

Keywords: cyclic, iterative learning control, cyclical processes, feedback, weight matrices, algorithm.

References

1. Shvetsov, H.A., Alymova, D.U. and Baryshnykova, M.D. (1988). *Tekhnolohiya pererabotky plastycheskykh mass* [Plastics processing technology], Khymya, Moscow, USSR.
2. Abeykoon, C., Kelly, A.L., Martin, P.J. and Li, K. (2013). "Extruder Melt Temperature Control With Fuzzy Logic", *Preprints of the 18th IFAC World Congress*, pp. 2250–2555.
3. Tsai, C.-C. and Lu, C.-H. (1998). "Fuzzy supervisory predictive PID control of a plastics extruder barrel", *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, vol. 21, no. 5, pp. 619–624.
1. Uchiyama, M. (1978). Formation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial. *Transactions of Society for Implementation and Control Engineers* (in Japanese), 14, 706–712.
2. Arimoto, S., Kawamura, S., & Miyazaki, F. (1984). "Bettering operation of robots by learning". *Journal of Robotic Systems*, 1, 123–140.
3. Lee, K.S., Bang, S.H., Yi, S., Son, J.S., & Yoon, S.C. (1996). "Iterative learning control of heat-up phase for a batch polymerization reactor". *Journal of Process Control*, 6, 255–262.
4. Bien, Z., & Xu, J. (Eds). (1998). "Iterative learning control". Boston. *Kluwer Academic Publisher*.
5. Amann, N., Owens, D.H., & Rogers, E. (1996). "Iterative learning control for discrete-time systems with exponential rate of convergence". *IEE Proc. Part-D, Control Theory and Application*, 143, 217–224.
6. Böttcher, Albrecht; Grudsky, Sergei M. (2012). *Toeplitz Matrices, Asymptotic Linear Algebra, and Functional Analysis*, Birkhäuser.
7. Hantmaxer, F.R. (2004). *Toriia matric* [Matrix theory], 5-th izd, Fizmatlit, Moscow, USSR.

УДК 678.027.3-036.5(048.8)

ЖУЧЕНКО А. І., д.т.н., проф.; ПІРГАЧ М. С., к.т.н., с.н.с., доц.; ЖУРАКОВСЬКИЙ Я. Ю., ст. викл.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

ДИСКРЕТНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ НАПІРНОГО ЯЩИКА З ПОВІТРЯНОЮ ПОДУШКОЮ

Розроблено дискретні математичні моделі напірного ящика з повітряною подушкою папероробних машин як об'єкта керування рівнем маси у напускній камері й тиском повітря в повітряній подушці. Показано, що математична модель напірного ящика з повітряною подушкою може бути представлена рекурентними різницевиими рівняннями, матрицею дискретних передавальних функцій, векторно-матричним рівнянням стану системи, числовими послідовностями.

Ключові слова: папероробна машина, напірний ящик з повітряною подушкою, дискретна математична модель.

© Жученко А. І., Піргач М. С., Жураковський Я. Ю., 2017.

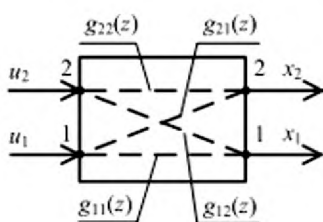


Рис. 1 – Загальна структура схема напірного ящика з повітряною подушкою як об'єкта керування рівнем маси й тиском повітря

Постановка задачі. Відомо [1], що напірний ящик з повітряною подушкою (НЯ з ПП) як об'єкт керування (ОК) рівнем маси й тиском повітря являє собою двовимірний ОК з двома прямими 11 і 22 та двома перехресними 12 і 21 каналами (рис. 1).

Для ідентифікації цього двовимірного ОК (системи) і побудови дискретної системи автоматичного керування (ДСАК) ним потрібно мати відповідні математичні моделі НЯ з ПП.

Метою статті є створення відповідних математичних моделей НЯ з ПП, за допомогою яких виконується його ідентифікація та розробка ДСАК, реалізованої на мікроЕОМ.

