

УДК 66.041.491

ЖУЧЕНКО А. І., д.т.н., проф.; ПІРГАЧ М. С., к.т.н., с.н.с., доц.; ЖУРАКОВСЬКИЙ Я. Ю., ст. викл.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

НЕПЕРЕРВНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНИХ ОПИСІВ НАПІРНИХ ЯЩІКІВ ІЗ ПОВІТРЯНОЮ ПОДУШКОЮ

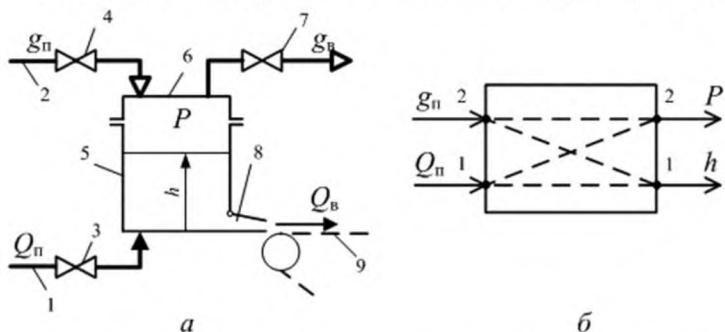
Розроблено математичні описи напірних ящиків папероробних машин як об'єктів керування. Напірний ящик описано системою лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь, передавальними функціями за двома прямими й двома перехресними каналами, системою векторно-матричних рівнянь та імпульсними перевідними функціями

Ключові слова: папероробна машина, напірний ящик із повітряною подушкою, математичний опис.

© Жученко А. І., Піргач М. С., Жураковський Я. Ю., 2016.

Постановка задачі. Система автоматичного керування (САК) напірним ящиком із повітряною подушкою (НЯ з ПП) є однією із складових автоматизованої системи управління технологічним процесом (АСУТП) виробництва паперу [4]. Наявність такої САК дозволяє не лише стабілізувати технологічний режим роботи папероробної машини (ПРМ), але й здійснювати автоматизоване переведення ПРМ з одного режиму роботи на інший. Для побудови системи потрібно мати її математичний опис.

Метою статті є створення математичного опису напірного ящика з повітряною подушкою.



1 – трубопровід маси низької концентрації; 2 – трубопровід стисненого повітря; 3, 4, 7 – регулювальні органи; 5 – напускна камера; 6 – повітряна подушка; 8 – випускова щілина; 9 – сітка

Рис. 1 – Напірний ящик із повітряною подушкою:
а – принципова схема; б – загальна структурна схема

Для якісного формування паперового полотна на сітці необхідно, щоб $\alpha = v_m/v_c = 0,85..0,93$, де v_c – швидкість сітки. Для виконання цього співвідношення слід стабілізувати швидкість маси крізь щілину, оскільки швидкість сітки машини підтримується дуже точно. Оскільки швидкість маси залежить від напору, то для її стабілізації слід стабілізувати рівень маси у напускній камері й тиск повітря у ПП.

Рівень маси у напускній камері залежить від витрати маси Q_n , що подають до напускної камери, й витрати повітря, що підводиться (g_n) й відводиться (g_b) із ПП. Тиск повітря у ПП залежить від витрати повітря, що підводиться й відводиться із ПП, а також швидкості зміни рівня маси в напускній камері. Таким чином, в ОК, що розглядається, маємо два прямих каналі (рис. 1, б): «витрата маси Q_n – рівень маси h » (канал 11) і «витрата повітря g_n – тиск повітря P » (канал 22), а також два перехресні каналі : «витрата маси Q_n – тиск повітря P » (канал 12) і «витрата повітря g_n – рівень маси h » (канал 21).

Опис напірного ящика системою диференціальних рівнянь. НЯ з ПП як ОК рівнем маси й тиском повітря можна подати як систему двох лінійних неоднорідних рівнянь першого порядку [2, 3]:

$$\begin{cases} T_{11} dy_1/dt + y_1(t) = k_{11} u_1(t) - k_{12} y_2(t); \\ T_{22} dy_2/dt + y_2(t) = k_{21} dy_1/dt + k_{22} u_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

де $y_1(t)$ – рівень маси в напускній камері; $y_2(t)$ – тиск повітря у ПП; $u_1(t)$ – витрата маси, що подається у напускну камеру; $u_2(t)$ – витрата повітря, що подається у ПП.

Стала часу напускної камери $T_{11} = 2FH_0/Q_0^0$, де F – площа поверхні маси у напускній камері; H_0 – заданий напір; Q_0^0 – задана витрата маси крізь щілину. Коефіцієнт підсилення прямого каналу 11 $k_{11} = 2H_0/Q_0^0$, перехресного каналу 21 $k_{12} = m$.

