**Ключові слова:** коксопекова суміш, електродні заготовки, екструзія, числове моделювання.

© Карвацький А. Я., Лазарєв Т. В., Тищенко О. С., 2015.

**Постановка проблеми.** Одним із важливих етапів технологічного циклу виготовлення вуглецево-графітової електродної продукції, на якому закладають фізичні властивості майбутніх виробів, є їхнє формування екструдюванням електродної маси крізь мундштук пресового інструмента [1]. Розроблення раціональних регламентів пресового інструмента, що забезпечують вихід якісної продукції, є, безумовно, актуальною задачею.

Електродна або коксопекова маса є композитним матеріалом, що складається з твердого вуглецевого наповнювача і кам'яновугільного або нафтового пеку [2] та має фізичні властивості неньютонівської рідини. Тому загальною науковою проблемою є правильність вибору моделі динамічної в'язкості рідини для моделювання течії електродної маси, що пресується. Аналіз літературних джерел свідчить, що коксопекова суміш відповідає властивостям рідини Bingham [3, 4], тобто залежно від фізичних умов може виявляти себе як тверде тіло й дуже в'язка рідина. Невирішеною частиною проблеми є відсутність адекватної числової моделі екструзії, яка б давала змогу в умовах виробництва відпрацьовувати раціональні регламенти пресування електродних заготовок за умови зміни складу коксопекової суміші й типорозмірів виробів.

**Метою статті** є створення математичної та числової моделей екструдювання електродних заготовок для розроблення раціональних регламентів пресового інструмента, що забезпечують вихід якісної продукції.