1. Представлення напірного ящика рекурентними різницевиими рівняннями

Відомо [1], що НЯ з ПП як ОК рівнем маси і тиском повітря можна представити наступною системою лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} T_{11} \frac{dx_1}{dt} + x_1(t) = k_{11}u_1(t) - k_{12}x_2(t); \\ T_{22} \frac{dx_2}{dt} + x_2(t) = k_{21} \frac{dx_1}{dt} + k_{22}u_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

де $x_1(t)$ – рівень маси у напускній камері; $x_2(t)$ – тиск повітря в ПП; $u_1(t)$ – витрата маси, що подається у напускну камеру; $u_2(t)$ – витрата повітря, що подається в ПП; T_{11} і T_{22} – стала часу напускної камери і повітряної подушки; k_{11} , k_{12} , k_{21} і k_{22} – коефіцієнт підсилення каналів 11, 21, 12 і 22.

Систему диференціальних рівнянь (1) можна подати рекурентними різницевими рівняннями [2]:

$$x_1(i+2) = \left(2 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_1(i+1) - \left(1 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_1(i) + \frac{b_1}{a_0}Tu_1(i+1) + \frac{T}{a_0}(b_0T - b_1)u_1(i); \quad (2)$$

$$x_1(i+2) = \left(2 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_1(i+1) - \left(1 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_1(i) - b_0u_2(i); \quad (3)$$

$$x_2(i+2) = \left(2 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_2(i+1) - \left(1 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_2(i) + \frac{b_1}{a_0}Tu_2(i+1) + \frac{T}{a_0}(b_0T - b_1)u_2(i); \quad (4)$$

$$x_2(i+2) = \left(2 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_2(i+1) - \left(1 - \frac{a_1}{a_0}T\right)x_2(i) + \frac{b_1}{T}[u_1(i+1) - u_1(i)], \quad (5)$$

де $a_0 = 1$; $a_1 = (T_{11} + T_{22} + k_{11}k_{21})$; $a_2 = T_{11} T_{22}$; $b_0 = k_{11}$; $b_1 = k_{11}T_{22}$; $i = t/T$ – дискретний час, T – період дискретності.

2. Представлення напірного ящика матрицею дискретних передавальних функцій

Рекурентні різницеві рівняння (2) ... (5) можна подати так:

$$x_1(i+2) + A_1x_1(i+1) - A_0x_1(i) = B_1u_1(i+1) + B_0u_1(i); \quad (6)$$

$$x_1(i+2) + A_1x_1(i+1) + A_0x_1(i) = -B_0u_2(i); \quad (7)$$

$$x_2(i+2) + A_1x_2(i+1) + A_0x_2(i) = B_1u_2(i+1) + B_0u_2(i); \quad (8)$$

$$x_2(i+2) + A_1x_2(i+1) + A_0x_2(i) = B_1u_1(i+1) - B_0u_1(i), \quad (9)$$

де $A_0 = 1 - \frac{a_1}{a_0}T$; $A_1 = -\left(2 - \frac{a_1}{a_0}T\right)$; $B_0 = \frac{1}{a_0}T(b_0T - b_1)$; $B_1 = \frac{b_1}{a_0}T$.

Отже, дискретна передавальна функція каналу 11

$$g_{11}(z) = \frac{B_0z^{-2} + B_1z^{-1}}{A_0z^{-2} + A_1z^{-1} + 1}. \quad (10)$$

Дискретна передавальна функція каналу 21

$$g_{12}(z) = -\frac{B_0}{A_0z^{-2} + A_1z^{-1} + 1}. \quad (11)$$

Дискретна передавальна функція каналу 22

$$g_{22}(z) = \frac{B_0z^{-2} + B_1z^{-1}}{A_0z^{-2} + A_1z^{-1} + 1}. \quad (12)$$