Стала часу повітряної подушки $T_{22} = g_0^*/g_0^0$, де g_0^* і g_0^0 – задані кількості повітря у ПП й того, що проходить крізь ПП. Коефіцієнт підсилення прямого каналу 22 $k_{22} = P_0/g_0^0$, де P_0 – заданий тиск повітря у ПП. Коефіцієнт підсилення перехресного каналу 12 $k_{21} = (FP_0/V_n^0)T_{22}$, де V_n^0 – об'єм ПП.

Аналіз сталої часу ПП свідчить, що збільшення витрати повітря, що проходить крізь ПП, зменшує її інерційність. Те ж можна сказати і про коефіцієнт підсилення каналу 12: більше значення об'єму ПП зменшує цей коефіцієнт, а отже й вплив швидкості зміни рівня маси на тиск повітря у ПП.

Опис напірного ящика матрицею передавальних функцій. Система диференціальних рівнянь (1) в операційній формі має вигляд [1]:

$$\begin{cases} (T_{11}p + 1)y_1(p) = k_{11}u_1(p) - k_{12}y_2(p); \\ (T_{22}p + 1)y_2(p) = k_{21}p \cdot y_1(p) + k_{22}u_2(p), \end{cases}$$

де $y_1(p)$ і $y_2(p)$ – зображення за Лапласом першої (рівень маси) і другої (тиск повітря) вихідних змінних; $u_1(p)$ і $u_2(p)$ – зображення за Лапласом першої (витрата маси) і другої (витрата повітря) дій керування; p – оператор Лапласа.

За цією системою побудовано структурну схему НЯ з ПП (рис. 2). Її аналіз свідчить, що між рівнем маси $y_1(t)$ в напускній камері й тиском повітря $y_2(t)$ в ПП існує зв'язок через перехресні канали 12 і 21, що утворюють внутрішній контур взаємозв'язку між згаданими параметрами. Якщо, скажімо, тиск повітря $y_2(t)$ у ПП зменшиться, то рівень маси $y_1(t)$ у напускній камері збільшиться. На зміну тиску повітря в ПП впливає не зміна рівня маси в напускній камері, а зміна швидкості dy_1/dt . В усталеному режимі роботи САК НЯ, коли $t \rightarrow \infty$ ($p \rightarrow 0$), контур розмикається, у динамічному режимі – замикається. Щоб урахувати вплив контура, потрібно мати передавальні функції прямих 11 і 22 та перехресних 12 і 21 каналів.

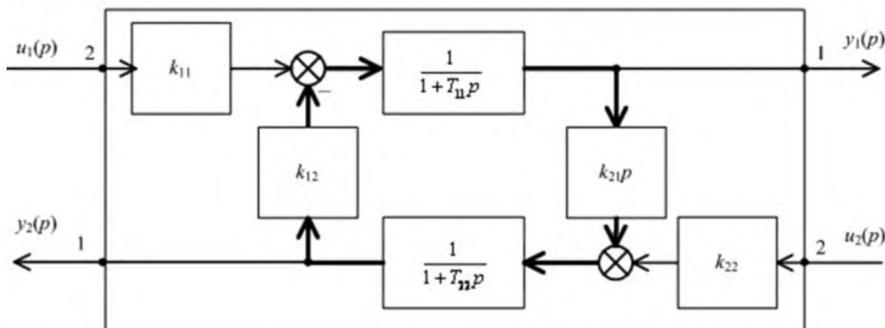


Рис. 2 – Структурна схема напірного ящика з повітряною подушкою як об'єкта керування рівнем маси у напускній камері й тиском повітря в повітряній подушці

Для визначення передавальних функцій каналів 12 і 21 підставимо перше рівняння системи диференціальних рівнянь у друге:

$$\frac{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}{1+T_{22}p} y_1(p) = k_{11}u_1(p) - \frac{k_{12}k_{22}}{1+T_{22}p} u_2(p).$$

Тоді передавальна функція каналу 11 $g_{11}(p) = \frac{y_1(p)}{u_1(p)} = \frac{k_{11}(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}$.

Передавальна функція каналу 21 $g_{12}(p) = \frac{y_1(p)}{u_2(p)} = -\frac{k_{12}k_{22}}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}$.

Для визначення передавальних функцій каналів 22 і 12 підставимо друге рівняння системи диференціальних рівнянь у перше:

$$\frac{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p)+k_{12}k_{21}p}{1+T_{11}p}y_2(p) = k_{22}u_2(p) - \frac{k_{11}k_{21}}{1+T_{11}p}pu_1(p).$$

Тоді передавальна функція каналу 22 $g_{22}(p) = \frac{y_2(p)}{u_2(p)} = \frac{k_{22}(1+T_{11}p)}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p)+k_{12}k_{21}p}$.

Передавальна функція каналу 12 $g_{21}(p) = \frac{y_2(p)}{u_1(p)} = \frac{k_{11}k_{21}p}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p)+k_{12}k_{21}p}$.

Таким чином, НЯ з ПП як ОК рівнем маси у напускній камері і тиском повітря у ПП подається чотирма передавальними функціями або, у векторно-матричній формі, рівнянням $\underline{Y}(p) = [G(p)]\underline{U}(p)$, де

$\underline{Y}(p) = [y_1(p), y_2(p)]^T$ – вектор вихідної змінної 2×1 ; $G(p) = \begin{bmatrix} g_{11}(p) & g_{12}(p) \\ g_{21}(p) & g_{22}(p) \end{bmatrix}$ – матриця передавальних функцій 2×2 ; $\underline{U}(p) = [u_1(p), u_2(p)]^T$ – вектор вхідної змінної 2×1 .

Опис напірного ящика системою, що складається з векторно-матричного рівняння параметрів стану системи і рівняння вихідної змінної системи. Нехай $y_1(t) \sim x_1$, а $y_2(t) \sim x_2$. Будемо вважати, що x_1 і x_2 – це параметри стану. Тоді систему диференціальних рівнянь (1) можна подати так:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{T_{11}}x_1 - \frac{k_{12}}{T_{11}}x_2 + \frac{k_{11}}{T_{11}}u_1; \\ x_2 = -\frac{k_{21}}{T_{11}T_{22}}x_1 - \frac{T_{11}+k_{12}k_{21}}{T_{11}T_{22}}x_2 + \frac{k_{11}k_{21}}{T_{11}T_{22}}u_1 + \frac{k_{22}}{T_{22}}u_2, \end{cases}$$

або, у вигляді векторно-матричного рівняння параметрів стану [1], $\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t)$, де $\underline{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ – вектор параметрів стану 2×1 ; $\underline{u}(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T$ – вектор дій керування 2×1 ;

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{11}} & -\frac{k_{12}}{T_{11}} \\ -\frac{k_{21}}{T_{11}T_{22}} & -\frac{T_{11}+k_{12}k_{21}}{T_{11}T_{22}} \end{bmatrix} \text{ – матриця параметрів стану } 2 \times 2; B = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{T_{11}} & 0 \\ \frac{k_{11}k_{21}}{T_{11}T_{22}} & \frac{k_{22}}{T_{22}} \end{bmatrix} \text{ – матриця керування } 2 \times 2.$$

Будемо вважати, що керованою змінною у НЯ з ПП є швидкість витікання маси крізь випускову щілину. Тоді відхилення швидкості маси $\Delta v_i = k_{31}\Delta h + k_{32}\Delta P$, де $k_{31} = v^0/(2H_0)$, $k_{32} = k_{12}k_{31}$. Оскільки $h(t) \sim y_1(t) \sim x_1(t)$, $P(t) \sim y_2(t) \sim x_2(t)$, а $v_m \sim y(t)$, то $y(t) = \underline{C}\underline{x}(t)$, де $\underline{C} = [k_{31}, k_{32}]$ – вектор вимірювання 1×2 .

Опис напірного ящика матрицею імпульсних перехідних функцій. Передавальним функціям відповідають чотири диференціальні рівняння

$$a_2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_0 y_1(t) = k_{11}T_{22} \frac{du_1}{dt} + k_{11}u_1(t); \quad a_2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_0 y_1(t) = -k_{12}k_{22}u_2(t);$$

$$a_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + a_1 \frac{dy_2}{dt} + a_0 y_2(t) = k_{22}T_{11} \frac{du_2}{dt} + k_{22}u_2(t); \quad a_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + a_1 \frac{dy_2}{dt} + a_0 y_2(t) = k_{11}k_{21} \frac{du_1}{dt},$$

де $a_2 = T_{11}T_{22}$; $a_1 = T_{11}+T_{22}+k_{12}k_{21}$; $a_0 = 1$.