Дискретна передавальна функція каналу 21

$$g_{21}(z) = \frac{B_1z^{-1} - B_0}{A_0z^{-2} + A_1z^{-1} + 1}. \quad (13)$$

Таким чином, НЯ з ПП як ОК рівнем маси й тиском повітря представляється чотирма дискретними передавальними функціями (10)...(13) або одним векторно-матричним рівнянням:

$$\underline{X}(z) = [G(z)]\underline{U}(z), \quad (14)$$

де $\underline{X}(z) = [x_1(z) \ x_2(z)]^T$ – вектор вихідної змінної системи розміру 2×1 ;

$\underline{U}(z) = [u_1(z) \ u_2(z)]^T$ – вектор вхідної змінної системи розміру 2×1 ;

матриця дискретних передавальних функцій розміру 2×2 :

$$G(z) = \begin{bmatrix} g_{11}(z) & g_{12}(z) \\ g_{21}(z) & g_{22}(z) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

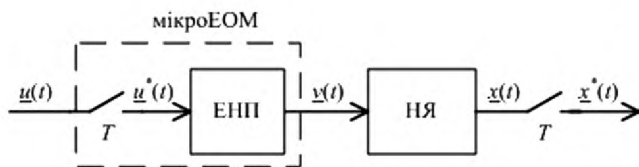


Рис. 2 – Структурна схема каналу керування напірним ящиком

3. Представлення напірного ящика векторно-матричним різницевою рівнянням

Припустимо, що розглядуваний ОК має два вектори вхідних діянь $\underline{v}(t)$ й два вектори вихідних змінних $\underline{x}(t)$ (рис. 2).

Як показано в [1] цей ОК представляється неперервним векторно-матричним рівнянням:

$$\dot{\underline{x}}(t) = A_1 \underline{x}(t) + B_1 \underline{v}(t), \quad (16)$$

де $A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{11}} & -\frac{k_{12}}{T_{11}} \\ -\frac{k_{21}}{T_{11}T_{22}} & -\frac{T_{11} + k_{12}k_{21}}{T_{11}T_{22}} \end{bmatrix}$ – матриця параметрів стану системи розміру 2×2 ; $B_1 = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{T_{11}} & 0 \\ \frac{k_{11}k_{21}}{T_{11}T_{22}} & \frac{k_{22}}{T_{22}} \end{bmatrix}$ – мат-

риця керування системи розміру 2×2 ; $\underline{x}(t) = [x_1 \ x_2]^T$ – вектор вихідної змінної системи розміру 2×1 ;

$\underline{v}(t) = [v_1 \ v_2]^T$ – вектор вхідної змінної системи розміру 2×1 .

У дискретній формі векторно-матричне рівняння (16) потрібно подати так:

$$\underline{x}(i+1) = A_d \underline{x}(i) + B_d \underline{u}(i), \quad (17)$$

де A_d і B_d – відповідно, матриця стану і матриця керувальних діянь дискретної системи (напірного ящика).

Згідно з визначенням екстраполятора нульового порядку (ЕНП) [2] для $t \in [iT, (i+1)T]$ $\underline{v}(t) = \underline{u}(iT) = \text{const}$.

Розв'язок векторно-матричного рівняння (16) в момент часу t .

$$\underline{x}(t) = e^{A_1(t-iT)} \underline{x}(iT) + \int_{iT}^t e^{A_1(t-\tau)} B_1 \underline{u}(iT) d\tau \quad (18)$$

Стан неперервної системи в момент часу $(i+1)T$

$$\underline{x}(i+1)T = e^{A_1 T} \underline{x}(iT) + \left[\int_{iT}^{(i+1)T} e^{A_1[(i+1)T-\tau]} d\tau \right] B_1 \underline{u}(i). \quad (19)$$

Порівняння рівнянь (17) і (19) дозволяє встановити можливість використання для дискретного представлення НЯ з ПП вектор його стану $\underline{x}(i)$, який буде ідентичним вектору стану $\underline{x}(t)$ в момент дискретизації $t = iT$. Отже, можна співставити неперервне векторно-матричне рівняння стану системи (16) з дискретним векторно-матричним рівнянням стану системи (17) у якому

$$A_d = e^{A_1 T}; \quad (20)$$

$$B_d = \left[\int_0^T e^{A_1 [T-\tau]} d\tau \right] B_1, \text{ або } B_d = A_d^{-1} [e^{A_1 T} - I] B_1.$$

Оскільки матриця A_d регулярна [3], то B_d можна визначити і так:

$$B_d = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{T^{i+1}}{(i+1)!} A_d^i B_1.$$

Таким чином НЯ з ПП як ОК рівнем маси й тиском повітря можна представити векторно-матричним рівнянням (17).