Розв'язки цих рівнянь у разі подачі на входи каналів 11, 12, 21 і 22 одиничних стрибкоподібних вхідних дій $u_1(t)$ і $u_2(t)$ є перехідними функціями (ПФ) $y_1(t)$ каналів 11 і 21 та ПФ $y_2(t)$ каналів 12 і 22. Оскільки імпульсна перехідна функція (ІПФ) – це перша похідна від ПФ, то матриця ІПФ НЯ з ПП

$$G(p) = \begin{bmatrix} g_{11}(p) & g_{12}(p) \\ g_{21}(p) & g_{22}(p) \end{bmatrix},$$

де $g_{11}(t)$, $g_{12}(t)$, $g_{21}(t)$ і $g_{22}(t)$ – ІПФ каналів 11, 12, 21 і 22 відповідно.

Наведені вище диференціальні рівняння можна подати так:

1) $T_2^2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + T_1 \frac{dy_1}{dt} + y_1(t) = k_{11} \left[T_{22} \frac{du_1}{dt} + u_1(t) \right]$, де $T_2^2 = a_2$; $T_1 = a_1$, або, в операційній формі

$$(T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_1(p) = k_{11} (T_{22} p + 1) u_1(p), \text{ де } T_3 = 1/2(T_1 + \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}); T_4 = 1/2(T_1 - \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}); T_3 \geq T_4.$$

Отже, для каналу 11 $g_{11}(p) = \frac{k_{11}(T_{22}p + 1)}{(T_3p + 1)(T_4p + 1)}$, $y_1(t) = k_{11} [1 + C_1 e^{-\alpha_1 t} + C_2 e^{-\alpha_2 t}]$, де $\alpha_1 = 1/T_3$; $\alpha_2 = 1/T_4$;

$$C_1 = \frac{T_{22} - T_3}{T_3 - T_4}; C_2 = \frac{T_4 - T_{22}}{T_3 - T_4}. \text{ ППФ каналу 11 } g_{11}(t) = -k_{11} [\alpha_1 C_1 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 C_2 e^{-\alpha_2 t}];$$

$$2) (T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_1(p) = -k_{12} k_{22} u_2(p). \text{ Отже, для каналу 21 } g_{12}(p) = -\frac{k_{12} k_{22}}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)};$$

$$g_{12}(t) = k_{12} k_{22} [\alpha_1 C_3 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 C_4 e^{-\alpha_2 t}], \text{ де } C_3 = \frac{-T_3}{T_4 - T_3}; C_4 = \frac{T_4}{T_3 - T_4};$$

$$3) (T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_2(p) = -k_{22} (T_{22} p + 1) u_2(p). \text{ Отже, для каналу 22 } g_{22}(p) = \frac{k_{22}(T_{22}p + 1)}{(T_3p + 1)(T_4p + 1)};$$

$$g_{22}(t) = -k_{22} [\alpha_1 C_1 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 C_2 e^{-\alpha_2 t}];$$

$$4) (T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_2(p) = k_{11} k_{21} p u_1(p). \text{ Отже, для каналу 12 } g_{21}(p) = \frac{k_{11} k_{21}}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}.$$

$$g_{21}(t) = -k_{11} k_{21} C_5 [e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}], \text{ де } C_5 = \frac{1}{T_3 - T_4}.$$

Висновки. Напірний ящик із повітряною подушкою як об'єкт керування рівнем маси в напускній камері й тиском повітря в повітряній подушці (отже швидкістю маси крізь випускову щілину) можна описати:

– системою, що складається з двох лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку, що описують динамічні процеси в напускній камері й повітряній подушці;

– чотирма передавальними функціями за двома прямими («витрати маси в напускній камері – рівень маси» і «витрати повітря у повітряній подушці – тиск повітря») і двома перехресними каналами («витрати маси в напускній камері – тиск повітря в повітряній подушці» і «витрати повітря в повітряній подушці – рівень маси в напускній камері»). При цьому в динамічному режимі роботи напірного ящика між рівнем маси в камері і тиском повітря в подушці існує зв'язок через перехресні канали;

– системою векторно-матричних рівнянь, що складається з рівнянь стану системи (рівень маси й тиск повітря у повітряній подушці) і вихідної змінної системи (швидкість маси крізь випускову щілину).

– чотирма ППФ за двома прямими й двома перехресними каналами.

Подальші дослідження стосуватимуться розроблення дискретних форм опису напірних ящиків із повітряною подушкою як об'єктів керування швидкістю витоку маси крізь випускову щілину.

Список використаної літератури

1. Жученко А. І. Математичні моделі цифрових систем керування / А. І. Жученко. – К. : ІЗМН, 1997. – 238 с.
2. Пиргач Н. С. Математическое описание напускных камер напорных ящиков быстроходных бумаго- и картоноделательных машин / Н. С. Пиргач // Сб. науч. тр. УкрНИИБ. – 1972. – Вып. 15. – С. 103–113.
3. Пиргач Н. С. Математическое описание систем воздухоснабжения напорных ящиков высокого давления / Н. С. Пиргач // Сб. науч. тр. УкрНИИБ. – 1970. – Вып. 13. – С. 121–141.
4. Справочник по автоматизации целлюлозно-бумажных предприятий / Э. В. Цешковский, Н. С. Пиргач, Г. Д. Ерашкин и др. – М. : Лесн. пром-ть, 1989. – 368 с.

Надійшла до редакції 19.11.2015

Zhuchenko A. I., Pirhach M. S., Zhurakovskiy Y. Y.

CONTINUOUS FORMS OF MATHEMATICAL DESCRIPTION OF AIR-PADDED HEADBOX

The wet end is the most important part of the paper machine. As a whole the wet end has more effect on the paper quality than any other part of the paper machine. Increasing paper machine speeds and more stringent paper quali-

ty requirements mean that new methods for running the wet end must be studied and implemented. This paper presents mathematical models of headbox as controlled object.

The contents of the paper are as follows. An overview of the air-padded headbox as controlled object is given in section 1. Representation of the headbox as system of differential equations and as matrix transfer functions are given in sections 2 and 3. In section 4 headbox represented as system which consists of vector-matrix equation parameters of the system state and the system output variable equation. Presentation headbox as pulse transition matrix functions is presented in section 5. A conclusions and brief description of the further research are presented in last section.

Automatic control system of headbox with an air pad is one of the most important part of automated process control system of paper manufacturing [4]. Such system of automatic control is a part of the overall control system which allows not only the stabilization process mode of the paper machine, but also to automated switch paper machines between operating mode.

Analysis Expressions (1) – (3) shows that to stabilize the coefficient ratio (3) is necessary to stabilize the spouting velocity through the slice, since the speed of the wire is supported very well with modern electric motors.

Jet velocity through slice depends on the pressure of the pulp.

Pressure of the pulp, according to the expression (2), are affected by the pulp level and air pressure in the air pad. The pulp level in headbox are affected by the stock-inflow to the box and air inflow and outflow from the air pad. Air pressure in the air pad depends on the air flow that rises and drain the air pad and on the speed of material level change in the headbox.

System have two direct channels (Fig. 1b) “material flow – material level” (channel 11) and “air flow – air pressure” (channel 22) and two cross channel “material flow – air pressure” (channel 12) and “air flow – material level” (channel 21).

Air-padded headbox as controlled object of material level and air pressure in air-pad, and therefore of jet velocity through slice can be represented:

1. as a system that consists of two linear inhomogeneous first-order equations (4); first equation describe dynamical processes in overlap chamber, second – dynamical processes in air-pad;
2. as four transfer functions over two direct channels (Fig. 1b) «material flow – material level» (channel 11) and the “air flow – air pressure” (channel 22) and two cross channels «material flow – air pressure» (channel 12) and the “air flow – material level” (channel 21). Between the material level in the overlap chamber and the air pressure in the air-pad exists in dynamic mode relationship through cross channels 12 and 21.
3. as a matrix equations system that consists of matrix system state equations (material level and air pressure in the air-pad) and output variable equations (jet velocity through slice);
4. as four impulse transfer functions over two direct channels 11 and 22 and over two cross channels 12 and 21.

Further research concerning the development of discrete forms of representation head-boxes with air pad as controlled object of jet velocity through slice.

Keywords: paper machine, air-padded headbox, mathematical model.

References

1. Zhuchenko, A.I. (1997), *Matematychni modeli tsyfrovych system keruvannia* [Mathematical models of digital control systems], IZMN, Kyiv, Ukraine.
2. Pиргач, Н.С. (1972), “The mathematical description of the inlet chamber headbox in high-speed paper and board machines”, *Sbornik trudov Ukrainskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta celulozno-bumazhnoj promyshlennosti (UkrNIIB)*, no. 15, pp. 103–113.
3. Pиргач, Н.С. (1970), “The mathematical description of the air supply systems in high-pressure headbox”, *Sbornik trudov Ukrainskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta celulozno-bumazhnoj promyshlennosti (UkrNIIB)*, no. 13, pp. 121–141.
4. Чешковский, Ю.В., Пиргач, Н.С., Ершакин, Г.Д. et al. (1989), *Spravochnik po avtomatizacii celulozno-bumazhnyh predpriyatij* [Handbook of automation pulp and paper mills], Lesnaja promyshlennost', Moscow, USSR.