За рівнянням (17) легко побудувати і векторно-матричну структурну схему цього ОК (рис. 3).

До векторно-матричного рівняння стану системи (17) зробимо дві примітки.

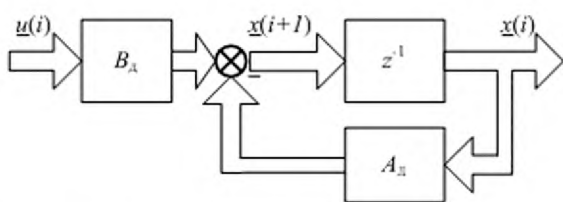


Рис. 3 – Векторно-матрична структурна схема НЯ з ПП як ОК рівнем маси у напускній камері й тиском повітря в повітряній подушці

ставленого з неперервним рівнянням (16) є регулярною (невиродженою) матрицею, оскільки перехідна матриця неперервної системи

$$\Phi(t, t_0) = e^{A(t-t_0)}$$

регулярна для будь-якого t . Отже, перехідна матриця дискретної системи

$$\Phi(i, i_0) = A_1^{i-i_0},$$

співставлена з неперервною системою, у якій відсутні запізнювання у каналах керування, також буде регулярною.

4. Представлення напірного ящика матрицею числових послідовностей

Якщо НЯ з ПП в неперервній формі представлено матрицею імпульсних перехідних функцій [1], то в дискретній формі він представляється матрицею числових послідовностей (ЧП):

$$G(k) = \begin{bmatrix} g_{11}(k) & g_{12}(k) \\ g_{21}(k) & g_{22}(k) \end{bmatrix},$$

де $g_{11}(k)$, $g_{12}(k)$, $g_{21}(k)$ і $g_{22}(k)$ – числові послідовності НЯ за каналами 11, 12, 21 і 22.

У загальному вигляді дискретні передавальні функції (10) ... (13) можна подати так:

$$g(z) = \frac{B_0 z^{-2} + B_1 z^{-1} + B_2}{A_0 z^{-2} + A_1 z^{-1} + 1}.$$

Отже, узагальнена ЧП НЯ з ПП

$$\begin{cases} g_{ij}(0) = B_j; \\ g_{ij}(1) = B_j - A_1 g_{ij}(0); \\ g_{ij}(2) = B_j - A_1 g_{ij}(1) - A_0 g_{ij}(0); \\ \dots \\ g_{ij}(k) = -\sum_{l=1}^2 A_l g_{ij}(k-l), \end{cases}$$

де $k = 3, \dots, N$; $i = 1, 2$; $j = 1, 2$.

Висновки. НЯ з ПП як ОК рівнем маси у напускній камері і тиском повітря у ПП має два прямих канали: «витрата маси, що подається у напірний ящик – рівень маси у напускній камері» (канал 11) і «витрата повітря, що подається у ПП – тиск повітря у ПП» (канал 22) та два перехресних канали: «витрата маси, що подається у напірний ящик – тиск повітря у ПП» (канал 12) і «витрата повітря, що подається у ПП – рівень маси у напускній камері» (канал 21).

Розглядуваний об'єкт керування може бути представлений:

1. Чотирма рекурентними різницевами рівняннями, які пов'язують два входи (витрата маси і повітря, що подається у напірний ящик) з двома виходами (рівень маси у напускній камері й тиск повітря у ПП);
2. Матрицею дискретних передавальних функцій, до якої входять дискретні передавальні функції прямих 11 і 22 каналів і дискретні передавальні функції перехресних каналів 12 і 21;
3. Одним дискретним векторно-матричним рівнянням стану системи, у якому в якості стану системи слугують фізично вимірювальні величини (рівень маси у напускній камері й тиск повітря у ПП);
4. Чотирма числовими послідовностями, які описують поведінку системи у разі подачі на її вхід імпульсів Кронекера.

Перспективи подальших досліджень. Подальші дослідження стосуватимуться розроблення детермінованого лінійного оптимального керування НЯ з ПП на базі використання векторно-матричного рівняння стану системи (17).

Список використаної літератури

1. Жученко А. І. Неперервні форми представлення напірних ящиків з повітряною подушкою // А. І. Жученко, М. С. Пірґач, Я. Ю. Жураковський – Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження», 2016. № 1 (15), – С. 123 – 127.: іл. – Бібліогр.: С. 126.
2. Жученко А. І. Математичні моделі цифрових систем керування [Текст] : навч. посібник / А. І. Жученко; Національний технічний ун-т України «Київський політехнічний ін-т». – К. : ІЗМН, 1997. – 238 с. – Библиогр.: С. 235. – ISBN 5-7763-9025-7.
3. Жученко А. І. Спеціальні розділи математики для дослідження комп'ютерних систем [Текст]: навч. посіб./ А. І. Жученко, Л. Д. Ярошук. – К. : ІВЦ «Видавництво “Політехніка”», 2002. – 208 с.; іл. – Бібліогр.: С. 204–205. – ISBN 966-622-084-9.

Надійшла до редакції 19.11.2016

Zhuchenko A. I., Pirhach M. S., Zhurakovskiy Y. Y.

THE DISCRETE FORM OF MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE HEADBOX WITH AIR CUSHION

Headbox is important for control by paper manufacturing. The conversion of the pipe flow, which the headbox accepts, into an evenly-distributed wide ribbon flow, is one of the most difficult and most critical operations in the paper-making process. In the past this operation has required considerable “paper-making art”. Recently engineers have knowledge in operating and controlling of headboxes. It allows to improve product quality and to decrease production cost. This paper presents discrete mathematical models of headbox as controlled object.

As a system the headbox has two direct channels (Fig. 1) “stock flow – stock level” (channel 11) and “air flow – air pressure” (channel 22) and two cross channel “stock flow – air pressure” (channel 12) and “air flow – stock level” (channel 21).

Air-padded headbox as controlled object of stock level and air pressure in air-pad can be represented:

1. as a system that consists of four recurrence difference equations (2)... (5); equations (2) and (4) describe dynamical processes in overlap chamber, equations (3) and (5) describe dynamical processes in air-pad;
2. as four discrete transfer functions over two direct channels (channel 11, channel 22) and two cross channels (channel 12, channel 21). Between the stock level in the overlap chamber and the air pressure in the air-pad exists in dynamic mode relationship through cross channels 12 and 21.
3. as a matrix equations system that consists of matrix system state equations (stock level and air pressure in the air-pad). According to equation (17) is easy to construct and vector-matrix block diagram of controlled object (Fig. 3). Comparing equations (16) with equations (17), show that the continuous and discrete representation of air-padded headbox strictly equivalent each other;
4. as four numerical sequences over channels 11, 22, 12 and 21.

Further research concerning the development of linear optimal control strategy for head-boxes with air pad

Keywords: paper machine, air-padded headbox, mathematical model.

References

1. Zhuchenko, A.I. Pirhach, M.S. and Zhurakovskiy, Y.Y. (2016). “Continuous forms of mathematical representation of air-padded headbox”, *Khimichna inzheneriia, ekolohiia ta resursozberezhennia*, vol. 1(15), pp. 123–127.
2. Zhuchenko, A.I. (1997). *Matematychni modeli tsyfrovyykh system keruvannia* [Mathematical models of digital control systems], IZMN, Kyiv, Ukraine.
3. Zhuchenko, A.I. and Yaroschuk, L.D. (2002). *Spetsial'ni rozdil'y matematyky dlia doslidzhennia komp'uternykh system* [Special sections of mathematics to study computer systems], Politehnika, Kyiv, Ukraine.